

Académie de Nantes

ECOLE DOCTORALE SCIENCES POUR L'INGENIEUR, GEOSCIENCES,
ARCHITECTURE
LE MANS, FRANCE

THÈSE DE DOCTORAT
Spécialité : ACOUSTIQUE

présentée par

Ygaël RENOÜ

pour obtenir le titre de Docteur d'Université

**Impédance des traitements acoustiques absorbants en conduit :
effets de l'écoulement rasant et de la couche limite**

Manuscrit version 01/12/2010

devant le jury composé de :

Y. AURÉGAN	Directeur de recherche, LAUM, Le Mans	Directeur de thèse
H. BAILLIET	Maître de conférences, LEA, Poitiers	Rapporteuse
M. BEN TAHAR	Professeur, UTC, Compiègne	Examineur
E. CONETE	Ingénieur, Snecma Propulsion Solide, Le Haillan	Invité
S. FÉLIX	Maître de conférences, LAUM, Le Mans	Examineur
G. GABARD	Lecturer, ISVR, Southampton	Examineur
M.-A. GALLAND	Professeure, ECL, Lyon	Rapporteuse

Table des matières

Introduction générale	0
1 Position du problème	2
1.1 Introduction	2
1.2 Contexte de la thèse	2
1.3 Principe de réduction du bruit par les traitements acoustiques absorbants	4
1.4 Propagation acoustique dans un fluide en mouvement non visqueux et isentropique	7
1.4.1 Equations de conservation et constitutive	7
1.4.2 Linéarisation des équations	8
1.4.3 Propagation en conduit traité avec écoulement uniforme	9
1.4.4 Condition limite à l'interface fluide/paroi en écoulement uniforme	10
1.5 Equations de conservation et constitutive pour un fluide visqueux et compressible	12
1.5.1 Propagation acoustique en fluide dissipatif avec un écoulement turbulent	13
1.5.2 Modèle simple de fermeture de type viscosité effective de turbulence	14
1.6 Conclusion	15
2 Méthodes expérimentales en conduit traité avec écoulement rasant	18
2.1 Introduction	19
2.2 Dispositif expérimental	19
2.2.1 Présentation du banc de mesure	19
2.2.2 Type de matériau mesuré	23
2.2.3 Chaîne d'acquisition	24
2.2.4 Procédure de calibration des microphones	25
2.2.5 Estimation de l'amplitude et de la phase des signaux acoustiques : méthode des moindres carrés	25
2.3 Méthodes de mesure	28
2.3.1 Mesure de l'impédance de traitement de paroi, méthode in situ	30
2.3.2 Mesure de la matrice de diffusion	32
2.3.3 Mesure des nombres d'ondes dans la partie traitée du conduit	36
2.4 Conclusion	46
3 On a modified Ingard-Myers boundary condition for lined duct with grazing flow	48
3.1 Introduction	49

3.2	Theoretical background for acoustic propagation in lined duct with a grazing mean flow	50
3.2.1	Classical formulation under uniform mean flow assumption	50
3.2.2	Modification of the classical Ingard-Myers boundary condition accounting for the losses near the lined wall	52
3.3	Experiments	52
3.4	Results and analysis	53
3.4.1	Analysis of results with the Ingard-Myers boundary condition	54
3.4.2	Analysis of results with the modified Ingard-Myers boundary condition	56
3.4.3	Prediction of the scattering matrix using the multimodal method	58
3.4.4	Comparison of the measured and predicted scattering matrices	63
3.5	Conclusion	65
4	Modèle empirique de résistance acoustique avec écoulement rasant	66
4.1	Introduction	67
4.2	Impédance acoustique d'une plaque perforée	69
4.2.1	Modèle linéaire	69
4.2.2	Effets non linéaires	71
4.2.3	Prise en compte de l'écoulement rasant	72
4.3	Comparaison modèles/mesures	75
4.4	Conclusion	83
5	Influence of grazing flow and boundary layer phenomena on the effective admittance of a lined duct	84
5.1	Introduction	85
5.2	Boundary condition with flow and dissipation	85
5.2.1	General equations	85
5.2.2	Boundary conditions	88
5.2.3	Effect of dissipation and turbulence	90
5.3	General solutions of the diffusion equations	91
5.4	Additionnal displacement for constant effective viscosity	94
5.4.1	Hard wall duct	94
5.4.2	Lined duct	94
5.5	Turbulent transport effect	99
5.5.1	Hard wall duct	101
5.5.2	Lined duct	102
5.6	Conclusion	103
	Conclusion générale	104
	Annexes	106
A	Calcul des bornes de Cramér-Rao pour les paramètres d'une sinusoïde	106
B	Supplement to chapter 2 : results with mean Mach number $M_0 = 0.3$	110
C	Supplément du chapitre 3	112
D	Determination of the turbulent velocity profile	118

D.1	Smooth wall	118
D.2	Rough wall	120
D.3	Intermediate case	120

Bibliographie		122
----------------------	--	------------

Introduction générale

Cette thèse résulte d'une collaboration avec Snecma Propulsion Solide (SPS) dans le cadre du programme de développement « ARrières Corps cOmposite CEramique », ce dernier ayant pour objectif la conception de traitements acoustiques innovants en composite céramique pour l'absorption sonore aux basses fréquences (typiquement 600–1400 Hz) dans la partie arrière des nacelles accueillant les réacteurs d'aéronefs.

Cette thèse s'inscrit également dans la continuité des travaux menés au Laboratoire de l'Université du Maine depuis 1994 (parmi lesquels [82, 2, 31, 67]) concernant l'étude de la propagation acoustique dans les conduits munis de traitements absorbants et de son interaction avec l'écoulement.

Dès lors, la présente étude s'articule autour de deux axes principaux de recherche.

Le premier est lié à la compréhension des effets complexes de l'écoulement sur l'impédance acoustique des absorbants à réaction localisée (composés de structures cloisonnées recouvertes par une plaque fine perforée) par les méthodes expérimentales en conduit traité. Le deuxième axe concerne l'étude des conditions limites acoustiques appropriées à appliquer à l'interface matériau/fluide dans un conduit traité avec écoulement rasant.

Ces deux problématiques font ainsi l'objet des développements répartis sur les cinq chapitres que contient ce manuscrit.

Le premier chapitre expose d'une part, le contexte de la thèse et précise, d'autre part, les difficultés liées à la propagation acoustique dans un fluide en mouvement. En outre, les fondements théoriques reportés dans ce chapitre seront utiles à la compréhension des chapitres suivants.

Le deuxième chapitre traite des aspects liés à la caractérisation expérimentale des matériaux absorbants en conduit rectangulaire avec écoulement rasant. On passe ainsi en revue trois méthodes dont deux seront utilisées pour obtenir les résultats expérimentaux présentés dans le reste du document.

Le troisième chapitre traite, d'un point de vue expérimental, de la condition à la limite appliquée à l'interface fluide/paroi en présence d'un écoulement rasant uniforme au sein d'un conduit traité. En particulier, on s'attache dans un premier temps à mettre en évidence le rôle joué par les pertes dans le fluide près de la paroi traitée sur la mesure de l'impédance du traitement acoustique et la prédiction du comportement acoustique au sein du conduit. On montre ensuite, pour des nombres de Mach modérés, que le problème de la propagation acoustique superposée avec un écoulement réel turbulent cisailé se ramène à un problème de propagation acoustique conventionnel en écoulement uniforme. Ceci conduit à modifier empiriquement la condition classique de Ingard-Myers qui suppose la continuité du déplacement acoustique normal à la paroi. Deux méthodes de mesure différentes viennent valider la condition limite modifiée.

Le quatrième chapitre vise à fournir un modèle de résistance acoustique adapté aux besoins de SPS

pour les matériaux composites céramiques. En premier lieu, les modèles d'impédances semi-empiriques issus de la littérature prenant en compte les effets visqueux, les effets de rayonnement du son et les effets non linéaires présents au sein des orifices du matériau à fort niveau acoustique, sont décrits. Devant le nombre important existant des modèles empiriques concernant la prédiction de la résistance acoustique en présence d'écoulement, ne sont abordés ensuite que les plus réalistes d'entre eux (en particulier ceux qui tiennent compte de la vitesse de friction, caractéristique interne de l'écoulement cisailé près de la paroi). Ces derniers sont comparés aux mesures de résistance acoustique effectuées avec écoulement rasant sur des plaques perforées en céramique et en résine époxy. Les écarts constatés conduisent à élaborer un nouveau modèle de résistance basé sur le recalage des données expérimentales.

Enfin, une étude théorique vient clore ce travail. Cette dernière pose le problème de la propagation acoustique en conduit infini traité en présence d'un écoulement parallèle cisailé et turbulent. Outre les effets liés aux pertes visco-thermiques, on montre, par l'utilisation d'un modèle simple de couche limite, dans quelle mesure l'effet de la turbulence altère la condition limite classique basée sur la continuité du déplacement acoustique à la paroi traitée.

Chapitre 1

Position du problème

1.1 Introduction

Ce premier chapitre a pour but de préciser le problème posé dans le cadre de ce travail de thèse ainsi que les notions nécessaires à la compréhension des développements utilisés dans le reste de ce document. Dans un premier temps, le contexte de la thèse est présenté. Celui-ci porte sur la réduction des nuisances sonores aux sein des systèmes de propulsion des avions de transport civils par des matériaux acoustiques absorbants. On décrit ensuite, par une approche simple et sans écoulement, le mécanisme d'absorption acoustique pour une onde plane incidente qui se propage dans un conduit muni d'un traitement absorbant en paroi. Dans une troisième partie, les équations générales qui régissent le mouvement d'un fluide en mouvement sont abordées. Ces rappels théoriques seront utiles pour décrire le problème de la propagation acoustique dans un conduit muni de traitements acoustiques en présence d'un écoulement uniforme (fluide supposé non dissipatif) dans le chapitre 4 et en présence d'un écoulement turbulent cisailé (avec prise en compte des effets dissipatifs près des parois) dans le chapitre 5.

1.2 Contexte de la thèse

Cette thèse, effectuée au sein du laboratoire de l'Université du Maine (unité mixte de recherche), est le résultat d'une collaboration entre le Centre National pour la Recherche Scientifique et la société Snecma Propulsion Solide dans le cadre du programme de développement « Arrière COrps Composite CEramique ». L'activité industrielle de SPS dans le domaine de l'acoustique réside dans la conception d'absorbants acoustiques innovants pour le traitement des parois de nacelle qui accueille les systèmes de propulsion, comme celui schématisé sur la figure 1.1, des avions de transports civils subsoniques.

Les systèmes de propulsion courants sont à double flux. La masse d'air aspirée par le moteur en amont de la soufflante est divisée en un flux primaire (flux chaud) et un flux secondaire. Le premier, après avoir subi plusieurs transformations (compression, chauffage en chambre de combustion, guidage vers des étages successifs de turbines) est éjecté en flux gazeux primaire par un organe appelé tuyère (voir figure 1.1) . Le second flux est comprimé par un étage de soufflante, puis éjecté directement sans avoir été chauffé.

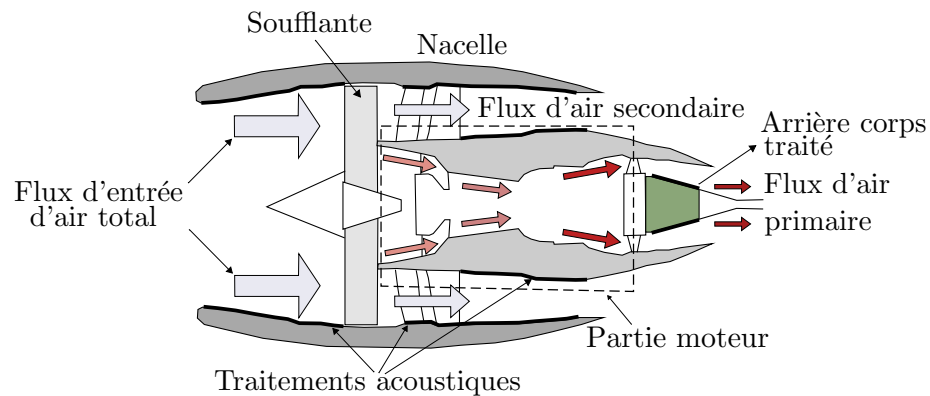


FIG. 1.1 – Schéma en coupe du système propulsif double flux le plus couramment utilisé.

Dès lors, les émissions sonores du système de propulsion ont deux origines principales : le jet en sortie de tuyère et le bruit de soufflante. Actuellement, les traitements acoustiques présents dans les nacelles d'avions sont composés d'un ensemble de cavités résonantes, accordées en quart de longueur d'onde acoustique, recouvertes par une couche résistive de type plaque perforée (voir figure 1.2), métallique ou en matériau composite, utilisée seule ou recouverte d'un tissu métallique.

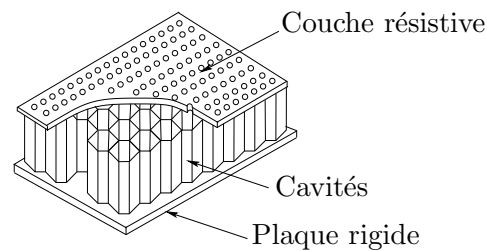


FIG. 1.2 – Traitement acoustique simple couche (une seule couche résistive).

Ce sont des matériaux dits à « réaction localisée ». Le principe est illustré sur la figure 1.3.

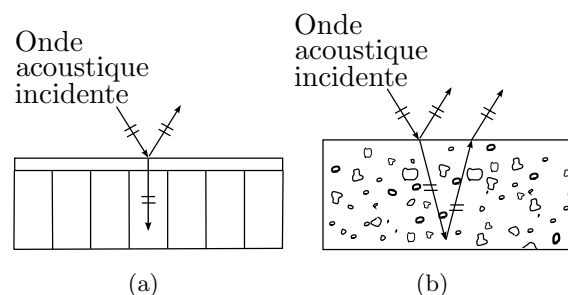


FIG. 1.3 – (a) Exemple de matériau à réaction localisée (structures cloisonnées) . (b) Exemple de matériau à réaction non localisée (structures non cloisonnées, matériau poreux).

En réaction localisée (figure 1.3(a)), la réponse de la surface du matériau à une onde acoustique est locale : les points de la surface voisins répondent à l'excitation indépendamment les uns des autres. Par conséquent, l'impédance de tels matériaux ne dépend pas de l'angle de l'onde acoustique incidente.

Pour les matériaux à réaction non localisée (figure 1.3(b)), la propagation au sein du matériau dépend de l'angle d'incidence et la réaction de la surface à une excitation acoustique n'est plus locale.

Seuls les matériaux à réaction localisée sont à l'étude dans le cadre de cette thèse. L'efficacité des matériaux à réaction localisée (en terme d'absorption acoustique) est concentrée autour de la fréquence de résonance de l'ensemble couche résistive/cavités. On trouve également des matériaux avec une absorption plus étendue fréquentiellement (avec comme contrepartie, des pics d'absorption moins importants en amplitude, par rapport au cas simple couche prédépend) composés de plusieurs étages de cavités de profondeur différentes, chaque étage étant recouvert par une couche résistive.

Le programme ARCOCE se focalise sur le traitement acoustique basses fréquences (dans la gamme 600 – 1400 Hz) du corps arrière (figure 1.4) situé au niveau de la tuyère d'éjection des gaz du flux d'air primaire (flux d'air chaud) par une couche résistive CMC (matériau composite développé par SPS à base de fibres céramiques).

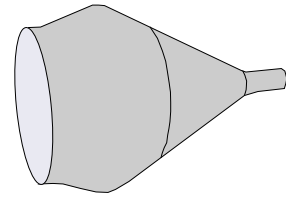


FIG. 1.4 – Arrière corps traité.

Ce matériau présente a pour avantage sa légèreté tout en conservant de bonnes propriétés mécaniques et acoustiques au sein l'environnement sévère de la nacelle (les gaz à l'éjection du flux primaire admettent des températures allant jusqu'à 700 °C lors de la phase de décollage de l'avion).

1.3 Principe de réduction du bruit par les traitements acoustiques absorbants

On décrit dans ce paragraphe, par une approche simple, les mécanismes d'absorption des traitements acoustiques présents dans les nacelles d'avions. Pour ce faire, on considère le cas d'un conduit infini de section S sur lequel est branchée une cavité à fond rigide de section s comme schématisé sur la figure 1.5. Cette situation, bien que très éloignée de la réalité, représente le cas simplifié d'une nacelle de longueur infinie traitée par un unique absorbant acoustique et permet de mettre en évidence le mécanisme d'absorption acoustique.

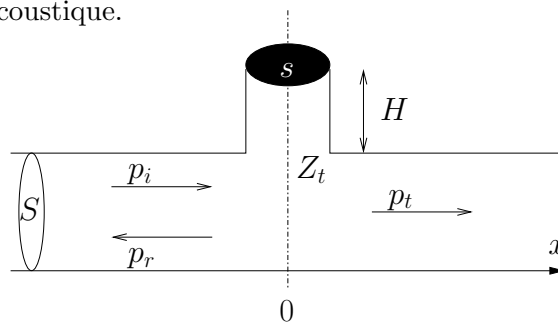


FIG. 1.5 – Notations : propagation acoustique dans un conduit infini sur lequel est branchée une cavité.

Dans l'hypothèse basse fréquence et en l'absence de pertes, on suppose que seule une onde plane se propage dans le tube en régime harmonique. Ainsi, une onde incidente (pression notée p_i) se propageant

depuis $-\infty$ est réfléchi en $x = 0$ (pression notée p_r) et transmise (pression notée p_t) vers $+\infty$:

$$p_i = A_i e^{j(kx - \omega t)}, \quad (1.1a)$$

$$p_r = A_r e^{j(-kx - \omega t)}, \quad (1.1b)$$

$$p_t = A_t e^{j(kx - \omega t)}. \quad (1.1c)$$

La pression à l'entrée de la cavité ($x = 0$) est notée :

$$p_c = A_c e^{j\omega t}. \quad (1.2)$$

La continuité de la pression en $x = 0$ conduit à :

$$p_i + p_r = p_t = p_c, \quad (1.3)$$

et la continuité du débit acoustique u conduit à :

$$u_i - u_r = u_t + u_c. \quad (1.4)$$

Par suite, on écrit pour la vitesse acoustique axiale notée v :

$$v_i - v_r = v_t + \frac{s}{S} v_c. \quad (1.5)$$

Les relations (1.3) et (1.5) donnent :

$$\frac{v_i - v_r}{p_i + p_r} = \frac{v_t}{p_t} + \frac{s}{S} \frac{v_c}{p_c}. \quad (1.6)$$

En introduisant les quantités Z_1 , Z_2 et Z_c telles que :

$$Z_1 = \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{p_i + p_r}{v_i - v_r} = \frac{A_i + B_r}{A_i - B_r}, \quad (1.7a)$$

$$Z_2 = \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{p_t}{v_t} = 1, \quad (1.7b)$$

$$Z_c = \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{p_c}{v_c}, \quad (1.7c)$$

on trouve :

$$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{Z_2} + \frac{s}{S} \frac{1}{Z_c}. \quad (1.8)$$

Le rapport des amplitudes de la pression réfléchi sur la pression incidente est donnée à partir des relations (1.7) et (1.8) comme :

$$\frac{A_r}{A_i} = -\frac{1}{1 + \frac{2S}{s} Z_c}, \quad (1.9)$$

et par suite

$$\frac{A_t}{A_i} = \frac{A_r}{A_i} + 1 = -\frac{Z_c}{\frac{s}{2S} + Z_c}. \quad (1.10)$$

On définit le coefficient de transmission (en énergie) par :

$$\alpha_t = \left| \frac{p_t}{p_i} \right|^2 = \left| \frac{Z_c}{\frac{s}{2S} + Z_c} \right|^2, \quad (1.11)$$

où Z_c est l'impédance de surface adimensionnée de la cavité, « vue » par le conduit.

Pour une cavité seule, l'impédance Z_t est donnée par :

$$Z_c = -j \cot(kH), \quad (1.12)$$

où k est le nombre d'onde donné par $k = \frac{\omega}{c_0}$ avec c_0 la célérité du son et H la profondeur de la cavité.

Les minimas du coefficient de transmission (correspondant à des maximas pour l'absorption) sont donnés pour $\alpha_t = 0$, c'est-à-dire lorsque $Z_t = 0$. Cette dernière condition est obtenue pour les valeurs discrètes de k notées k_n telles que :

$$k_n H = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, \quad (1.13)$$

soit les fréquences discrètes f_n vérifiant :

$$f_n = (2n + 1) \frac{c_0}{4H}. \quad (1.14)$$

Le premier minima de α_t est atteint lorsque la cavité est accordée en quart d'onde, c'est-à-dire lorsque :

$$H = \frac{\lambda}{4}, \quad (1.15)$$

où λ est la longueur d'onde acoustique.

Si une couche résistive (plaque perforée par exemple) d'impédance notée Z_s , est placée devant la cavité, l'impédance totale adimensionnée du traitement complet (couche résistive + cavité) est donnée par :

$$Z_t = Z_s + Z_c. \quad (1.16)$$

Le coefficient de transmission d'une cavité seule est sensiblement modifiée par la présence de la couche résistive. La figure 1.6 montre le coefficient de transmission obtenu pour une cavité seule ($Z_s = 0$) et pour une cavité couplée à une couche avec une impédance purement résistive ($Z_s = 0.5$), une impédance purement réactive ($Z_s = j$) et enfin une impédance complexe « mixte » ($Z_s = 0.5 + j$). Comme attendu, pour la cavité seule ($Z_s = 0$), le coefficient de transmission admet un minimum en $kH = \pi/2$. Quand la cavité est couverte par une couche résistive, on constate que la partie réelle (résistance) de l'impédance Z_s modifie la valeur du minimum et augmente la largeur du spectre d'absorption. La partie imaginaire (réactance) modifie la position du pic d'absorption.

L'approche proposée ici est simple. Elle met cependant en évidence qu'une connaissance précise de l'impédance de la couche résistive est primordiale pour une prédiction correcte de l'atténuation acoustique en conduit traité.

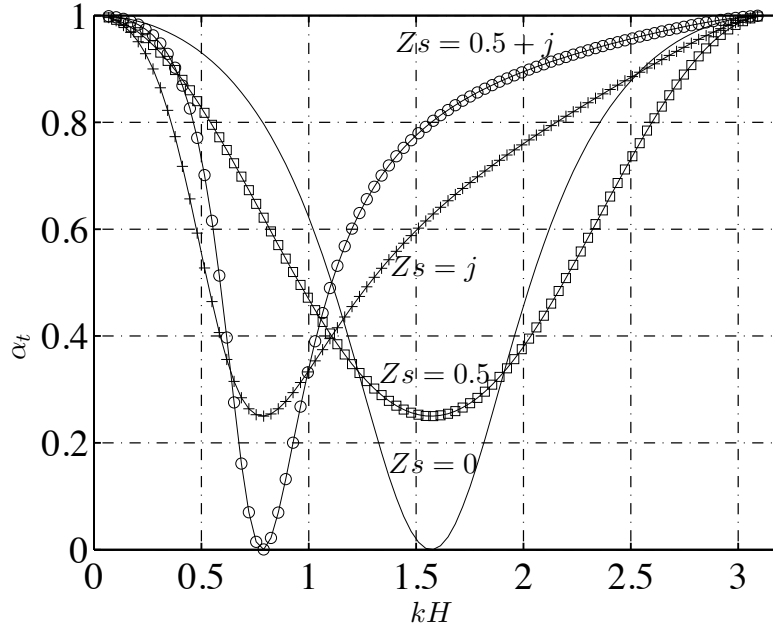


FIG. 1.6 – Influence de l'impédance Z_s de la couche résistive sur le coefficient de transmission α_t , dans un conduit infini avec une cavité branchée. $Z_s = 0$ représente le cas d'une cavité seule.

1.4 Propagation acoustique dans un fluide en mouvement non visqueux et isentropique

L'approximation fluide non visqueux est utilisée lorsque, notamment, on peut négliger les variations des grandeurs physiques au sein de la couche cisailée près des parois. La résolution du problème de la propagation acoustique superimposé à un écoulement dans un tel fluide est alors grandement simplifiée.

1.4.1 Equations de conservation et constitutive

On néglige dans cette partie les effets visqueux (hypothèse de fluide parfait) et les effets de conduction thermique. Dans ce cas les transformations thermodynamiques sont isentropiques ($ds = 0$), c'est-à-dire adiabatiques et réversibles.

On décrit le mouvement du fluide aux moyens des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (1.17a)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p, \quad (1.17b)$$

$$\rho \frac{de}{dt} = -p \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (1.17c)$$

où ρ est la densité, \mathbf{v} le vecteur vitesse, p la pression, e l'énergie interne et $\frac{d}{dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\right)$ la dérivée convective.

Les forces de volume \mathbf{f} s'exerçant sur le fluide ont été intentionnellement omises¹. Elles le seront également par la suite.

Pour les applications rencontrées en acoustique, l'entropie s est souvent utilisée à la place de l'énergie interne e . La loi fondamentale de la thermodynamique pour un processus réversible, donnée par $de = Tds - pd(1/\rho)$, permet alors d'exprimer l'équation de conservation de l'énergie (1.35c) en fonction de l'entropie comme ([43], page 5) :

$$\rho T \frac{ds}{dt} = 0. \quad (1.18)$$

Le mouvement du fluide non visqueux et isentropique est alors décrit par les équations de conservation (1.17a), (1.17b) et (1.18), avec pour inconnues ρ , les composantes de \mathbf{v} , p et s . Pour pouvoir résoudre le problème, il convient d'ajouter une équation supplémentaire, appelée équation d'état, afin de relier la pression aux autres grandeurs thermodynamiques :

$$p = p(\rho, s), \quad (1.19)$$

où ρ et s sont choisies comme grandeurs thermodynamiques indépendantes.

L'équation d'état (1.19) permet de relier formellement les variations de p , ρ et s par :

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s d\rho + \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho ds, \quad (1.20)$$

avec pour un gaz parfait, $\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \frac{\gamma p}{\rho}$ (à entropie constante), $\left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho = \frac{p}{C_v}$ (à densité constante), $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ le rapport des chaleurs spécifiques C_p (à pression constante) et C_v (à volume constant).

1.4.2 Linéarisation des équations

Les fluctuations temporelles des grandeurs physiques dues aux fluctuations de l'écoulement et à la présence d'une onde acoustique sont considérées comme une variation du milieu fluide, autour de son état moyen.

Les solutions ρ , \mathbf{v} , p et s des équations (1.17a), (1.17b) et (1.18) s'écrivent alors comme la somme d'une contribution stationnaire (lié à l'écoulement moyen) et d'une contribution qui dépend du temps (liées à la turbulence et à la perturbation acoustique) :

$$\rho(t) = \rho_0 + \rho'(t), \quad (1.21a)$$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'(t), \quad (1.21b)$$

$$p(t) = p_0 + p'(t), \quad (1.21c)$$

$$s(t) = s_0 + s'(t), \quad (1.21d)$$

avec $\rho' \ll \rho_0$, $|\mathbf{v}'| \ll |\mathbf{v}_0|$, $p' \ll p_0$ et $s' \ll s_0$.

Cette démarche permet de linéariser les équations (1.17a), (1.17b), (1.18) et (1.20) par la suite.

¹Dans le cas où les forces de volume se résument aux seules forces de gravitation, ces dernières sont négligeables devant la force d'entraînement due à l'écoulement.

1.4 Propagation acoustique dans un fluide en mouvement non visqueux et isentropique

On souhaite dans un premier temps, écrire les équations de conservation pour les quantités liées à l'écoulement moyen. Ceci consiste à ne conserver, dans les équations précédentes, que les termes d'ordre 0 issus des développements (1.21) de ρ , \mathbf{v} , p et s .

Ainsi, l'écoulement moyen vérifie :

$$\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}_0) = 0, \quad (1.22a)$$

$$\rho_0 (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 = -\nabla p_0, \quad (1.22b)$$

$$\rho_0 T_0 (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) s_0 = 0. \quad (1.22c)$$

En tenant compte des relations (1.22a) à (1.22c), le report des développements (1.21) à l'ordre 1 dans les relations (1.17a), (1.17b) et (1.18) conduit à l'expression des équations de conservation pour les grandeurs liées à la perturbation de l'écoulement moyen :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho' + \nabla \cdot (\mathbf{v}_0 \rho' + \mathbf{v}' \rho_0) = 0, \quad (1.23a)$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) \mathbf{v}' + \rho_0 (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 + \rho' (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 = -\nabla p', \quad (1.23b)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) s' + \mathbf{v}' \cdot \nabla s_0 = 0, \quad (1.23c)$$

Enfin, l'équation d'état, prise sous la forme (1.20), se réécrit comme :

$$dp = c_0^2 \left[d\rho + \frac{\rho_0}{C_p} ds \right], \quad (1.24)$$

avec $c_0^2 = \frac{\gamma p_0}{\rho_0}$ la célérité adiabatique du son.

En intégrant l'équation précédente entre l'état moyen du fluide défini par les variables p_0 , ρ_0 et s_0 et l'état instantané du fluide défini par p , ρ et s , on trouve l'équation constitutive linéarisée du fluide :

$$p' = c_0^2 \left[\rho' + \frac{\rho_0}{C_p} s' \right]. \quad (1.25)$$

1.4.3 Propagation en conduit traité avec écoulement uniforme

Ce modèle, le plus simple pour décrire la propagation convectée dans un conduit, est souvent utilisé pour les applications d'ingénierie. L'utilisation de ce modèle est justifié lorsque l'épaisseur de la couche limite cisailée près des parois (couche dans laquelle les propriétés du fluide changent) devient négligeable devant les dimensions du conduit et la longueur d'onde. De plus, la séparation des champs hydrodynamique et acoustique en font un outil privilégié pour la résolution analytique de l'équation de propagation dans le conduit.

En outre, le fluide est considéré non visqueux (termes de dissipation négligés) et isentropique ($ds = 0$). Ainsi, les équations qui décrivent le mouvement du fluide sont :

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{d_0 \rho'}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{v}', \quad (1.26a)$$

$$\rho_0 \frac{d_0 \mathbf{v}'}{dt} = \nabla p', \quad (1.26b)$$

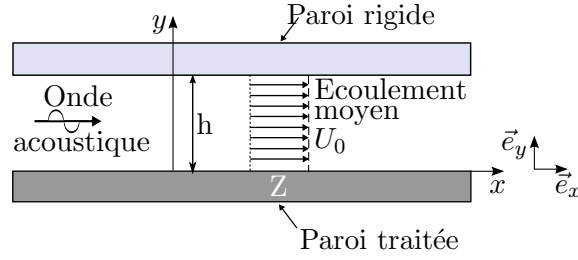


FIG. 1.7 – Propagation acoustique dans un conduit traité avec écoulement uniforme.

avec en supplément, l'équation d'état (1.25) qui, pour un gaz parfait et isentropique, peut se réécrire comme :

$$\frac{d_0 \rho'}{dt} = c_0^2 \frac{d_0 p'}{dt}, \quad (1.27)$$

où $\frac{d_0}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla)$.

Dans le cadre de cette thèse, on restreint le domaine de propagation à la géométrie d'un canal plan comme celui schématisé sur la figure 1.7. On considère donc une variation des grandeurs acoustiques uniquement selon les axes x et y . On note ainsi les composantes du vecteur vitesse acoustique selon $\mathbf{v}' = \{v'_x, v'_y\}^t$. L'écoulement uniforme est parallèle à l'axe x avec une vitesse constante U_0 le long du conduit et suivant la hauteur h du conduit.

Dès lors, après avoir éliminé ρ' à l'aide de l'équation (1.27), les équations (1.26a) et (1.26b) projetées sur les axes portés par les vecteurs unitaires \vec{e}_x et \vec{e}_y se réduisent à :

$$\frac{1}{\rho_0 c_0^2} \left(\frac{\partial p'}{\partial t} + U_0 \frac{\partial p'}{\partial x} \right) = - \left(\frac{\partial v'_x}{\partial x} + \frac{\partial v'_y}{\partial y} \right), \quad (1.28a)$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v'_x}{\partial t} + U_0 \frac{\partial v'_x}{\partial x} \right) = \frac{\partial p'}{\partial x}, \quad (1.28b)$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v'_y}{\partial t} + U_0 \frac{\partial v'_y}{\partial y} \right) = \frac{\partial p'}{\partial y}, \quad (1.28c)$$

Par la suite, on considère une dépendance harmonique des quantités perturbatives (reperées jusqu'à présent par l'exposant $'$). Ainsi toute grandeur $q'(t)$ prend la forme :

$$q'(t) = q(x, y) e^{-j\omega t}, \quad (1.29)$$

avec ω la fréquence angulaire.

1.4.4 Condition limite à l'interface fluide/paroi en écoulement uniforme

Les frontières du domaine de propagation considéré (celui d'un conduit de longueur infinie comme schématisé sur la figure 1.5) font intervenir deux types de condition aux interfaces fluide/paroi en fonction de la nature des parois du conduit d'impédance notée Z .

1.4 Propagation acoustique dans un fluide en mouvement non visqueux et isentropique

La présence d'une paroi rigide ($Z = \infty$) impose une vitesse normale nulle à la paroi soit, pour la pression :

$$\left. \frac{\partial p(x, y)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0. \quad (1.30)$$

Dans le cas où la paroi est traitée par un matériau absorbant ($Z \neq 0$) et en présence d'un écoulement rasant, il est d'usage d'exprimer la condition à la limite non pas directement à la paroi, mais à une distance $y = \delta_y$, de cette dernière. On définit alors une interface qui sépare le domaine fluide (en mouvement) du domaine solide près la paroi du conduit comme schématisé sur la figure 1.8. En outre,

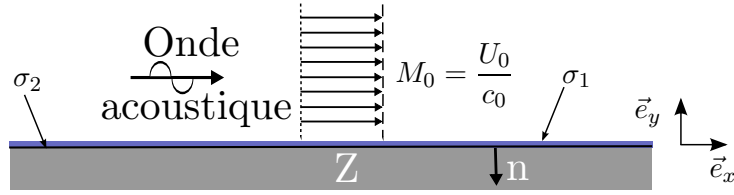


FIG. 1.8 – Condition à la limite pour l'interface fluide/paroi.

σ_1 situé en $y = \delta_y$ et σ_2 situé en $y = 0$, définissent les frontières de la couche limite δ_y près de la paroi (couche limite d'épaisseur très fine devant la longueur d'onde acoustique et la hauteur du conduit) à l'intérieur de laquelle l'écoulement est supposé nul.

Dès lors, la présence d'un traitement acoustique en paroi requiert l'utilisation de la condition limite de Ingard-Myers [49, 75] adaptée au cas d'un écoulement uniforme au dessus d'une surface plane. Cette condition limite découle de la continuité du déplacement acoustique normal ξ_y lorsque $\delta_y \rightarrow 0$. On a ainsi :

$$\xi_y|_{\sigma_1} = \xi_y|_{\sigma_2}. \quad (1.31)$$

On relie la vitesse acoustique v_y au déplacement acoustique ξ_y , tous deux normaux à la paroi traitée, exprimés à la frontière de la région où l'écoulement est uniforme et à la paroi par :

$$v_y|_{\sigma_2} = \left(-jk + M_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \xi_y|_{\sigma_2}, \quad (1.32a)$$

$$v_y|_{\sigma_1} = -j\omega \xi_y|_{\sigma_1}, \quad (1.32b)$$

où k est le nombre d'onde défini par $k = \omega/c_0$ et M_0 est le nombre de Mach de l'écoulement moyen défini comme $M_0 = U_0/c_0$. En introduisant la définition de l'impédance à la paroi donnée par :

$$\begin{aligned} Z &= -\frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{p(x, 0)}{\mathbf{v}(x, 0) \cdot \mathbf{n}} \Big|_{\sigma_2}, \\ &= -\frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{p(x, 0)}{v_y(x, 0)} \Big|_{\sigma_2}, \end{aligned} \quad (1.33)$$

avec \mathbf{n} la normale rentrante à la surface du matériau et en utilisant l'équation de quantité de mouvement suivant la direction y donnée par $\rho_0 \left(-jk + M_0 \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) = \frac{\partial p}{\partial y}$, on trouve la condition limite qui s'applique à l'interface fluide/paroi :

$$\frac{\partial p(x, y)}{\partial y} = \frac{1}{jkZ} \left[-jk + M_0 \frac{\partial}{\partial y} \right]^2 p(x, y), \quad \text{pour } y = \delta_y \rightarrow 0. \quad (1.34)$$

On note que la condition (1.34) tient compte de l'effet de l'écoulement moyen uniforme. Les effets dissipatifs au sein de la couche limite cisailée (due aux frottements moléculaires près de la paroi) sont toutefois ignorés. Par analogie avec le modèle de *Vortex sheet*, utilisé en mécanique des fluides, la condition limite de Ingard-Myers conduit en outre, à considérer une discontinuité de la vitesse de part et d'autre de la couche limite (d'épaisseur très petite devant la longueur d'onde acoustique). La pression et le déplacement restent pour leur part, continus [111]. L'utilisation de la condition limite (1.34) n'est donc pas sans inconvénients et débouche sur plusieurs problèmes majeurs. D'une part, l'utilisation de la condition limite (1.34) en écoulement uniforme est similaire à un problème d'instabilité, connu sous le nom d'instabilité Kelvin-Helmholtz, induite par les efforts de cisaillement lors du mouvement relatif entre deux couches de fluide avec des vitesses différentes. De plus, Brambley montre, dans une publication récente [12], que les critères de stabilité conventionnels ne peuvent être appliqués dans ce cas. Pour ce faire, il est nécessaire de régulariser la condition à la limite (1.34). On trouvera deux tentatives de régularisation de la condition limite dans les travaux récents [89, 14].

1.5 Equations de conservation et constitutive pour un fluide visqueux et compressible

On décrit le mouvement d'un fluide visqueux et compressible aux moyens des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie (1.17a), (1.17b) et (1.18) avec les termes additionnels dûs aux effets dissipatifs dans le fluide. En description *eulérienne* du mouvement du fluide au cours du temps t et en l'absence de densité de forces de volume, de sources de masse et d'énergie, les équations de conservation s'écrivent :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (1.35a)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (1.35b)$$

$$\rho T \frac{ds}{dt} = \Phi - \nabla \cdot \mathbf{q}, \quad (1.35c)$$

avec Φ la fonction de dissipation :

$$\Phi = \tau_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j}, \quad (1.36)$$

$\boldsymbol{\tau}$ le tenseur des contraintes visqueuses tel que :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right), \quad (1.37)$$

\mathbf{q} le flux de chaleur avec pour composantes :

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j}, \quad (1.38)$$

et où ρ est la densité, p la pression, T la température absolue, v_i la composante de la vitesse dans la direction i , s l'entropie, k la conductivité thermique, μ la viscosité dynamique, $\frac{d}{dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right)$ la dérivée convective, δ_{ij} l'indice de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$ pour $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$ pour $i \neq j$). Il est à noter que la convention de sommation d'Einstein s'applique dans les équations (1.36), (1.37) et (1.38).

1.5.1 Propagation acoustique en fluide dissipatif avec un écoulement turbulent

Lorsque l'on considère un écoulement turbulent en fluide dissipatif, les fluctuations de chaque grandeur thermodynamique $q(t)$, sont dues aux fluctuations turbulentes et à la perturbation induite par l'onde acoustique tel que :

$$q(t) = q_0 + q'^{ac}(t) + q^t(t), \quad (1.39)$$

où q_0 dénote la valeur moyenne (moyenne temporelle), $q'^{ac}(t)$ la variation déterministe due au forçage acoustique et $q^t(t)$ la variation aléatoire turbulente.

Afin de s'affranchir des fluctuations temporelles et spatiales de la turbulence, il convient de prendre la moyenne d'ensemble des quantités de l'équation (1.39), généralement repérée par la notation $\langle \cdot \rangle$. Afin de simplifier le propos, on omet intentionnellement par la suite cette notation. Les quantités perturbatives liées à l'acoustique et à la turbulence sont simplement regroupées au sein des termes avec l'exposant '.

En outre, le mouvement du fluide en écoulement turbulent est décrit par les équations linéarisées (1.23a), (1.23b), (1.23c) et (1.25) auxquelles il faut ajouter les termes dissipatifs (effets visqueux et effets de la conduction thermique) liés aux fluctuations turbulentes :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho' + \nabla \cdot (\mathbf{v}_0 \rho' + \mathbf{v}' \rho_0) = 0, \quad (1.40a)$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) \mathbf{v}' + \rho_0 (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 + \rho' (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 = -\nabla p' + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau}' + \boldsymbol{\tau}^t), \quad (1.40b)$$

$$\begin{aligned} \rho_0 T_0 \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) s' + \mathbf{v}' \cdot \nabla s_0 \right] &= (\Phi' + \Phi^t) \\ &\quad - \nabla \cdot (\mathbf{q}' + \mathbf{q}^t), \end{aligned} \quad (1.40c)$$

où $\boldsymbol{\tau}'$, Φ' et \mathbf{q}' représentent les termes « classiques » pour le tenseur des contraintes visqueuses, la fonction de dissipation et le flux de chaleur, définis respectivement par :

$$\tau'_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v'_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v'_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right), \quad (1.41a)$$

$$\Phi' = \tau'_{ij} \frac{\partial v'_i}{\partial x_j}, \quad (1.41b)$$

$$q'_j = -k \frac{\partial T'}{\partial x_j}. \quad (1.41c)$$

La turbulence induit un tenseur de contraintes effectives additionnelles donné par :

$$\tau'^t_{ij} = \overline{\rho v'_i v'_j} - \rho \langle v'_i v'_j \rangle, \quad (1.42)$$

Dans le cas où l'écoulement n'est pas perturbé par l'acoustique, ce tenseur, appelé « tenseur de Reynolds », se réduit à $-\rho \langle v'_i v'_j \rangle$, la notation $\langle \cdot \rangle$ représentant la moyenne d'ensemble pour la contribution turbulente aux contraintes visqueuses. En présence d'une perturbation acoustique, Howe [44] propose de modifier le tenseur de Reynolds, avec une contribution $\overline{\rho v'_i v'_j}$, où la quantité surlignée

symbolise la moyenne d'ensemble de la contribution due aux fluctuations turbulentes en présence du forçage acoustique.

On trouve également \mathbf{q}'^t et Φ'^t le flux de chaleur et la fonction de dissipation effectifs, termes additionnels dus à la turbulence.

Les contraintes additionnelles et le flux de chaleur additionnel, ainsi que la dissipation, dûs à la turbulence sont des termes qu'il faut modéliser. C'est là le problème « épineux » de la fermeture des équations en turbulence. Les modèles les plus simples consistent à considérer une viscosité effective turbulente. C'est cette approche que nous décrivons succinctement dans la section suivante.

1.5.2 Modèle simple de fermeture de type viscosité effective de turbulence

Ce modèle utilise, par analogie avec le modèle du fluide visqueux newtonien, une fermeture faisant appel à une viscosité dynamique effective de turbulence notée μ^t , ou de manière équivalente une viscosité cinématique effective $\nu^t = \frac{\mu^t}{\rho_0}$. La partie déviatoire du tenseur des contraintes dues à la turbulence est alors modélisée comme simplement :

$$\tau'_{ij} = \mu^t \left(\frac{\partial v'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v'_j}{\partial x_i} \right), \quad i \neq j, \quad (1.43)$$

Il s'agit d'un modèle isotrope simple, du même type que le modèle moléculaire classique :

$$\tau'_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v'_j}{\partial x_i} \right), \quad i \neq j. \quad (1.44)$$

La fonction de dissipation effective additionnelle due à la turbulence devient :

$$\Phi'^t = \tau'_{ij} \frac{\partial v'_i}{\partial x_j}, \quad i \neq j, \quad (1.45)$$

Enfin le flux de chaleur dû à la turbulence \mathbf{q}'^t est également modélisé simplement, en le prenant proportionnel au gradient de température, le coefficient de proportionnalité étant la conductivité thermique, notée k^t , due à la turbulence :

$$q'_j = -k^t \frac{\partial T}{\partial x_j}. \quad (1.46)$$

Finalement, on peut décrire le mouvement du fluide par les équations suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho' + \nabla \cdot (\mathbf{v}_0 \rho' + \mathbf{v}' \rho_0) = 0, \quad (1.47a)$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) \mathbf{v}' + \rho_0 (\mathbf{v}' \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 + \rho' (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \mathbf{v}_0 = -\nabla p' + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}'^{tot}, \quad (1.47b)$$

$$\rho_0 T_0 \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_0 \cdot \nabla \right) s' + \mathbf{v}' \cdot \nabla s_0 \right] = \Phi'^{tot} - \nabla \cdot \mathbf{q}'^{tot}, \quad (1.47c)$$

où la partie déviatoire du tenseur total des contraintes visqueuses $\boldsymbol{\tau}'^{tot}$ est donnée par :

$$\tau'^{tot}_{ij} = \tau'^t_{ij} + \tau'_{ij}, \quad (1.48)$$

$$= \mu_e \left(\frac{\partial v'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v'_j}{\partial x_i} \right), \quad i \neq j, \quad (1.49)$$

la fonction de dissipation totale Φ'^{tot} est :

$$\Phi'^{tot} = \Phi' + \Phi^t, \quad (1.50)$$

$$= \tau'_{ij} \frac{\partial v'_i}{\partial x_j}, \quad i \neq j, \quad (1.51)$$

et où les composantes du flux de chaleur total q'^{tot} sont :

$$q'_j{}^{tot} = q'_j + q_j^t, \quad (1.52)$$

$$= -k_e \frac{\partial T}{\partial x_j}, \quad (1.53)$$

avec $\mu_e = \mu + \mu^t$ et $k_e = k + k^t$ les paramètres effectifs pour la viscosité dynamique (somme de la viscosité moléculaire et de la viscosité effective de turbulence) et la conductivité thermique (somme de la conductivité thermique classique et de la conductivité thermique effective due à la turbulence).

Le formalisme (1.47a) à (1.52) constitue le socle sur lequel porte l'étude théorique proposée dans le chapitre 5 concernant la déclinaison des effets de dissipation (d'origines thermo-visqueuse et turbulente) dans la condition limite qui s'applique à la paroi traitée pour les applications de la propagation acoustique en conduit traité avec écoulement turbulent.

1.6 Conclusion

Quelques notions essentielles ont été abordées au cours de chapitre concernant tout d'abord les mécanismes d'absorption dans un conduit dont une paroi est munie d'un traitement acoustique.

L'exemple considéré, a montré la nécessité de connaître de manière précise l'impédance du traitement pour une bonne prédiction du comportement acoustique dans le conduit. En outre, la connaissance de l'impédance des traitements requiert toujours l'emploi des méthodes expérimentales en laboratoire car le comportement acoustique des matériaux absorbants avec écoulement rasant est complexe. Les méthodes de mesure des matériaux absorbants à réaction localisée utilisés au cours de la thèse font l'objet du chapitre 2. Une méthode, basée sur l'exploitation des nombres d'ondes axiaux mesurés dans la zone traitée du conduit, est utilisée dans le chapitre 4 afin de comparer les modèles de résistance acoustique avec écoulement présents dans la littérature aux résultats de mesure de résistance acoustique. Un nouveau modèle empirique de résistance est également proposé.

Dans les troisième et quatrième parties de ce premier chapitre, les équations générales qui régissent le mouvement d'un fluide en mouvement sont abordées. Ces rappels théoriques seront utiles pour décrire, dans le chapitre 3, le problème de la propagation acoustique dans un conduit muni de traitements acoustiques en présence d'un écoulement uniforme (fluide supposé non dissipatif). La validité de la condition limite classique de Ingard-Myers qui s'applique à la paroi traitée, présentée dans la section 1.4.4, sera analysée par le biais de mesures effectuées sur le banc acoustique du Laboratoire de l'Université du Maine avec un matériau absorbant conventionnel à réaction localisée. Une condition limite plus adéquate sera proposée et validée à l'aide de deux méthodes expérimentales différentes (présentées au cours du chapitre 2). Enfin, les équations du mouvement du fluide en présence d'un écoulement turbulent cisailé (fluide dissipatif) sont décrites dans la section 1.5. Ces dernières constituent le point de départ de l'étude théorique du chapitre 5 concernant la déclinaison des effets

dissipatifs (d'origines visco-thermique et turbulente) dans la reformulation de la condition limite à l'interface paroi/fluide.

Chapitre 2

Méthodes expérimentales en conduit traité avec écoulement rasant

Résumé

Ce chapitre présente les méthodes expérimentales mises en oeuvre au Laboratoire de l'Université du Maine concernant la caractérisation des matériaux absorbants en conduit traité de section rectangulaire avec écoulement rasant. Après un descriptif du banc de mesure du LAUM, trois méthodes de mesure sont appliquées à un matériau classique (couche résistive couplée à des cavités résonantes) utilisé pour le traitement acoustique des nacelles d'avions. Aux vues des résultats, seules les méthodes de mesure de la matrice de diffusion et des nombres d'onde axiaux dans la zone du conduit traité sont utilisées au cours des chapitres suivants.

2.1 Introduction

Ce second chapitre vise à présenter les méthodes expérimentales mises en oeuvre au laboratoire pour la caractérisation des matériaux absorbants à réaction localisée en conduit avec un écoulement rasant.

Dans un premier temps, on décrit le banc de mesure du laboratoire. Les aspects liés à la chaîne de mesure ainsi qu'au traitement des données expérimentales sont également exposés.

Ensuite, trois méthodes de mesure sont décrites. La première, appelée méthode « in situ » consiste à déduire l'impédance de la paroi traitée à partir de la fonction de transfert des pressions acoustiques relevées à la surface et dans le fond du matériau.

La deuxième méthode exposée concerne la mesure de la matrice de diffusion de la portion traitée du conduit. Cette méthode a été développée et validée au cours de travaux antérieurs [2] à cette thèse au sein du LAUM. Nous continuerons néanmoins à l'exploiter par la suite, notamment dans le chapitre 3.

Dans le cadre de la présente thèse, une autre méthode a été implantée sur le banc acoustique du laboratoire. Cette dernière vise à fournir les nombres d'onde axiaux dans la partie traitée du conduit à partir des fonctions de transfert en pression mesurées le long de la paroi opposée au traitement acoustique. Nous choisissons d'extraire les nombres d'onde des mesures à l'aide d'un algorithme d'identification paramétrique [109, 110] pas encore utilisé, à notre connaissance, dans le domaine de l'acoustique.

En outre, quelques résultats expérimentaux issus de chacune des méthodes sont présentés. Les intérêts et limitations des méthodes sont également discutés.

2.2 Dispositif expérimental

Avant d'aborder les méthodes de mesure, les aspects liés à l'environnement de mesure sur le banc acoustique du laboratoire sont présentés dans ce qui suit.

2.2.1 Présentation du banc de mesure

Le banc de mesure utilisé au laboratoire pour la caractérisation des matériaux absorbants est schématisé sur la figure 2.1. Ce banc se compose principalement d'un conduit en acier inox à section rectangulaire (de hauteur $b = 100$ mm et de largeur transverse $h = 15$ mm) avec des parois d'épaisseur 10 mm dont la face intérieure est lisse (rugosité $< 0.1\mu\text{m}$). Une portion de ce conduit est modulable pour permettre l'accueil de matériau absorbant (élément 7 sur la figure 2.1) disposé sur l'une de ses parois.

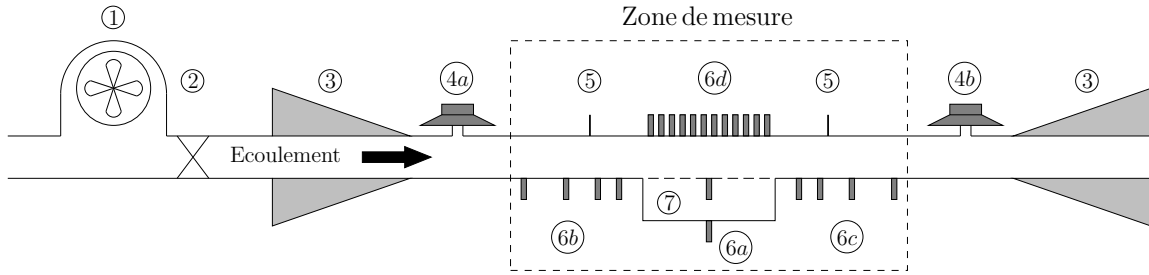


FIG. 2.1 – Schéma du banc. 1 : Compresseur, 2 : débitmètre, 3 : terminaisons anéchoïques, 4a et 4b : sources acoustiques amont et aval, 5 : capteurs de température, 6a : deux microphones utilisés pour la méthode in situ, 6b et 6c : ensemble de quatre microphones amont et quatre microphones aval pour la mesure de la matrice de diffusion, 6d : ensemble de microphones pour la mesure des nombres d'onde acoustique dans la partie traitée, 7 : traitement acoustique.

Un écoulement d'air (rasant au traitement acoustique) est assuré dans le conduit par un compresseur Aerzen Delta Blower GM10S (élément 1 sur la figure 2.1). Le débit volumique est mesuré par un débitmètre ITTBarton 7402 (élément 2) dans sa gamme de fonctionnement linéaire (de 0.03 à 0.157 $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, soit un nombre de Mach moyen sur la section du conduit de 0.05 à 0.3).

Deux sources acoustiques, l'une placée en amont de la zone du conduit traité (élément 4a) et l'autre en aval (élément 4b), permettent de superimposer à l'écoulement des ondes acoustiques dans les directions aval et/ou amont.

Chaque source est composée de deux hauts-parleurs et deux chambres de compression afin d'obtenir des niveaux de pression acoustique allant jusqu'à 140 dB dans la gamme fréquentielle [30-3000] Hz au sein du conduit. L'ensemble est confiné dans un caisson étanche relié de part et d'autre, au conduit par des jonctions souples (afin de ne pas transmettre les vibrations mécaniques).

Les microphones (1/4" B&K 4938 avec préamplificateurs B&K 2670) utilisés pour les trois méthodes de mesure décrites dans la section 2.3 sont disposés dans la zone de mesure le long du conduit comme schématisé sur la figure 2.2(a). La figure 2.2(b) présente la disposition des microphones sur la section du conduit. Tous les microphones (que ce soit dans la zone traitée acoustiquement ou dans la partie non traitée du conduit) sont placés à mi-hauteur du conduit, c'est-à-dire en $z = b/2$. Ceci permet de mesurer uniquement le mode plan (dans la partie rigide du conduit, en amont et en aval du traitement acoustique) pour la plage de fréquence d'intérêt lors des mesures ([100-3000] Hz). En effet, sans écoulement, le premier mode supérieur (noté mode 1 sur la figure 2.2(b)) a une fréquence de coupure¹ théorique de 1715 Hz et le deuxième mode supérieur a une fréquence de coupure théorique de 3430 Hz (mode 2 sur la figure 2.2(b)). Au delà de 1715 Hz, le premier mode supérieur est donc propagatif mais présente un noeud de pression en $z = b/2$ (voir figure 2.2(b)). Le deuxième mode supérieur (noté mode 2 sur la figure 2.2(b)) qui présente un ventre de pression en $z = b/2$ a une fréquence de coupure théorique égale à 3430 Hz, ce qui est au delà de la gamme de fréquence d'intérêt pour les mesures.

¹Pour un conduit rigide avec une section rectangulaire de dimensions transversales L_y et L_z , la fréquence de coupure théorique du mode (m, n) considéré en l'absence d'écoulement, est $f_{mn} = c_0/2 \left[\left(\frac{m}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_z}\right)^2 \right]^{1/2}$ soit respectivement $f_{01} = 1715$ Hz et $f_{02} = 3430$ Hz pour les premier et deuxième modes supérieurs avec $L_y = h = 15$ mm, $L_z = b = 100$ mm et $c_0 \approx 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ la célérité du son à 20 °C dans l'air.

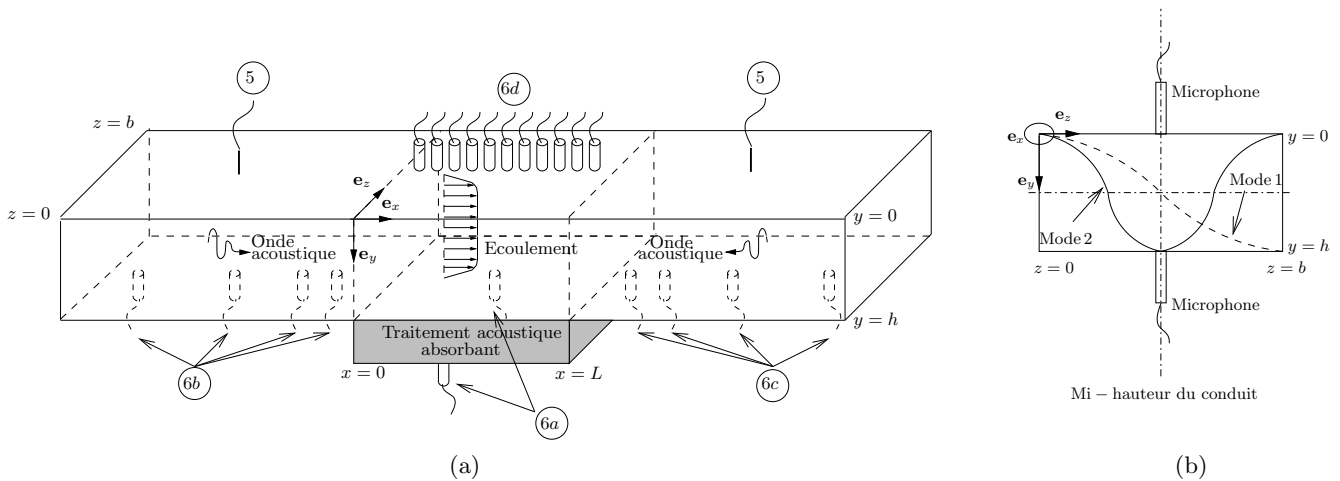


FIG. 2.2 – (a) Zone de mesure et placement des microphones. 5 : capteurs de température, 6a : deux microphones utilisés pour la méthode in situ, 6b et 6c : ensemble de quatre microphones amont et quatre microphones aval pour la mesure de la matrice de diffusion, 6d : ensemble de microphones pour la mesure des nombres d'onde acoustique dans la partie traitée. (b) Profil de pression sur la section du conduit pour les premiers et deuxième modes transverses.

Les microphones débouchent dans le conduit à ras de la paroi intérieure. Les capsules de protection sont ôtées, l'objectif étant d'éviter au maximum que le champ de pression ne soit perturbé par une éventuelle interaction de l'écoulement avec la grille de protection des membranes microphoniques.

La température dans le conduit est également relevée via des capteurs disposés sur la paroi extérieure de part et d'autre de la zone traitée, ce qui permet de pouvoir éventuellement corriger certaines grandeurs physiques (comme le nombre de Mach moyen ou les nombres d'onde acoustique par exemple). On suppose que la température relevée en paroi extérieure est représentative de la température réelle au sein du conduit (par conduction thermique à travers les parois du conduit).

De plus, le conduit amont est suffisamment long ($> 2m$) pour que l'écoulement turbulent soit établi au niveau de la zone de mesure². Ceci est vérifié par une mesure de la perte de charge dans le conduit non traité via deux prises de pression statique pariétale reliées à un manomètre différentiel (colonne à eau). Une des deux prises est maintenue fixe tandis que l'autre est déplacée de proche en proche aux divers emplacements dédiés initialement aux microphones amont et aval (dénotés respectivement 6c et 6d sur la figure 2.1).

Pour un écoulement turbulent établi, la vitesse de frottement v_* est relié au gradient de la pression statique notée p_s en paroi du conduit par la relation suivante :

$$v_* = \left(-\frac{h}{2\rho_0} \frac{d \langle p_s \rangle}{dx} \right)^{1/2},$$

avec ρ_0 la masse volumique du fluide, h la dimension transverse du conduit (le petit côté de la section du conduit dans le cas présent) et où $\langle \rangle$ désigne la moyenne d'ensemble.

²La distance théorique, donnée dans [81] p. 255, nécessaire dans le conduit de mesure du LAUM pour atteindre le régime turbulent pleinement développé (aussi appelé régime établi) à nombre de Mach moyen de l'écoulement égal à 0.3 est ≈ 0.2 m.

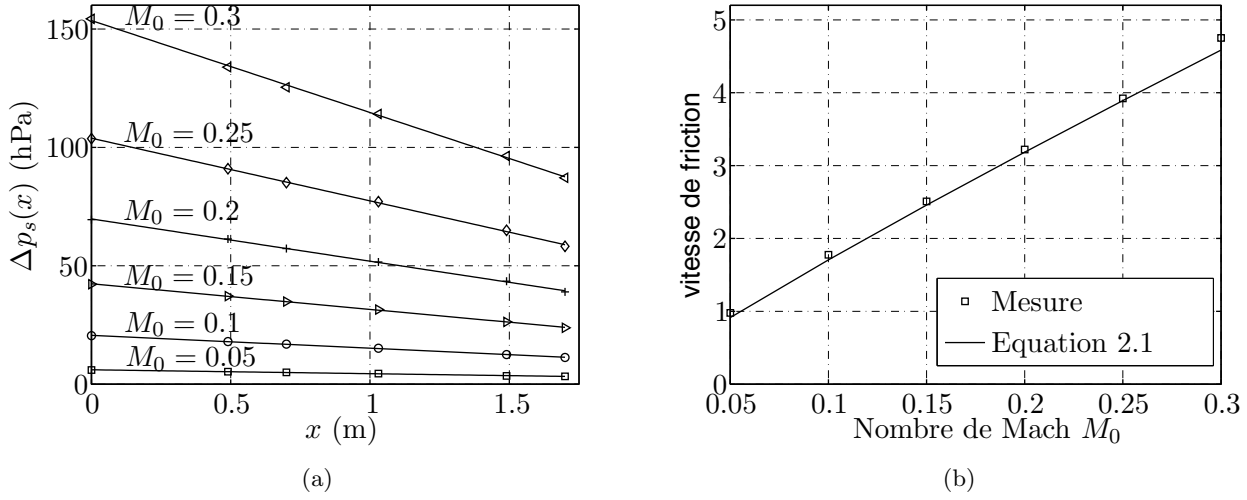


FIG. 2.3 – (a) Différence de pression statique entre la pression dans le conduit et la pression atmosphérique en fonction de la distance x entre les points de mesure. Les symboles indiquent la mesure et les courbes en trait plein le résultat du lissage de la mesure par une fonction affine. (b) Comparaison de la vitesse de frottement mesurée dans le conduit avec la vitesse de frottement prédite par la relation 2.1.

La figure 2.3(a) montre que l'écart de pression statique (plus exactement, il s'agit ici du gradient de la différence de pression entre la pression dans le conduit et la pression atmosphérique) mesurée le long de la paroi du conduit droit suit une loi linéaire. Le gradient de pression statique $\frac{d\langle p_s \rangle}{dx}$ nécessaire pour le calcul de la vitesse de frottement est donné par la pente de $\Delta p_s(x)$. La figure 2.3(b) présente la vitesse de frottement mesurée dans le conduit en fonction du nombre de Mach moyen de l'écoulement dans le conduit droit. Le résultat est en bon accord avec la vitesse de frottement issue de la loi de Darcy pour un conduit à section rectangulaire [25] :

$$v_* = U_0 \sqrt{[0.178 (Re_{d_H})^{-1/5}] / 8}, \quad (2.1)$$

où Re_{d_H} est le nombre de Reynolds calculé à partir du diamètre hydraulique du conduit donné par $d_H = 2(hb)/(h+b)$, de la vitesse moyenne de l'écoulement U_0 (reliée au nombre de Mach moyen par la célérité du son c_0 telle que $U_0 = M_0 c_0$) et de la viscosité cinématique ν ($\approx 1,5 \cdot 10^{-5}$ pour l'air à 20°C) tel que $Re_{d_H} = \frac{U_0 d_H}{\nu}$. Pour la plage d'utilisation du banc acoustique, on trouve $Re_{d_H} \approx 3 \cdot 10^4$ pour $M_0 = 0.05$ et $Re_{d_H} \approx 1,8 \cdot 10^5$ pour $M_0 = 0.3$.

Enfin, les extrémités du conduit de mesure sont équipées de terminaisons anéchoïques afin de réduire les réflexions des ondes acoustiques au niveau de la zone du conduit traité. Chaque terminaison est composée d'un tube non uniformément perforé recouvert d'un tissu. On peut évaluer la performance des terminaisons de part et d'autre de la zone traitée via les coefficients de réflexion en amont (figure 2.4(a)) ou en aval (figure 2.4(b)) de la zone traitée.

Ainsi, si on considère la fonction de transfert H_{ik} entre les pressions mesurées aux positions x_i et

x_k par deux microphones, le coefficient de réflexion est donné par [18],[19] :

$$R = \frac{H_{ik}e^{-jK^+x_k} - e^{-jK^+x_i}}{e^{jK^-x_i} - H_{ik}e^{jK^-x_k}}, \quad (2.2)$$

où K^\pm sont les nombres d'onde axiaux (connus) en conduit rigide.

Les coefficients de réflexion amont (respectivement aval) sont déterminés en considérant les fonctions de transfert en pression mesurées par les microphones présents en amont (respectivement en aval).

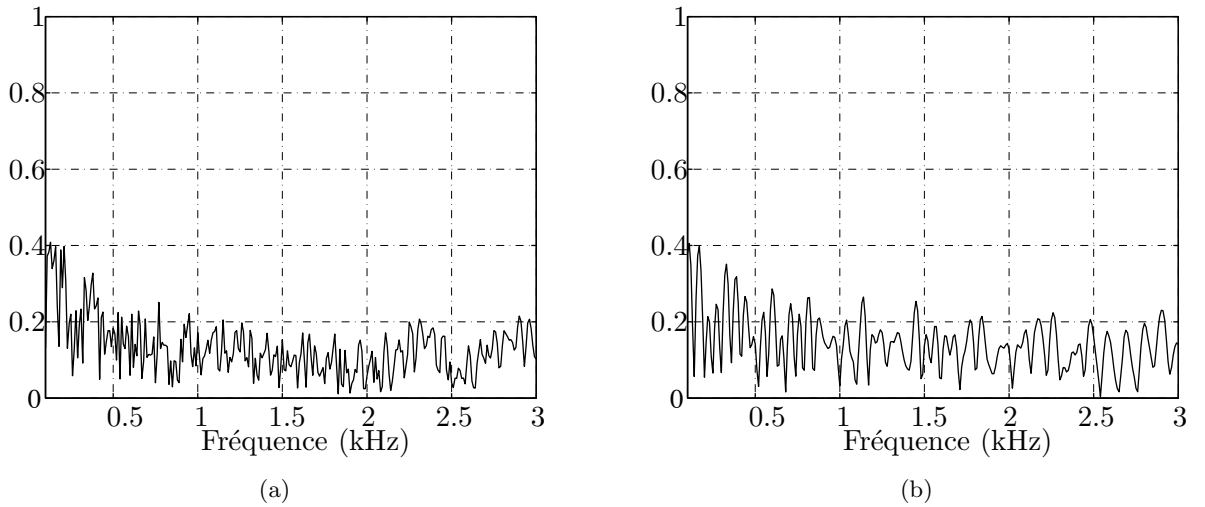


FIG. 2.4 – Efficacité des terminaisons anéchoïques du conduit droit (parois non traitées) en l'absence d'écoulement au niveau de la zone de mesure. (a) Coefficient de réflexion en amont de la zone de mesure, (b) Coefficient de réflexion en aval de la zone de mesure

On peut observer un coefficient de réflexion globalement en-dessous de 0.2 sur la gamme de fréquences [500 – 3000] Hz.

2.2.2 Type de matériau mesuré

Ce travail de thèse porte sur la caractérisation des matériaux classiques utilisés dans l'aéronautique pour le traitement des parois des nacelles comme celui schématisé sur la figure 2.5.

Ces matériaux absorbants sont constitués d'une couche résistive (plaque perforée) à l'arrière de laquelle on trouve un ensemble de résonateurs accordés en quart de longueur d'onde acoustique. Ce type de matériau est dit à réaction localisée. En effet, le cloisonnement empêche la propagation du son latéralement dans les cavités. La réponse de la surface du matériau à une excitation acoustique est donc locale. Par conséquent, l'impédance de tels matériaux ne dépend pas de l'angle d'incidence de l'onde acoustique.

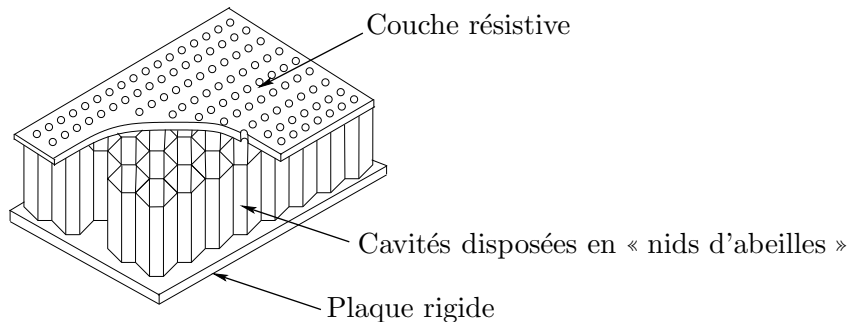


FIG. 2.5 – Schéma d'un matériau absorbant typique mesuré.

Les résultats expérimentaux présentés dans ce document sont issus de mesures effectuées sur ce type de matériau. Sauf mentionné (comme dans le chapitre 3), les matériaux utilisés ont pour caractéristiques

- une plaque métallique d'épaisseur $e = 1.2$ mm,
- un diamètre de perforation $d = 1.3$ mm,
- un taux de perforation de 10.5 % (défini comme le rapport de la surface des perforations sur la surface totale de la plaque),
- une hauteur de cavité $H = 3.75$ cm. Les cellules de diamètre 1 cm environ, sont disposées selon une structure dite « nid d'abeilles ».

2.2.3 Chaîne d'acquisition

Les données recueillies pendant la mesure sont :

- les tensions transmises par les microphones B&K 4938, les préamplificateurs B&K 2670 et les amplificateurs quatre voies B&K Nexus 2690,
- les tensions transmises par les capteurs de température en amont et en aval de la zone traitée,
- le signal d'excitation acoustique envoyé aux sources acoustiques et utilisé comme signal référence pour l'estimation de l'amplitude et de la phase des fonctions de transfert en pression (voir section 2.2.5).

Un chassis Agilent VXI E1432A 16 voies permet l'acquisition (et la conversion numérique) de ces différents signaux analogiques de manière synchronisée avec le signal d'excitation. Une interface réseau VISA-VXI est utilisée pour la communication entre le PC de mesure et Matlab depuis lequel la mesure est pilotée via les commandes de la bibliothèque Me4x (bibliothèque Active X).

Le signal d'excitation acoustique utilisé pour les mesures est une sinusoïde en régime stabilisé durant 500 périodes (cas sans écoulement) et pendant 1000 périodes (cas avec écoulement) à chaque pas de fréquence (10 Hz) sur [100-3000] Hz. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 8192 Hz. L'estimation de l'amplitude et de la phase des fonctions de transfert dans le conduit par la méthode des moindres carrés est implémentée sous Matlab. Cette dernière est présentée dans la section 2.2.5.

2.2.4 Procédure de calibration des microphones

Les microphones de mesure sont calibrés de façon relative. Le dispositif de calibration est schématisé sur la figure 2.6(a).

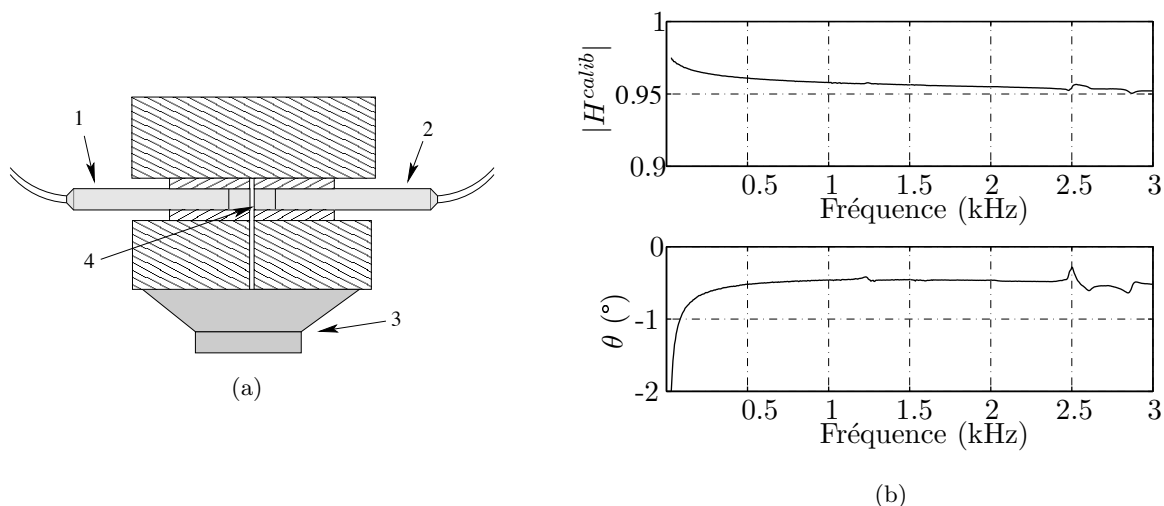


FIG. 2.6 – Calibration relative des microphones. (a) Dispositif de calibration, 1 : microphone de référence, 2 : microphone à calibrer, 3 : source acoustique (chambre de compression), 4 : cavité de couplage. (b) Exemple de fonction de transfert de calibration

Le principe est le suivant : on place deux microphones en vis-à-vis (le microphone de référence noté 1 sur la figure 2.6(a) et le microphone à calibrer noté 2 sur la figure 2.6(a)) séparés par une petite cavité (reliée par un capillaire à une chambre de compression) dans laquelle le niveau de pression est uniforme (à faibles niveaux de pression acoustique, c'est-à-dire en régime linéaire). Les deux microphones sont donc soumis au même champ de pression. On mesure alors la fonction de transfert $H_{12}^{calib} = |H_{12}|^{calib} e^{j\theta_{12}}$ entre les signaux issus des deux microphones sur la gamme de fréquence d'intérêt. Cette fonction de transfert est ultérieurement utilisée comme fonction de correction pour les fonctions de transfert mesurées en conduit traité. La fonction de transfert corrigée H_{12}^{corr} est donc égale à $H_{12}^{corr} = H_{12}^{mes} / H_{12}^{calib}$ avec H_{12}^{mes} la fonction de transfert mesurée dans le conduit.

Il est à noter que le microphone de référence doit être calibré de façon absolue (par exemple avec un pistonphone) si l'on souhaite pouvoir remonter au niveau réel de la pression mesurée en chaque microphone.

2.2.5 Estimation de l'amplitude et de la phase des signaux acoustiques : méthode des moindres carrés

On cherche à estimer les paramètres du signal, mesuré par chaque microphone sous la forme d'une sinusoïde. Parmi les estimateurs les plus classiques se trouvent la détection synchrone et la méthode des moindres carrés. C'est cette dernière méthode qui est retenue pour toutes les mesures effectuées au cours de cette thèse.

a Principe

Le problème consiste à minimiser la fonction d'erreur donnée par :

$$\begin{aligned}
 \rho &= \sum_{n=1}^{N_p} [e(n)]^2, \\
 &= \sum_{n=1}^{N_p} [v(n) - y(n)]^2, \\
 &= [\mathbf{v} - \mathbf{y}]^t [\mathbf{v} - \mathbf{y}],
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

où $\mathbf{y} = [y(1), \dots, y(N_p)]^t$ est le vecteur signal discret observé sur N_p points (signal potentiellement bruité) et $\mathbf{v} = [v(1), \dots, v(N_p)]^t$ est le vecteur signal estimé défini par $v(n) = A \sin(\omega n T_e + \phi)$, ω étant la pulsation et T_e est la période d'échantillonnage. A et ϕ sont respectivement l'amplitude et la phase du signal à déterminer.

En développant la fonction d'erreur ρ , on trouve :

$$\rho = X^2 \mathbf{s}^t \mathbf{s} + Y^2 \mathbf{c}^t \mathbf{c} + 2XY \mathbf{c}^t \mathbf{s} - 2X \mathbf{y}^t \mathbf{s} - 2Y \mathbf{y}^t \mathbf{c} - 2\mathbf{y}^t (\mathbf{y}^t \mathbf{y})$$

avec

$$\begin{aligned}
 X &= A \cos(\phi), Y = A \sin(\phi), \\
 \mathbf{c} &= [c(1), \dots, c(N_p)]^t, \mathbf{s} = [s(1), \dots, s(N_p)]^t, \\
 c(n) &= \cos(\omega_0 n T_e) \text{ et } s(n) = \sin(\omega_0 n T_e) \quad , n = 1, \dots, N_p.
 \end{aligned}$$

Minimiser ρ revient à calculer :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho}{\partial X} &= 0 \\
 \frac{\partial \rho}{\partial Y} &= 0
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

On trouve :

$$\frac{\partial \rho}{\partial X} = 2X \mathbf{s}^t \mathbf{s} + 2Y \mathbf{c}^t \mathbf{s} - 2\mathbf{y}^t \mathbf{s} \tag{2.5}$$

et

$$\frac{\partial \rho}{\partial Y} = 2Y \mathbf{c}^t \mathbf{c} + 2X \mathbf{c}^t \mathbf{s} - 2\mathbf{y}^t \mathbf{c} \tag{2.6}$$

Les paramètres X et Y qui minimisent ρ sont obtenus en résolvant le système suivant :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{s}^t \mathbf{s} & \mathbf{c}^t \mathbf{s} \\ \mathbf{c}^t \mathbf{s} & \mathbf{c}^t \mathbf{c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{y}^t \mathbf{s} \\ \mathbf{y}^t \mathbf{c} \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

soit

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(\mathbf{c}^t \mathbf{c})(\mathbf{y}^t \mathbf{s}) - (\mathbf{c}^t \mathbf{s})(\mathbf{y}^t \mathbf{c})}{(\mathbf{s}^t \mathbf{s})(\mathbf{c}^t \mathbf{c}) - (\mathbf{c}^t \mathbf{s})^2} \\ \frac{(\mathbf{s}^t \mathbf{s})(\mathbf{y}^t \mathbf{s}) - (\mathbf{c}^t \mathbf{s})^t (\mathbf{y}^t \mathbf{c})}{(\mathbf{s}^t \mathbf{s})(\mathbf{c}^t \mathbf{c}) - (\mathbf{c}^t \mathbf{s})^2} \end{pmatrix} \tag{2.8}$$

Par suite, l'amplitude A et la phase ϕ sont déterminés à l'aide de X et Y selon :

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{X^2 + Y^2} \\ \phi &= \arctan \frac{Y}{X} [\pi] \end{aligned} \quad (2.9)$$

En pratique, on mesure les fonctions de transfert en pression dans le conduit de mesure. Afin de se doter d'une référence de phase commune, on choisit d'appliquer la méthode des moindres carrés avec \mathbf{c} (signal référence) choisi comme étant le signal source d'excitation. Le signal en quadrature \mathbf{s} est alors obtenu par la transformée de Hilbert du signal \mathbf{c} .

b Qualité de l'estimateur

Les performances d'un estimateur s'expriment en terme de biais et d'efficacité. Le biais est l'écart entre la valeur exacte et la valeur moyenne estimée. Un estimateur est d'autant meilleur que son biais est faible. L'efficacité traduit la convergence entre la variance des valeurs estimées et la variance limite théorique qui est la meilleure estimation possible de la variance pour un estimateur non biaisé lorsque le signal est perturbé par du bruit additif. Cette variance limite théorique est donnée par la borne de Cramér-Rao [58].

Les figures 2.7(a) et 2.7(b) donnent une indication du biais de l'estimation par la méthode des moindres carrés à travers l'erreur relative moyenne sur l'amplitude et la phase. L'erreur relative moyenne est obtenue à partir de 1000 réalisations de bruit blanc pour chaque rapport signal sur bruit (RSB) et chaque nombre de périodes considérées. Le signal d'observation est composé d'une sinusoïde d'amplitude $A = 1$, avec une phase ϕ uniformément distribuée sur $[-\pi; \pi]$, à laquelle vient s'ajouter un bruit blanc gaussien centré de puissance σ^2 . Etant donné que la puissance de la sinusoïde est $A^2/2$, le RSB (rapport des puissances signal et bruit) exprimé en décibel se réduit à $RSB = 10 \log_{10} (1/(2\sigma^2))$.

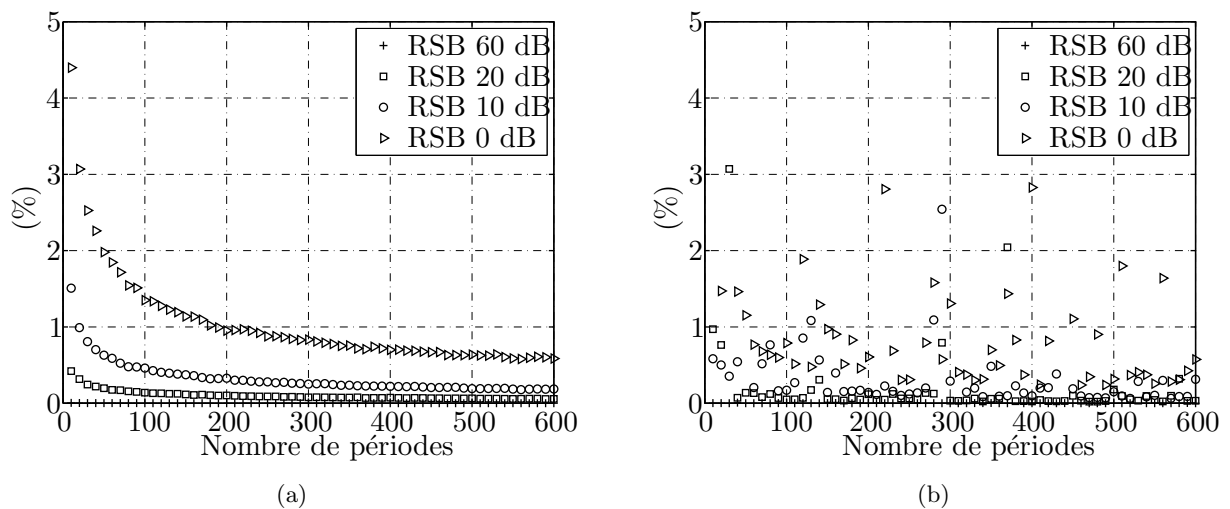


FIG. 2.7 – (a) Erreur relative commise sur l'amplitude du signal estimée en fonction du nombre de périodes. (b) Erreur relative commise sur la phase du signal estimée en fonction du nombre de périodes.

Il est intéressant de noter que l'estimation par la méthode des moindres carrés est non biaisée. En effet, l'erreur commise sur l'amplitude et la phase estimées en l'absence de bruit (pour cela, on considère ici un RSB = 60 dB), est nulle. En présence de bruit blanc additif, l'erreur d'estimation reste inférieure à 1% pour des RSB raisonnables (> 20 dB).

La variance sur l'amplitude et la phase estimées (toujours avec 1000 réalisations de bruit blanc pour chaque RSB et chaque nombre de périodes du signal considérés) est également calculée et comparée à la variance théorique donnée par la borne de Cramer-Rao (voir le calcul en annexe A) sur les figures 2.8(a) et 2.8(b). On observe que l'estimateur est efficace (quelque soit le RSB et le nombre de périodes).

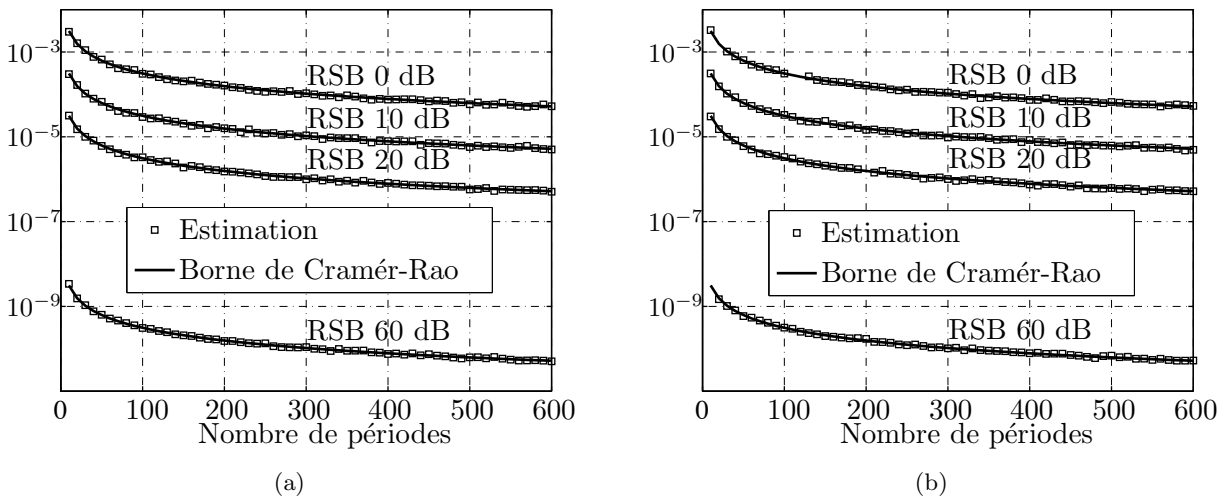


FIG. 2.8 – (a) Variance de l'amplitude du signal estimée en fonction du nombre de périodes. (b) Variance de la phase du signal estimée en fonction du nombre de périodes.

2.3 Méthodes de mesure

Parmi les méthodes expérimentales de caractérisation des matériaux absorbants, on distingue deux types d'approches. La première approche tire profit des méthodes directes, basée sur la mesure de la pression et d'une déduction de la vitesse acoustique par des calculs simples :

- méthode du tube de Kundt sans écoulement [55] et avec écoulement [77]. L'impédance spécifique acoustique du matériau absorbant en incidence normale est déduite du relevé des maxima et minima de la pression acoustique de l'onde stationnaire par une sonde microphonique mobile.
- méthode de Chung et Blaser [18, 19, 84]. L'impédance spécifique acoustique est déduite du coefficient de réflexion par la mesure de la fonction de transfert en pression entre deux microphones fixes. Cette méthode requiert une description précise de la propagation acoustique dans le conduit et du nombre d'onde acoustique.
- méthode des deux microphones dite « in situ » [24, 100, 42, 21, 22, 62]. L'impédance du matériau est déduite de la fonction de transfert en pression mesurée par deux microphones fixes, l'un en surface du matériau et l'autre dans le fond du matériau. Cette méthode, présentée dans la section 2.3.1, est la plus répandue dans la littérature. C'est une méthode intrusive qui est de plus mal adaptée pour la mesure des matériaux de type poreux dans lesquels la propagation acoustique

doit être connue par avance.

On note également l'utilisation des techniques empruntées en mécanique des fluides expérimentale pour la mesure directe de la vitesse acoustique. L'*anémométrie à fil chaud* est utilisée dès 1967 par Ingard et Ising [50] pour l'étude de l'impédance des orifices en présence de forts niveaux acoustiques. Plus récemment, d'autres auteurs utilisent également cette méthode pour l'étude des non-linéarités acoustiques au voisinage d'un orifice [26, 54]. Les méthodes optiques, non intrusives, offrent de nouvelles perspectives concernant la mesure des absorbants et des champs acoustiques et hydrodynamiques en conduit traité avec écoulement turbulent. Dans [73], un nouveau dispositif expérimental est mis en place pour la déduction des traitements absorbants céramiques (ensemble de canaux rectilignes disposés perpendiculairement à l'écoulement rasant). D'une part, la vitesse acoustique à la surface de l'absorbant est directement mesurée par *Vélocimétrie Laser Doppler* et d'autre part la pression à la surface du matériau est classiquement mesurée par l'emploi de microphones. Les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux issus de la méthode « in situ ». On trouve également l'emploi de la *Vélocimétrie par image de particules* utilisée pour l'étude des instabilités hydrodynamiques au dessus d'une plaque perforée dans les travaux de Ozalp *et al.* [80] et à la surface d'un absorbant céramique dans les travaux récents de Marx *et al.* [71].

La seconde approche dite indirecte est basée sur la déduction de l'impédance du traitement acoustique au moyen d'un recalage des quantités mesurées et calculées telles que le coefficient d'atténuation, les coefficients de perte par insertion ou encore la matrice de diffusion.

Armstrong [4] adopte cette approche dès 1971 et propose une méthode de détermination de l'impédance de traitement à partir de la mesure du nombre d'onde axial et de l'équation de dispersion issu du modèle de propagation en guide d'onde infini avec écoulement supposé uniforme sur la section du conduit. Cette idée est récemment reprise dans [52]. Les nombres d'onde y sont déterminés par un algorithme d'identification paramétrique dérivé de la méthode Prony [23], à partir de données extrapolées sur des résultats de mesure de la NASA. Nous reprenons cette démarche directement sur les fonctions de transfert « brutes » qui sont mesurées à intervalle régulier le long de la paroi opposée au traitement acoustique. Les nombres d'onde sont identifiés à l'aide d'un algorithme dit haute résolution performant (« Hankel Total Least Squares ») [109, 110]. Cette méthode est présentée dans la section 2.3.3.

Watson *et al.* [113, 112] ont développé l'approche indirecte en recalant les pressions acoustiques mesurées en différents points du conduit (en amont, en aval et dans la zone traitée du conduit) avec les pressions calculées par un code de calcul par éléments finis.

Une méthode indirecte basée sur le recalage entre la matrice de diffusion mesurée (la technique de mesure est présentée dans la section 2.3.2) de la zone traitée et la matrice de diffusion prédite par un code de calcul de propagation multimodale 1D a été développée au LAUM [5, 67] en géométrie de conduit à section rectangulaire. On trouve une approche similaire dans [28]. D'autres auteurs ont récemment élargi la méthode par un calcul de la matrice de diffusion de la zone de conduit traitée à l'aide d'un code de propagation 3D par éléments finis dans le cas d'une géométrie de conduit à section circulaire [105].

On décrit dans la suite trois méthodes de mesure « conventionnelles » (uniquement basées sur l'utilisation de microphones) appliquées en conduit traité avec le matériau présenté en section 2.2.2 ; la méthode dite « in situ » pour la mesure de l'impédance acoustique du traitement, la méthode de mesure de la matrice de diffusion de la portion traitée du conduit et enfin une méthode de mesure des nombres d'onde acoustique axiaux dans la partie traitée.

2.3.1 Mesure de l'impédance de traitement de paroi, méthode in situ

a Principe de la mesure

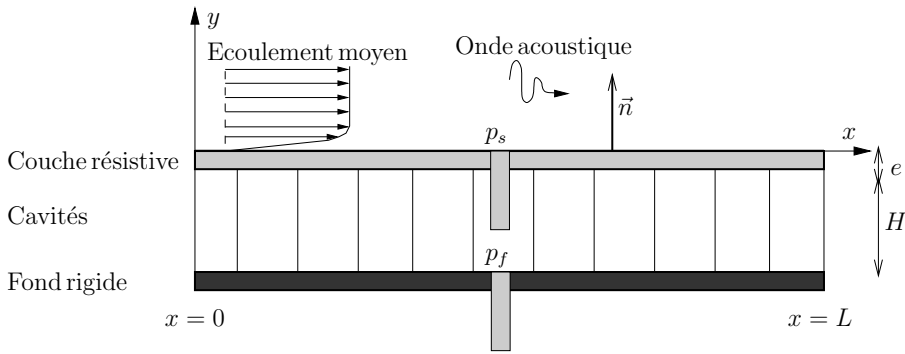


FIG. 2.9 – Configuration de microphones pour la méthode in situ

La méthode dite « in situ », initialement présentée dans la référence [24], requiert l'utilisation de deux microphones (voir figure 2.9), l'un placé en surface du matériau (mesure de la pression p_s) et l'autre au fond des cavités (mesure de la pression p_f) afin de calculer l'impédance adimensionnelle totale notée Z_t du matériau complet (somme de l'impédance notée Z_s de la plaque perforée et de l'impédance des cavités notée Z_c)

$$Z_t = \frac{p(x, 0)}{\rho_0 c_0 v_y(x, 0)}, \quad 0 \leq x \leq L \quad (2.10)$$

avec ρ_0 la masse volumique et c_0 la vitesse du son dans le fluide au repos. $p(x, 0)$, $v_y(x, 0) = \vec{v} \cdot \vec{n}$ et \vec{n} sont respectivement la pression acoustique, la vitesse acoustique normale et la normale sortante (orientée dans le sens de l'axe des y croissants) en un point $(x, 0)$ de la surface du matériau.

Etant donné que l'épaisseur de la couche résistive est fine devant la longueur d'onde acoustique, on considère que la vitesse normale acoustique est égale de part et d'autre des perforations ($v_y(x, -e) = v_y(x, 0)$). La matrice de transfert en formulation pression-vitesse (acoustiques) de part et d'autre des perforations de la couche résistive s'écrit donc :

$$\begin{pmatrix} p(x, 0) \\ v_y(x, 0) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p(x, -e) \\ v_y(x, -e) \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

De plus, leurs dimensions sont telles que les cavités sont le siège d'une onde stationnaire. Dès lors, on peut exprimer la matrice de transfert pression-vitesse d'une cavité par :

$$\begin{pmatrix} p(x, -e) \\ v_y(x, -e) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kH) & j\rho_0 c_0 \sin(kH) \\ j\frac{1}{\rho_0 c_0} \sin(kH) & \cos(kH) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p(x, -e - H) \\ v_y(x, -e - H) \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Combinées à la condition de paroi rigide pour la vitesse acoustique en $y = -e - H$, c'est-à-dire $v_y(x, -e - H) = 0$, les deux relations (2.11), (2.12) fournissent l'impédance spécifique réduite \tilde{Z}_t du traitement complet, liée à la fonction de transfert $H_{sf} = p(x, 0)/p(x, -e - H) = p_s/p_f$ par :

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_t &= \frac{Z_t}{\rho_0 c_0} \\ &= \frac{H_{sf}}{j \sin(kH)}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

b Résultats expérimentaux

On présente ici quelques résultats succincts concernant le matériau dont les caractéristiques géométriques sont décrites dans la section 2.2.2.

La figure 2.10(a) montre la résistance calculée à partir de la relation (2.13) avec la fonction de transfert mesurée H_{sf} . On observe que le résultat (sans écoulement) n'est pas satisfaisant notamment dans la bande fréquentielle autour de $f \approx 1500$ Hz (qui correspond à la résonance³ de l'ensemble plaque perforée/cavités). En effet, l'atténuation est très prononcée (voir figure 2.10(b)) et il en résulte un très faible niveau de pression p_f dans le fond de la cavité ; le rapport $H_{sf} = p_s/p_f$ est alors mal défini.

Les mesures avec écoulement ne sont pas présentées ici mais témoignent également de la difficulté d'assurer un bon RSB concernant le signal en fond de cavité aux fréquences proche de la résonance (le problème est accentué en présence d'écoulement de sens contraire à la propagation acoustique). C'est un problème classique auquel est confronté l'expérimentateur. Ceci est manifeste notamment dans les résultats de mesure présentés récemment dans [66] concernant l'élaboration d'un modèle empirique d'impédance.

³On note l'écart sensible entre la fréquence de résonance du matériau complet située à environ 1500 Hz et la fréquence de résonance en quart d'onde d'une cavité seule située théoriquement autour de 2290 Hz pour la hauteur $H = 3.75$ cm de cavité considérée ici.

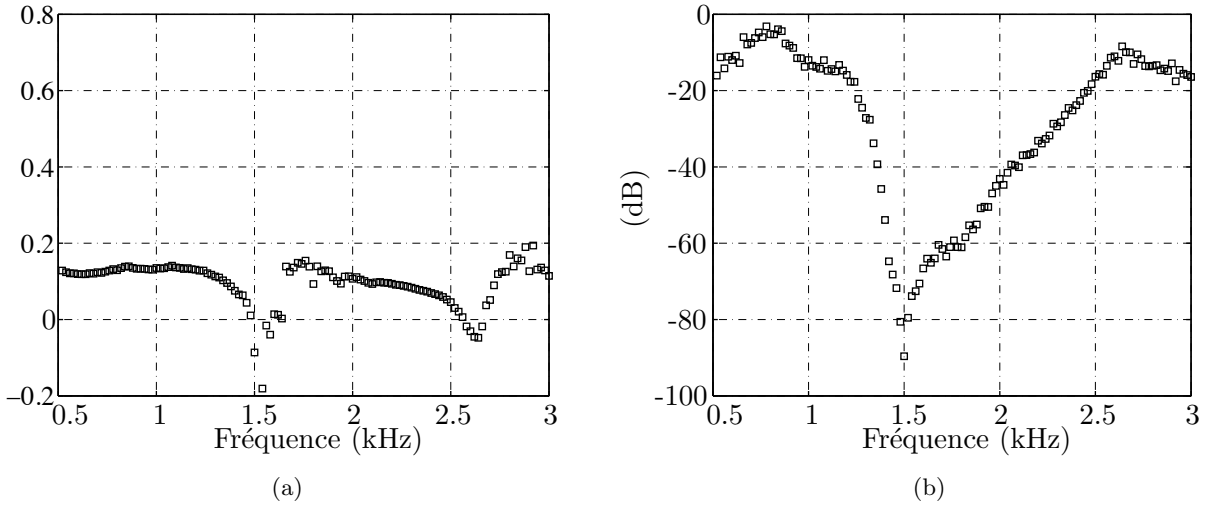


FIG. 2.10 – (a) Résistance mesurée sans écoulement. (b) Différence des niveaux de pression mesurés à la surface du matériau et en fond de cavité donnée par $20 \log_{10}(|H_{sf}|)$.

La méthode in situ a l'avantage d'être relativement aisée à mettre en place (moyennant les problèmes d'étanchéité inhérents à l'écoulement d'air dans le conduit et le placement du microphone de surface) avec un besoin réduit en matériel (deux microphones et un analyseur fréquentiel deux voies peuvent suffire). Cependant, cette méthode est intrusive et il est difficile d'apprécier la perturbation du champ acoustique due à la présence des microphones en en fond de cavité et en surface (dans notre cas ce dernier traverse toute l'épaisseur H du matériau). Il est à noter quelques variantes de la méthode. Dans le cas où le conduit présente une (très) faible épaisseur devant la longueur d'onde, on peut supposer que la variation de pression acoustique selon la dimension transverse du conduit (dimension h) doit être faible. On peut donc remplacer le microphone placé à la surface du matériau par un microphone placé en vis-à-vis sur la paroi opposée du conduit [66]. Une autre alternative consiste à placer le microphone de surface le plus proche possible du matériau (à une distance très inférieure de la longueur d'onde) mais en amont de celui-ci sur la paroi non traitée du conduit [22],[42].

Enfin, Dean [24] rapporte des erreurs de 10% sur la valeur de la résistance acoustique et aux vues de nos résultats, il semble délicat d'exploiter aisément les résultats issus de la méthode in situ avec des matériaux à forte atténuation aux fréquences proches de la résonance. Nous ne retiendrons donc pas cette méthode par la suite.

2.3.2 Mesure de la matrice de diffusion

La matrice de diffusion relie les amplitudes des ondes acoustiques incidentes et transmises de part et d'autre de la zone traitée du conduit. Même si elle fournit une caractérisation de la zone traitée d'un point de vue acoustique, elle ne permet pas de déterminer directement l'impédance des traitements absorbants. Pour ce faire, elle doit être utilisée conjointement à un modèle de prédiction en conduit traité (voir par exemple [5] concernant la méthode inverse de déduction de l'impédance des absorbants avec écoulement développée par Aurégan *et al.* au LAUM).

La mesure de la matrice de diffusion en conduit traité a fait l'objet de travaux antérieurs à cette

thèse au sein du laboratoire. Le lecteur est donc invité à se reporter aux références [2, 67] pour les détails complets concernant la méthode.

Dans ce qui suit, nous décrivons toutefois les points clés pour plus de clarté ainsi que quelques résultats expérimentaux concernant les coefficients de la matrice de diffusion pour le conduit traité (sur une longueur de $L = 10$ cm) avec le matériau présenté en section 2.2.2.

a Principe de la mesure

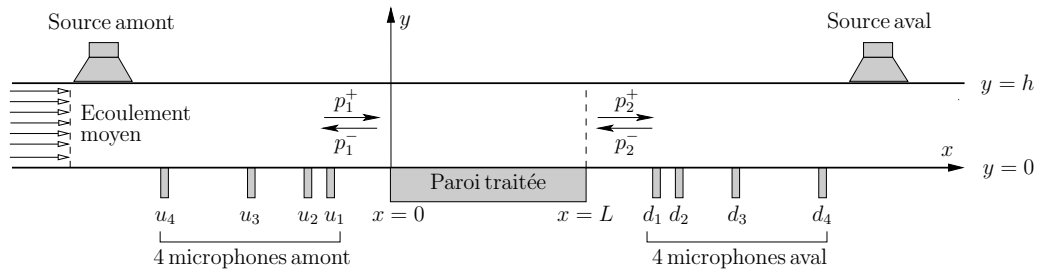


FIG. 2.11 – Configuration expérimentale pour la méthode de mesure de la matrice de diffusion.

Pour une onde plane, la zone traitée du conduit peut être considérée comme un biporte acoustique caractérisé par sa matrice de transfert notée $[\mathbf{T}]$, ou de manière équivalente, par sa matrice de diffusion notée $[\mathbf{S}]$ et donnée par :

$$\begin{pmatrix} p_1^- \\ p_2^+ \end{pmatrix} = [\mathbf{S}] \begin{pmatrix} p_1^+ \\ p_2^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R^+ & T^- \\ T^+ & R^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1^+ \\ p_2^- \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

où T^+ et T^- sont les coefficients de transmission anéchoïques, R^+ et R^- étant les coefficients de réflexion anéchoïques. En outre, la matrice de diffusion relie les amplitudes des ondes transmises p_1^- et p_2^+ aux amplitudes des ondes incidentes p_1^+ et p_2^- en amont et en aval de la zone traitée (voir figure 2.11). On trouvera dans [86], une revue des techniques concernant la mesure des éléments de $[\mathbf{S}]$.

La méthode utilisée au laboratoire est basée sur la technique des « deux sources » permettant d'obtenir deux états linéairement indépendants du conduit. Le premier est obtenu avec une excitation acoustique du conduit via la source en amont de la zone traitée (mesure dénotée I par la suite) et le second avec une excitation due à la source placée en aval (mesure dénotée II).

La matrice de diffusion est calculée à partir des fonctions de transfert mesurées dans les deux états du conduit [2] :

$$\begin{bmatrix} (p_1^-/p_1^+)^I & (p_1^-/p_2^-)^{II} \\ (p_2^+/p_1^+)^I & (p_2^+/p_2^-)^{II} \end{bmatrix} = [\mathbf{S}] \begin{bmatrix} 1 & (p_1^+/p_2^-)^{II} \\ (p_2^-/p_1^+)^I & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Les exposants (I et II) indiquent l'état du système.

En principe le déterminant du second membre de droite ne s'annule pas étant donné l'indépendance des deux états ; dans ce cas $(p_2^-/p_1^+)^I \neq (p_1^+/p_2^-)^{II}$.

Les coefficients des matrices (membres de gauche et de droite de la relation (2.15)) nécessaires au calcul de la matrice \mathbf{S} sont déterminés à partir des fonctions de transfert entre microphones selon :

$$(p_i^-/p_i^+)^I = \frac{H_{u_k u_j}^I e^{-jK^+ x_{u_j}} - e^{-jK^+ x_{u_k}}}{e^{jK^- x_{u_j}} - H_{u_k u_j}^I e^{jK^- x_{u_k}}},$$

où $H_{u_k u_j}^I$ est la fonction de transfert entre les microphones u_k and u_j obtenue durant la mesure I, K^+ and K^- sont les nombres d'ondes du conduit rigide dans les directions de propagation aval et amont, respectivement. x_{u_j} est la position du microphone amont u_j par rapport à l'entrée de la zone traitée. Les autres éléments sont obtenus de la même manière. Leur expression est donnée dans [2] (pages 31-32).

La méthode mise en place dans le cadre de travaux antérieurs [2, 67] au LAUM tire profit de l'utilisation de 4 microphones en amont et 4 microphones en aval de la zone traitée (voir figure 2.11). Les microphones amont u_1, u_2, u_3 et u_4 ainsi que les microphones aval d_1, d_2, d_3 et d_4 sont disposés le long du conduit selon $x_{u_1} - x_{u_2} = x_{d_1} - x_{d_2} = 63.5$ mm, $x_{u_1} - x_{u_3} = x_{d_1} - x_{d_3} = 211.5$ mm, $x_{u_1} - x_{u_4} = x_{d_1} - x_{d_4} = 700$ mm. Le bord amont du matériau est placé à 330.3 mm du microphone u_1 et le bord aval est placé à 380.3 mm du microphone d_1 .

En outre, ceci permet une surdétermination des coefficients de transmission et de réflexion de part et d'autre de la zone traitée et une réduction des imprécisions de mesure notamment lorsque la longueur d'onde est proche de la mi-distance entre microphones [1],[52],[74].

b Résultats expérimentaux

Les figures 2.12(a) et 2.12(b) présentent les résultats de mesures effectuées en conduit traité (avec le matériau présenté en section 2.2.2 de longueur égale à 100 mm) sans écoulement et avec écoulement (nombre de Mach moyen sur la section $M_0 = 0.2$).

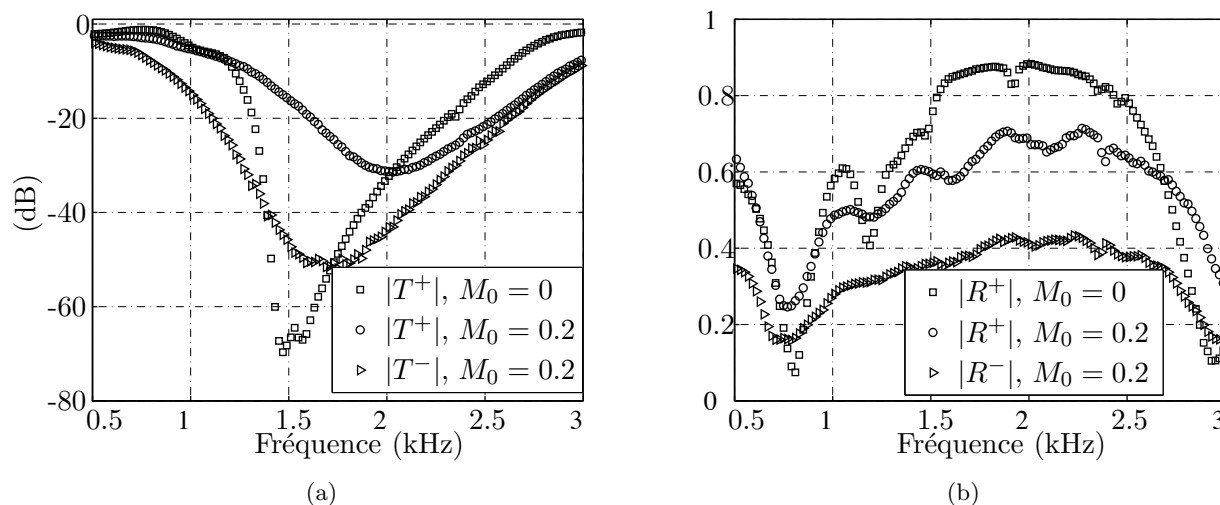


FIG. 2.12 – Coefficients de la matrice de diffusion mesurée sans écoulement ($M_0 = 0$) et avec écoulement ($M_0 = 0.2$). (a) Coefficients de transmission, (b) coefficients de réflexion.

Intentionnellement, seuls les coefficients de transmission $|T^+|$ et de réflexion $|R^+|$ sont présentés sur la figure 2.12 dans le cas sans écoulement ($M_0 = 0$). En effet, dans ce cas le biporte constitué par la zone du conduit traité est réciproque, c'est-à-dire $|T^+| \approx |T^-|$ et symétrique d'où $R^+ \approx R^-$. Ainsi, les courbes expérimentales pour les coefficients de transmission $|T^+|$ et $|T^-|$ d'une part, et pour les coefficients de réflexion R^+ et R^- d'autre part, sont très proches.

Les figures 2.12(a) et 2.12(b) montrent que les comportements en transmission et en réflexion sont sensiblement modifiés par l'écoulement (ici le nombre de Mach moyen sur la section du conduit est $M_0 = 0.2$). Pour le comportement en transmission, on observe sur la figure 2.12(a) que la propagation acoustique amont (coefficient $|T^-|$), de sens contraire à l'écoulement, conduit à une meilleure atténuation qu'en propagation acoustique aval (coefficient $|T^+|$). La figure 2.12(b) montre que la réflexion des ondes acoustiques en présence d'écoulement est globalement diminuée comparativement au cas sans écoulement. De plus, comme attendu, la réflexion des ondes pour la propagation amont (coefficient $|R^+|$) est plus importante que pour la propagation aval (coefficient $|R^-|$).

La méthode de mesure présentée précédemment, conduit à caractériser la portion du conduit traité avec un absorbant acoustique en présence d'écoulement rasant par le biais des coefficients de transmission et de réflexion. Néanmoins, seule la matrice de diffusion mesurée ne permet d'obtenir directement l'impédance du matériau. Pour ce faire, on a recours à l'approche dite indirecte qui consiste à recalculer les matrices de diffusion mesurée et calculée (par exemple par le biais de la méthode multimodale exploitée par Aurégan *et al.* dans [5] ou par le biais d'un code de propagation par éléments finis [112, 105]).

La méthode décrite ici est applicable aux biportes acoustiques dits passifs, ce qui est supposé être le cas de la partie du conduit traitée avec les matériaux mesurés au cours de cette thèse. Toutefois, Ajello montre dans ses travaux de thèse [2] qu'il est possible en modifiant la présente méthode, de

généraliser la mesure de la matrice de diffusion aux cas des biportes actifs qui comportent des sources internes acoustiques (bruit de ventilateur, bruit de turbulence d'un diaphragme, sifflement, etc.).

Enfin, la présente méthode tire profit des dimensions du conduit du LAUM (faible épaisseur $b = 15\text{mm}$ de la section), du placement des microphones (situés en $z = b/2$, voir section 2.2.1) et de la gamme de fréquences considérées ($\leq 3000\text{ Hz}$). Tout ceci favorise la mesure des seules ondes planes dans le conduit rigide (celles transmises et réfléchies de part et d'autre en amont et en aval du traitement acoustique), la méthode ne prend pas en compte l'effet des modes supérieurs.

2.3.3 Mesure des nombres d'ondes dans la partie traitée du conduit

a Principe de la méthode

Le banc de mesure est modifié pour permettre le placement de microphones sur la paroi face au traitement acoustique (voir figure 2.13). D'un point de vue technologique, le diamètre extérieur des supports de microphones et le diamètre des microphone lui-même fixent l'espacement minimal entre microphones. On choisit de limiter les microphones au nombre de $M = 11$ régulièrement espacés de $\Delta_x = 2\text{cm}$ le long de la paroi opposée au matériau de longueur $L = 200\text{ mm}$. Un nombre de microphones plus important nécessiterait alors également une longueur de traitement plus importante et une exploitation des fonctions de transfert mesurées rendue plus difficile du fait de la trop importante atténuation des ondes par le matériau.

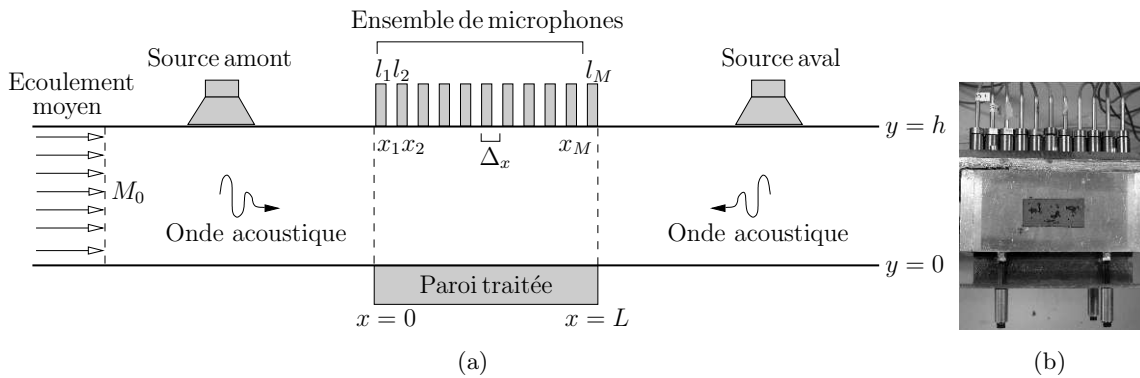


FIG. 2.13 – (a) Configuration de microphones pour la méthode de mesure des nombres d'onde acoustique dans la zone de conduit traité. (b) Photographie (vue de dessus) de la zone de mesure composée d'une portion de conduit, d'un caisson étanche (dans lequel se trouve le traitement acoustique) et du réseau de microphones.

Plusieurs travaux concernant les conduits et tubes rigides [52, 17, 59] montrent qu'il est relativement aisé d'utiliser un tel réseau de microphones afin de déterminer les caractéristiques telles que la vitesse d'écoulement, le débit, le coefficient de réflexion ou encore le nombre d'onde acoustique du mode plan.

Dans le cas où une partie du conduit est traitée, de multiples réflexions apparaissent aux interfaces parois rigides/traitées (plus particulièrement aux basses fréquences) et les modes évanescents, ainsi que l'atténuation due à la présence du matériau, viennent perturber la mesure des modes.

Dès lors, on a recours aux méthodes dites « haute résolution » (comparativement à la transformée de Fourier et aux méthodes d'identification basées sur l'analyse spectrale) afin d'extraire les paramètres pertinents.

Dans le cadre de cette étude, le problème réside dans l'identification des nombres d'ondes axiaux $k_{x_n}^{\pm}$ dans la partie traitée du conduit (pour $0 < x < L$) où le champ de pression le long de la paroi opposée au traitement peut s'écrire comme une somme tronquée à l'ordre K

$$p_m = \sum_{n=1}^K c_n z_n^{m-1}, \quad m = 1, \dots, M, \quad (2.16)$$

avec c_n les amplitudes complexes, z_n les pôles du système liés aux nombres d'onde par $z_n = e^{-ik_{x_n}^{\pm} \Delta x}$.

On décrit dans la suite comment identifier ces nombres d'ondes à partir d'un petit ensemble de fonctions de transfert $H_{lm}l_{ref} = p_m/p_{ref}$ mesurées en $x_m = (m-1)\Delta x$ et en $y = h$. p_{ref} désigne la pression de référence choisie (on pourra par exemple utiliser $l_{ref} = l_1$ pour l'identification des nombres d'onde aval $k_{x_n}^+$).

L'équation (2.16) montre qu'identifier les $2K$ paramètres inconnus (les amplitudes complexes c_n et les pôles complexes z_n) requiert $2M \geq K$, avec M le nombre de microphones et K le nombre de pôles à estimer (aussi égal au nombre de modes à estimer). Le problème n'est pas trivial. En effet, l'équation (2.16) possède une dépendance linéaire en amplitude mais présente une dépendance non-linéaire vis-à-vis des pôles.

Les méthodes haute résolution présentes dans la littérature pour l'identification d'une telle somme d'exponentielles complexes amorties, se classent principalement en deux familles (excepté notamment pour la méthode dite « Matrix Pencil » [47]) :

- les méthodes d'identification issues des équations de prédiction linéaire [63], [108], [68]
- les méthodes basées sur la décomposition de l'espace vectoriel du signal bruité en un sous-espace signal « utile » et un sous-espace bruit [64],[95], [94], [109],[110].

En outre, ces méthodes présentent l'avantage d'éviter les éventuels écueils liés à l'identification de paramètres par les méthodes optimisation : choix des valeurs initiales, temps de convergence des solutions, problèmes des minima locaux, coût de calcul, etc.

Les auteurs de travaux récents [53] se proposent d'exploiter une méthode appartenant à la première catégorie sur des données de simulation (code de propagation acoustique en écoulement uniforme par éléments finis) recalés sur les données expérimentales de la NASA [56] en conduit traité avec écoulement supposé uniforme, pour déduire des nombres d'onde identifiés, l'impédance de paroi traitée. En réalité, Armstrong *et al.* [4] furent les premiers à proposer une méthode de mesure de l'impédance de traitement de paroi à partir de la mesures des nombres d'onde. En outre, les deux méthodes tirent profit de l'équation de propagation en conduit infini traité et des conditions aux limites basées sur la continuité du déplacement acoustique normal au matériau pour calculer les nombres d'onde transverse (via la relation de dispersion) et par suite l'impédance de paroi.

Pour notre part, nous choisissons d'exploiter la méthode d'identification dite « Hankel Total Least-Squares »(HTLS) [109, 110], qui appartient à la seconde famille précitée, basée sur le sous-espace signal

et moins sensible au bruit de mesure que les méthodes issues de la première famille.

La première étape de l'algorithme HTLS consiste à arranger les données disponibles (en l'occurrence, les fonctions de transfert en pression $H_{lm}l_{ref}$ mesurées le long de la paroi opposée au traitement) dans une matrice de Hankel notée \mathbf{H} de dimensions $L \times J$:

$$\mathbf{H}_{L \times J} = \begin{bmatrix} H_{l_1 l_{ref}} & H_{l_2 l_{ref}} & H_{l_3 l_{ref}} & \cdots & H_{l_J l_{ref}} \\ H_{l_2 l_{ref}} & H_{l_3 l_{ref}} & \ddots & \vdots & \\ H_{l_3 l_{ref}} & & \ddots & & \\ \vdots & & \vdots & & \\ H_{l_L l_{ref}} & \cdots & \cdots & H_{l_{M-1} l_{ref}} & H_{l_M l_{ref}} \end{bmatrix},$$

avec L et J choisis de tels que $L > K$, $J > K$ et $M = L + J - 1$.

La matrice \mathbf{H} peut être factorisée comme :

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{SCT}^t \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ z_1^1 & z_2^1 & \ddots & z_K^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots \\ z_1^L & z_2^L & \dots & z_K^L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \cdots & c_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & z_1^1 & \cdots & z_1^J \\ 1 & z_2^1 & \ddots & z_2^J \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots \\ 1 & z_K^1 & \dots & z_K^J \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.17)$$

où \mathbf{S} et \mathbf{T} sont des matrices de Vandermonde construites à partir des pôles z_n et \mathbf{C} est une matrice diagonale composée des amplitudes complexes c_n . L'exposant t désigne la transposée matricielle. Les méthodes conduisant à une telle factorisation existent mais posent un certain nombre de problèmes sur le plan numérique [11].

La décomposition en valeurs singulières de la matrice \mathbf{H} donnée par :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{L \times J} &= \mathbf{U}_{L \times L} \mathbf{\Sigma}_{L \times J} \mathbf{V}_{J \times J}^H \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{U}_K & \mathbf{U}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_K & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Sigma}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_K & \mathbf{V}_0 \end{bmatrix}^H, \end{aligned} \quad (2.18)$$

permet d'accéder de manière plus robuste et stable aux différents sous-espaces vectoriels (le sous-espace bruit et le sous-espace associé au bruit) à partir des matrices unitaires \mathbf{U} et \mathbf{V} , qui regroupent les vecteurs singuliers à gauche et à droite, respectivement. L'exposant H dans (2.18) désigne le transposé matriciel.

Deux cas de figure sont à discerner :

- En l'absence de bruit, $\mathbf{\Sigma}_0 = \mathbf{0}$. La matrice \mathbf{H} est de rang déficient et le nombre de valeurs singulières dans l'équation (2.18) est égal au nombre K de pôles (et donc à K nombres d'onde).
- En présence de bruit, $\mathbf{\Sigma}_0 \neq \mathbf{0}$. La matrice \mathbf{H} est de rang plein et seules les K premières valeurs singulières correspondent aux pôles du signal. Les $L - K$ valeurs singulières restantes correspondent au bruit.

Notons que HTLS est un cas particulier de ESPRIT-TLS [94] (« Rotational Invariance Techniques Total Least Squares »), une méthode d'identification issue de l'algorithme ESPRIT très répandue dans la littérature. En effet, il y a équivalence entre la décomposition en valeurs singulières de la matrice de données \mathbf{H} à structure de Hankel et la décomposition en valeurs propres de la matrice de covariance des données sur laquelle est basée ESPRIT. Néanmoins, HTLS propose l'avantage de réduire le bruit par « filtrage » des valeurs singulières.

A partir de (2.17), il est aisé de constater que la matrice \mathbf{S} vérifie la propriété d'invariance par rotation, c'est-à-dire :

$$\mathbf{S}^\downarrow \mathbf{Z} = \mathbf{S}^\uparrow \quad (2.19)$$

où \mathbf{S}^\downarrow et \mathbf{S}^\uparrow sont les matrices issues de \mathbf{S} en omettant la dernière et la première ligne, respectivement. \mathbf{Z} est une matrice diagonale de dimension $K \times K$ avec pour éléments les K pôles du signal $z_k, k = 1, \dots, K$.

Les expressions (2.17) et (2.18) possèdent la même structure. Par comparaison, on en déduit que les colonnes de \mathbf{S} et de \mathbf{U}_K engendrent le même sous-espace vectoriel. Les matrices \mathbf{S} et \mathbf{U}_K sont donc égales à une multiplication près par une matrice carrée non singulière $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{K \times K}$ telle que :

$$\mathbf{U}_K \approx \mathbf{S}\mathbf{Q} \quad (2.20)$$

En imposant la propriété d'invariance par rotation aux vecteurs singuliers à gauche

$$\mathbf{U}_K^\uparrow \approx \mathbf{S}^\uparrow \mathbf{Q}, \quad (2.21a)$$

$$\mathbf{U}_K^\downarrow \approx \mathbf{S}^\downarrow \mathbf{Q}, \quad (2.21b)$$

et en utilisant (2.19), on réécrit (2.21a) comme $\mathbf{U}_K^\uparrow \approx \mathbf{S}^\downarrow \mathbf{Z}\mathbf{Q}$. En utilisant (2.21b), on trouve

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_K^\uparrow &\approx \mathbf{U}_K^\downarrow \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{Z}\mathbf{Q} \\ &\approx \mathbf{U}_K^\downarrow \hat{\mathbf{Z}} \end{aligned} \quad (2.22)$$

et étant donné que les valeurs propres de $\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{Z}\mathbf{Q}$ et \mathbf{Z} sont égales, les pôles sont déterminés par :

$$\{z_k\}_{k=1}^K = \text{eig}(\hat{\mathbf{Z}}) \quad (2.23)$$

Si on introduit $\Delta \mathbf{U}_K^\uparrow$ comme étant un terme perturbatif dû au bruit tel que :

$$\mathbf{U}_K^\downarrow \hat{\mathbf{Z}} = \left(\mathbf{U}_K^\uparrow + \Delta \mathbf{U}_K^\uparrow \right),$$

la solution au sens des moindres carrés de (2.22) consiste à trouver $\hat{\mathbf{Z}}$ qui minimise la norme $\|\Delta \mathbf{U}_K^\uparrow\|^2$. Dans ce cas, on fait l'hypothèse que seule la matrice \mathbf{U}_K^\uparrow est bruitée.

Une voie d'amélioration apportée par l'algorithme HTLS consiste à considérer que non seulement \mathbf{U}_K^\uparrow est bruité mais également \mathbf{U}_K^\downarrow (hypothèse plus réaliste en pratique). On cherche alors la solution $\hat{\mathbf{Z}}$ de l'équation (2.22) au sens des moindres carrés totaux, celle qui minimise $\|[\Delta \mathbf{U}_K^\downarrow \Delta \mathbf{U}_K^\uparrow]\|^2$ pour

$$\left(\mathbf{U}_K^\downarrow + \Delta \mathbf{U}_K^\downarrow \right) \hat{\mathbf{Z}} = \left(\mathbf{U}_K^\uparrow + \Delta \mathbf{U}_K^\uparrow \right).$$

La solution est donnée par (voir [37]) :

$$\hat{\mathbf{Z}} = -\hat{\mathbf{V}}_{21}\hat{\mathbf{V}}_{22}^{-1} \quad (2.24)$$

avec $[\mathbf{U}_K^\downarrow \mathbf{U}_K^\uparrow] = \hat{\mathbf{U}}\hat{\mathbf{\Sigma}}\hat{\mathbf{V}}$ la décomposition en valeurs singulières de la matrice augmentée $[\mathbf{U}_K^\downarrow \mathbf{U}_K^\uparrow]$ de dimension $L \times 2K$ avec $\hat{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}_{11} & \hat{\mathbf{V}}_{12} \\ \hat{\mathbf{V}}_{21} & \hat{\mathbf{V}}_{22} \end{bmatrix}$.

b Choix de l'ordre de modélisation K

Le choix de l'ordre de modélisation K se rapporte au nombre d'exponentielles complexes amorties à estimer présentes dans le signal disponible. Une sous-estimation du paramètre K conduit à une estimation biaisée des pôles du système alors qu'une surestimation tend à lisser le bruit. Le choix de ce paramètre est donc d'une importance cruciale.

De nombreuses méthodes ont été développées afin de répondre à cette question. Les plus classiques sont la méthode du maximum de vraisemblance [10] et les critères issus de la théorie de l'information [114] parmi lesquels les critères AIC (« Akaike Information Criterion ») [3], MDL (« Minimum Description Length » [97, 91]) ou encore EDC (« Efficient Detection Criterion ») [115].

Ces méthodes sont basées sur la minimisation d'une fonction coût contruite à partir des valeurs singulières $\{\sigma_1, \dots, \sigma_L\}$ de la matrice de données \mathbf{H}

$$\text{ITC}(k) = -(L-k)k \ln \left(\frac{\left(\prod_{q=k+1}^L \sigma_q^2 \right)^{\frac{1}{L-k}}}{\frac{1}{L-k} \sum_{q=k+1}^L \sigma_q^2} \right) + k(2L-k) C(J) \quad (2.25)$$

On trouve dans [7] les différentes valeurs de $C(J)$

- $C(J) = 1$ pour le critère AIC
- $C(J) = 1/2 \ln(J)$ pour le critère MDL
- $C(J) = \sqrt{J \ln(\ln J)}$ pour le critère EDC.

Il est à noter également l'existence de deux critères plus récents qui exploitent directement les propriétés d'invariance du sous-espace de la matrice de Hankel \mathbf{H} . Le premier critère [7] (« EStimator ERror ») consiste à trouver l'ordre de modélisation k ($k = 1, \dots, K$) qui minimise au sens des moindres carrés, l'erreur résiduelle $\|\Delta \mathbf{U}_K^\uparrow\|^2$. Le second [83] (« Subspace-based Automatic Model Order Selection ») est basé sur la minimisation d'un critère construit à partir des valeurs singulières de la matrice augmentée $[\mathbf{U}_k^\uparrow \mathbf{U}_k^\downarrow]$. Bien que dans les cas particuliers où ils sont testés, ces deux critères semblent plus robustes que les critères AIC, MDL et EDC, ils conduisent à des résultats contradictoires dans le cadre de notre application (nombre de signaux disponibles et ordre de modélisation K petits) et seront omis dans ce qui suit.

c Application

Nous présentons dans cette section l'application de l'algorithme HTLS à l'identification des nombres d'onde axiaux dans la zone du conduit traité avec le matériau évoqué précédemment (voir section 2.2.2) et pour une propagation acoustique aval (source amont active). Les paramètres L et J sont choisis de telle sorte que \mathbf{H} soit « la plus carrée possible », ce qui doit conduire à une séparation optimale du sous-espace signal et du sous-espace bruit [109], ainsi $L \approx J \approx M/2$.

Les performances de l'algorithme HTLS (en terme de biais et d'efficacité) sont données dans la littérature [16] pour deux exemples de signaux modélisés (un exemple traite le cas de l'identification des paramètres d'une somme de deux exponentielles complexes amorties dont les valeurs sont très proches) en fonction du rapport signal sur bruit. On trouve également une comparaison avec les algorithmes d'estimation basés sur les équations de prédiction linéaire (théoriquement moins performants). Dans le cas de somme d'exponentielles complexes amorties, il n'y a pas de formulation analytique pour le calcul des bornes de Cramér-Rao. Elles sont donc calculées numériquement.

Pour les besoins de la validation de l'algorithme HTLS appliqué à l'identification des nombres d'onde axiaux, nous aurions pu également quantifier la qualité de l'estimation sur des données issues de simulation (par la méthode multimodale en conduit traité par exemple). Il nous a semblé néanmoins intéressant (afin également d'éviter tout doublon avec ce qui est présenté dans le chapitre 2) d'appliquer directement l'algorithme HTLS sur des données expérimentales, avec le minimum de connaissance a priori concernant la qualité des mesures et le nombre d'exponentielles à estimer.

On se place ainsi intentionnellement dans le cas de la déduction de l'impédance des traitements acoustiques de manière « quasi » directe (autorisant potentiellement une implémentation temps réel de l'algorithme HTLS).

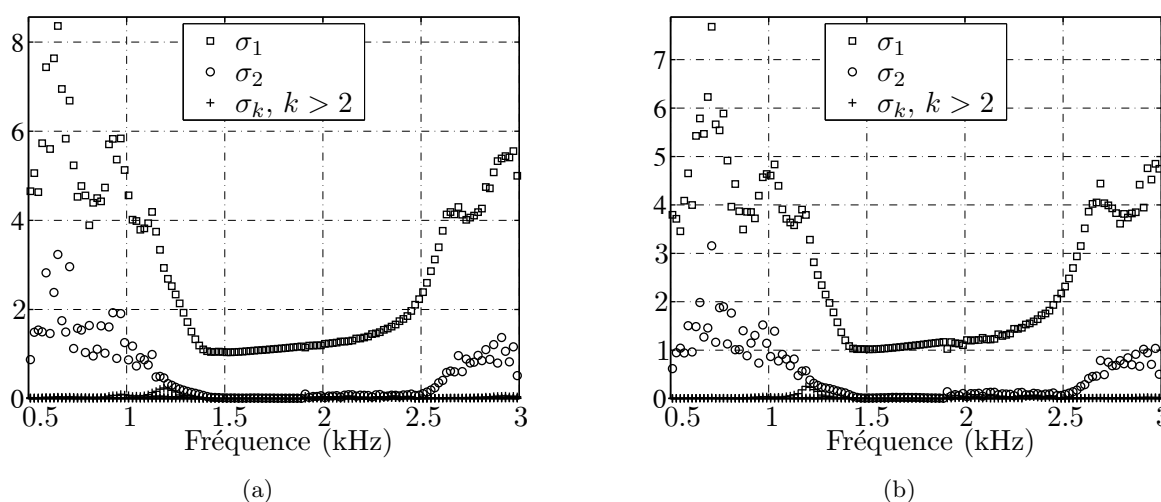


FIG. 2.14 – Valeurs singulières notées σ_k de la matrice de données \mathbf{H} sans écoulement ($M_0 = 0$). (a) Nombre de microphones $M = 11$, (b) Nombre de microphones $M = 9$.

Les travaux de Jing et al. [53] suggèrent de ne pas considérer les points de mesure proches des interfaces parois rigides/traitées afin de tenter de s'affranchir au mieux de l'effet des modes supérieurs évanescents. On juge donc en premier lieu de l'emploi ou non des microphones situés aux extrémités du traitement.

Les valeurs singulières de la matrice \mathbf{H} construite avec les fonctions de transfert $H_{l_m l_1}$ sont représentées en fonction de la fréquence sur les figures 2.14(a) ($m = 1, \dots, 11; M = 11$) et 2.14(b) ($m = 2, \dots, 10; M = 9$) pour $M_0 = 0$ (cas sans écoulement).

Le cas avec écoulement ($M_0 = 0.2$) est présenté figures 2.15(a) ($m = 1, \dots, 11; M = 11$) et 2.15(b) ($m = 2, \dots, 10; M = 9$).

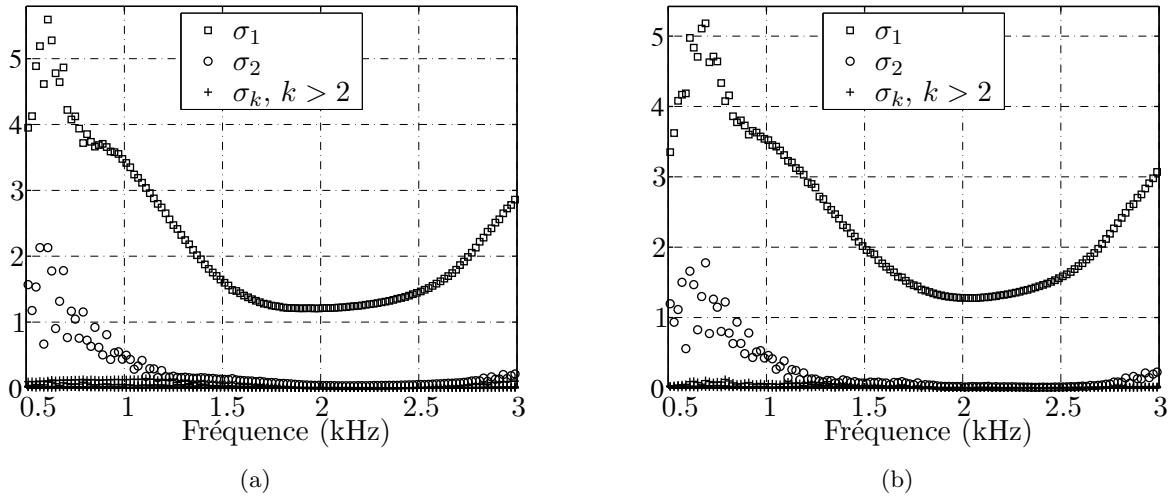


FIG. 2.15 – Valeurs singulières de la matrice de données \mathbf{H} avec écoulement ($M_0 = 0.2$). (a) Nombre de microphones $M = 11$, (b) Nombre de microphones $M = 9$.

On constate que l'allure des valeurs singulières ne diffèrent que peu entre les deux configurations ($M = 11$ et $M = 9$).

De plus, on peut observer que seule la première valeur singulière notée σ_1 est significative sur la quasi-totalité de la bande fréquentielle considérée (hormis en dessous de 1.25 kHz et au delà de 2.5 kHz où la seconde valeur singulière notée σ_2 émerge).

Dans l'hypothèse d'un bruit inexistant (hypothèse de travail), on se souvient d'après les remarques faites lors de l'exposé de la méthode HTLS, qu'à chaque valeur singulière correspond un mode acoustique. On en déduit donc déjà que seul le nombre d'onde du mode plan aval noté k_0^+ (ou le nombre d'onde du mode plan amont k_0^- dans le cas d'une excitation depuis l'aval vers l'amont du conduit via la source aval) ne pourra être correctement identifié.

Doit-on pour autant fixer $K = 1$ dans tous les cas de figure rencontrés ici (quelquesoit la valeur de M fixée et quelquesoit la fréquence considérée sur la plage d'intérêt [500 – 3000] Hz) ?

Pour répondre à cette question, nous affichons le nombre d'onde axial du mode quasi-plan k_0^+ identifié en faisant varier K de 1 à 3. A titre de comparaison, le nombre d'onde identifié avec la moyenne $\langle K \rangle$ des ordres de modélisation issus des trois critères AIC, MDL et EDC est également

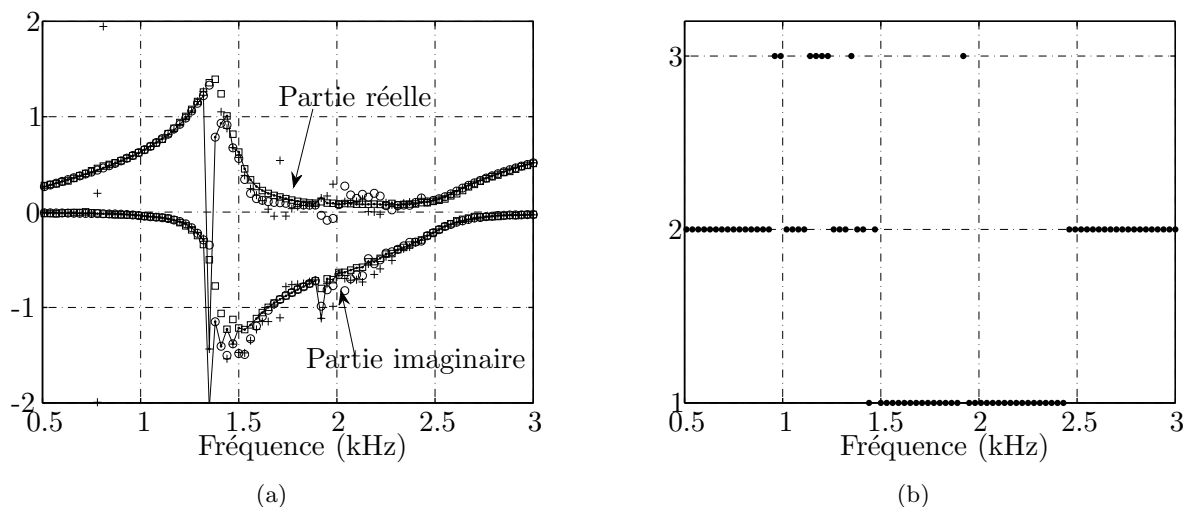


FIG. 2.16 – (a) Nombre d'onde k_0^+ estimé avec la méthode HTLS sans écoulement ($M_0 = 0$) en fonction de l'ordre de modélisation K avec un nombre de microphones $M = 11$, symbole (\square) : $K = 1$, symbole (\circ) : $K = 2$, symbole (+) : $K = 3$, symbole (---) : $\langle K \rangle$ Moyenne des ordres de modélisation issus de la minimisation des critères AIC, MDL et EDC. (b) $K = \langle K \rangle$ Moyenne des ordres de modélisation issus de la minimisation des critères AIC, MDL et EDC sans écoulement ($M_0 = 0$) avec un nombre de microphones $M = 11$.

reporté.

Sans écoulement (figures 2.16(a) et 2.17(a)), les résultats montrent peu de différences et il est difficile de statuer sur la valeur de l'ordre de prédiction à adopter pour une identification correcte du nombre d'onde $k_{x_0}^+$. Néanmoins, la dispersion (non montrée ici) des ordres K issus des trois modèles de prédiction (AIC, MDL et EDC) se révèle plus importante dans le cas où $M = 9$ (par rapport à la dispersion observée avec $M = 11$). Ceci semble indiquer qu'identifier le nombre d'onde $k_{x_0}^+$ à l'aide des données disponibles sur l'ensemble des microphones (dans ce cas $M = 11$) conduit à un meilleur résultat.

En revanche, en présence d'écoulement ($M_0 = 0.2$), les figures 2.18(a) et 2.19(a) montrent des résultats très contrastés. En effet, pour $M = 11$, l'estimation du nombre d'onde axial du mode quasi plan k_0^+ pour $K = 2$, $K = 3$ et $K = \langle K \rangle$ (moyenne des trois critères) semble tendre vers un lissage du bruit. Le graphique qui présente la moyenne des trois critères en fonction de la fréquence (figure 2.18(b)) donne une valeur de $\langle K \rangle = 3$ autour de 1 kHz et au delà de 2.6 kHz. Ceci n'est pas cohérent avec le « spectre » des valeurs singulières (figure 2.15(a)) dans lequel seules les 2 premières valeurs singulières sont significatives.

La figure 2.19(a) présente le nombre d'onde k_0^+ estimé à l'aide des seuls 9 microphones centraux ($m = 2, \dots, 10$; les microphones aux extrémités $m = 1$ et $m = 11$ sont ignorés). On observe un bon accord et une faible dispersion quelquesoit l'ordre de modélisation choisi. Nous choisirons $K = \langle K \rangle$ et $M = 9$ par la suite pour l'identification des nombres d'onde axiaux dans la zone du conduit traitée en présence d'écoulement rasant.

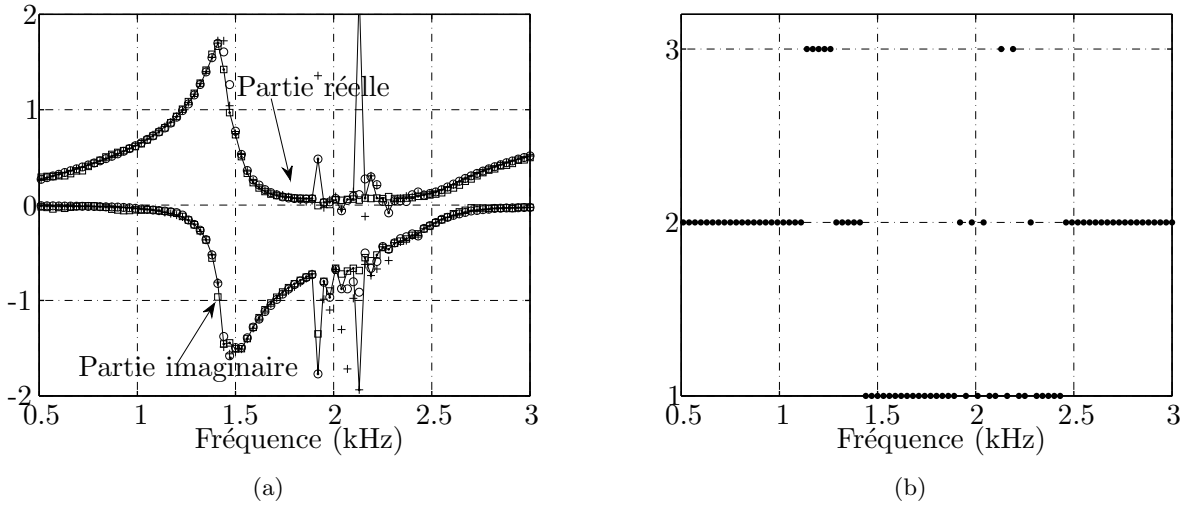


FIG. 2.17 – (a) Nombre d'onde k_0^+ estimé avec la méthode HTLS sans écoulement ($M_0 = 0$) en fonction de l'ordre de modélisation K avec un nombre de microphones $M = 9$, symbole (\square) : $K = 1$, symbole (\circ) : $K = 2$, symbole ($+$) : $K = 3$, symbole ($---$) : $\langle K \rangle$ Moyenne des ordres de prédiction issus de la minimisation eds critères AIC, MDL et EDC. (b) $\langle K \rangle$ Moyenne des ordres de modélisation issus de la minimisation des critères AIC, MDL et EDC sans écoulement ($M_0 = 0$) avec un nombre de microphones $M = 9$.

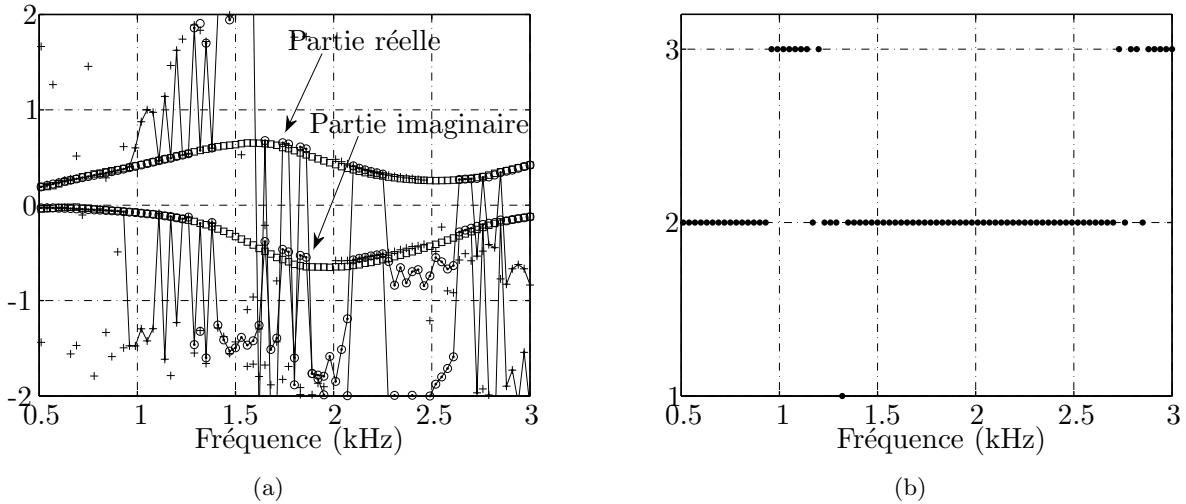


FIG. 2.18 – (a) Nombre d'onde k_0^+ estimé avec la méthode HTLS avec écoulement ($M_0 = 0.2$) en fonction de l'ordre de prédiction K avec un nombre de microphones $M = 11$, symbole (\square) : $K = 1$, symbole (\circ) : $K = 2$, symbole ($+$) : $K = 3$, symbole ($---$) : $\langle K \rangle$ Moyenne des ordres de modélisation issus de la minimisation des critères AIC, MDL et EDC. (b) $\langle K \rangle$ Moyenne des ordres de modélisation issus de la minimisation des critères AIC, MDL et EDC avec écoulement ($M_0 = 0.2$) avec un nombre de microphones $M = 11$.

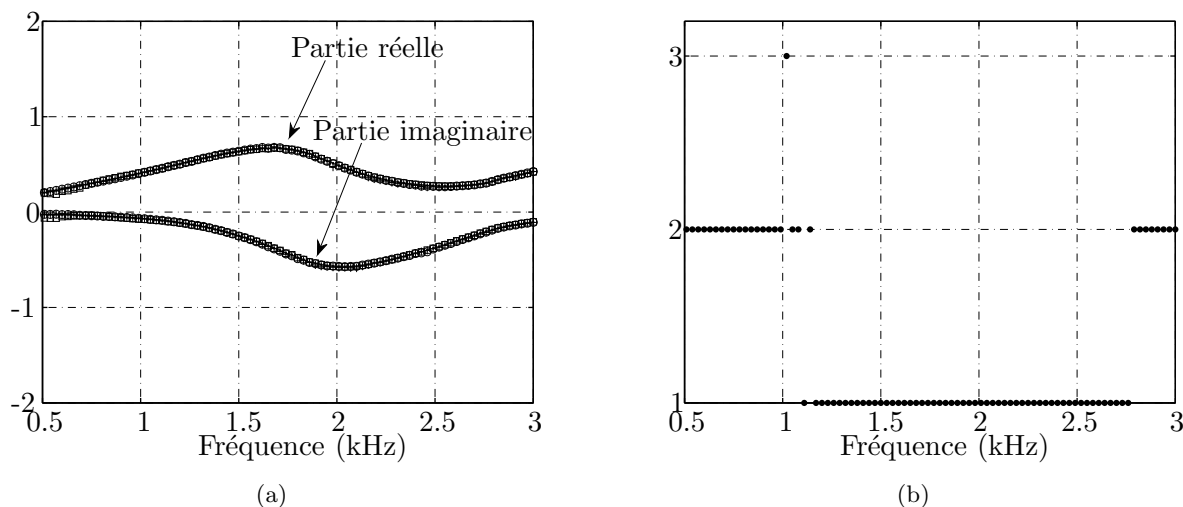


FIG. 2.19 – (a) Nombre d’onde k_0^+ estimé avec la méthode HTLS avec écoulement ($M_0 = 0.2$) en fonction de l’ordre de prédiction K avec un nombre de microphones $M = 9$, symbole (\square) : $K = 1$, symbole (\circ) : $K = 2$, symbole ($+$) : $K = 3$, symbole ($---$) : $\langle K \rangle$ Moyenne des ordres de modélisation issus de la minimisation des critères AIC, MDL et EDC. (b) $K = \langle K \rangle$ Moyenne des ordres de modélisation issus de la minimisation des critères AIC, MDL et EDC avec écoulement ($M_0 = 0.2$) avec un nombre de microphones $M = 9$.

En résumé, le nombre d’onde axial $k_{x_0}^+$ (correspondant à la propagation aval pour l’onde quasi plane dans la zone du conduit traité) est identifié via l’algorithme HTLS avec les paramètres suivants :

- Sans écoulement : $M = 9$ ($m = 2, \dots, 10$) et $K = \langle K \rangle$ (moyenne des ordres de prédiction issus des critères AIC, MDL et EDC présentée en figure 2.15(b)).
- Avec écoulement : $M = 11$ ($m = 1, \dots, 11$) et $K = \langle K \rangle$ (moyenne des ordres de prédiction issus des critères AIC, MDL et EDC présentée en figure 2.17(b)).

De la même manière, le nombre d’onde axial $k_{x_0}^-$ (correspondant à la propagation amont pour l’onde quasi plane dans la zone du conduit traité) est identifié avec les paramètres suivants :

- Sans écoulement : $M = 9$ ($m = 10, \dots, 2$) et $K = \langle K \rangle$ (moyenne des ordres de prédiction issus des critères AIC, MDL et EDC).
- Avec écoulement : $M = 11$ ($m = 11, \dots, 1$) et $K = \langle K \rangle$ (moyenne des ordres de prédiction issus des critères AIC, MDL et EDC).

Ainsi, on choisit comme valeur du paramètre K (essentiel à une identification des nombres d’onde correcte), la moyenne des ordres donnés par les critères de prédiction AIC, MDL et EDC. Cette proposition est validée dans le chapitre 2 pour $M_0 = 0$ et $M_0 = 0.2$ par comparaison des nombres d’onde axiaux $k_{x_0}^\pm$ identifiés via l’algorithme HTLS (avec les 11 microphones pour le cas sans écoulement

et avec les 9 microphones centraux pour le cas avec écoulement) avec la matrice de diffusion mesurée. Les résultats pour $M_0 = 0.3$ sont reportés en annexe B.

La méthode précédemment décrite consiste à extraire les nombres d'onde dans le conduit traité à l'aide des fonctions de transfert en pression mesurées le long de la paroi opposée au traitement acoustique (voir figure 2.13(a)). Ces fonctions de transfert sont exploitées via l'algorithme dit haute résolution HTLS. Les résultats sont sensibles au choix des paramètres tels que l'ordre de prédiction. Néanmoins, l'utilisation des critères de choix classiques présents dans la littérature (comme les critères AIC, MDL et EDC) semble pouvoir lever cette difficulté et guider l'expérimentateur dans sa prise de décision. Il est également possible de définir un critère de choix pour l'ordre de prédiction basé sur l'analyse des valeurs singulières significatives (choix empirique d'une valeur seuil par exemple).

Le principal intérêt de la méthode réside dans le fait qu'elle permet aisément, à l'aide des nombres d'onde identifiés et des relations classiques de la propagation acoustique en conduit avec écoulement supposé uniforme, de calculer l'impédance des absorbants acoustiques (voir chapitre 2).

Parmi les perspectives de la méthode (très peu usitée dans la littérature) on trouve l'identification simultanée des modes quasi plans $k_{x_0}^+$ et $k_{x_0}^-$ (sources amont et aval actives, ondes se propageant en sens contraire) ce qui revient à un problème de séparation des sources dans une gamme fréquentielle élargie au delà de 3 kHz (avec un placement des microphones différent).

2.4 Conclusion

Les dispositifs de mesure utilisés dans le cadre de cette thèse ont été présentés au cours de ce chapitre. En outre, trois méthodes différentes ont été présentées avec pour objectifs respectifs la mesure de l'impédance des traitements acoustiques (méthode in situ), la mesure de la matrice de diffusion de la portion du conduit traité et enfin la mesure des nombres d'onde axiaux des modes quasi-plans dans la partie traitée. Les avantages et limitations inhérentes à chacune des trois méthodes sont discutées. Ceci conduit à ne conserver par la suite que deux d'entre elles, c'est-à-dire la mesure de la matrice de diffusion de la portion traitée du conduit et la mesure des nombres d'onde axiaux des modes quasi plans dans la partie traitée.

Ainsi, le chapitre 2 exploite les résultats expérimentaux issus de la matrice de diffusion mesurée et des nombres d'onde mesurés pour le calcul de l'impédance d'un traitement acoustique type plaque perforée + cavités, à partir des relations classiques pour le problème de la propagation acoustique en conduit avec écoulement rasant supposé uniforme.

Le chapitre 3 exploite uniquement la méthode de mesure des nombres d'onde axiaux afin de constituer un modèle empirique de résistance acoustique en présence d'écoulement pour des matériaux absorbants de type plaque perforée + cavités.

Chapitre 3

On a modified Ingard-Myers boundary condition for lined duct with grazing flow

Abstract

This chapter¹ deals with experimental investigation of the wall boundary condition for engineering applications such aircraft engine systems or automobile mufflers. The results show that the conventional Ingard-Myers boundary condition fails to predict with accuracy the acoustic behavior in a lined duct, in particular with reverse grazing flow. More relevant, a tractable modified Ingard-Myers boundary condition (a mixed condition between continuity of normal acoustic displacement and normal mass velocity) taking into account the effect induced by viscosity in the vicinity of the lined wall is used instead. This modified boundary condition is suitably determined by means of experiments in this study. Finally, with minor modifications in the Ingard-Myers boundary condition and the in wave equation, it is possible to treat the general problem of acoustic propagation through a lined duct superimposed to a grazing flow of low Mach number as a classic uniform mean flow problem without involving prior knowledge of the nature of the sheared layer.

¹A part of this chapter is submitted to the JASA for consideration for publication.

3.1 Introduction

While passive absorbant lining are extensively used in engineering applications such aircraft engine systems or automobile mufflers, the acoustic behaviour of such systems in presence of a grazing flow is still a challenging subject due to the complexity of the interaction between sound and flow in the boundary layer. Moreover, the accuracy of predictive models involves both perfect knowledge of the lined wall impedance and adequate boundary condition in order to match solutions between the core region of the flow (where the flow properties remain almost uniform) and the stationary boundary layer in which important gradients and viscothermal effects occur. Because it relies on a simple tractable boundary condition, namely the well-known Ingard-Myers boundary condition [49, 75] which is derived from the assumption of the normal acoustic displacement continuity over linings [79], the case of inviscid uniform mean flow is then largely treated in the literature over the past decade for both experimental lined wall impedance education [112, 5, 28, 104] and predictive acoustic numerical models [30, 90, 9, 32].

Nevertheless, Aurégan and Starobinski [6] and more recently Brambley [13] pointed out that the viscothermal effects near the wall alters this boundary condition. In fact, the continuity of normal displacement holds only when the acoustic boundary layer thickness is smaller than the stationary layer thickness, i.e., typically in the high frequency range. At very low frequencies, continuity of mass velocity normal to the lined wall applies instead.

Following the theoretical works aforementioned, this paper aims at providing from an experimental point of view, a validation of a modified Ingard-Myers boundary condition accounting for the effect of losses (due to both the visco-thermal effects and the turbulent effect) in the boundary layer near the lined wall. First, the general problem of acoustic propagation in a duct under mean flow assumption, is considered in section 3.2.1. The section 3.2.2 treats the modification of the classical formulation taking into account the losses near the wall with introduction of a modified Ingard-Myers boundary condition.

This latter is validated by means of experiments carried out on a classical perforated liner backed with honeycomb air cavities submitted to grazed air flow (Sec. 3.3). Two experimental setup are used. The first aims at measuring the scattering matrix of the lined part of the duct. The second allows the measurement of the axial wave numbers in the liner test section by means of a linear microphone array located at the upper wall opposite the liner [53] and an identification method based on a subspace rotational invariance approach (Subsection 2.3.3).

The identified axial wave numbers related to the least attenuated modes are used in Subsec. 3.4.1 to derive the lined wall impedance with both downstream and reverse flow configurations from the conventional relations under uniform mean flow assumption, highlighting a failure in the theory of Ingard-Myers for deriving the lined wall boundary condition. Afterward, a modified Ingard-Myers boundary condition is derived (Subsec. 3.4.2) and a modified lined wall impedance (valid whatever the acoustic and flow directions are considered) are found. Both of them are used in Subsec. 3.4.3 to compute the predicted scattering matrix [5] based on the multimodal [9] approach accounting for the viscous effects in the boundary layer [6]. Finally, Subsection 3.4.4 shows the comparison between the measured scattering matrix and the predicted multimodal scattering matrix with the classic Ingard-Myers boundary condition and with the modified boundary condition, respectively.

3.2 Theoretical background for acoustic propagation in lined duct with a grazing mean flow

The goal of this part is to pose the problem of the acoustic propagation in a lined duct superimposed to a mean grazing flow. The next section presents the classical formulation under mean flow assumption including the classical Ingard-Myers boundary condition widely used in engineering applications for lined duct with uniform flow. The section 3.2.2 introduces a modified formulation for the lined wall boundary condition accounting for the losses near the wall (due to the thermo-viscous processes) derived by Aurégan et al. in a previous work [6].

3.2.1 Classical formulation under uniform mean flow assumption

In what follows, we describe the general formulation of acoustic propagation in a two-dimensional lined duct with uniform flow parallel to the x -axis with a constant velocity denoted U_0 (see figure 3.1).

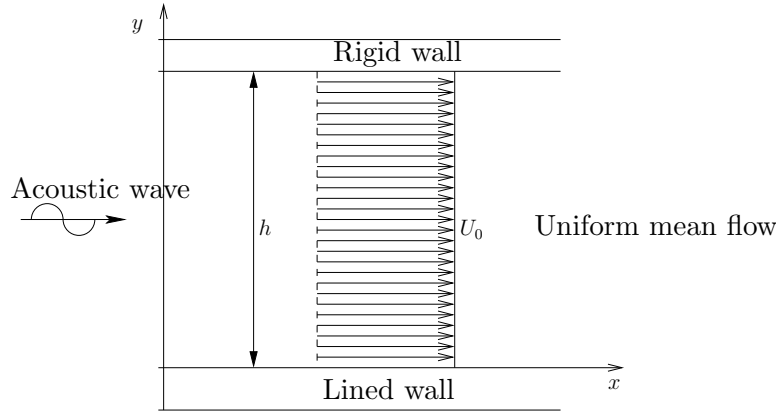


FIG. 3.1 – Sketch with notations for the uniform mean flow formulation

We put the vector of velocity as a sum of the mean flow contribution and the contribution due to the acoustic perturbation such that $\vec{v} = U_0\vec{x} + v_x\vec{x} + v_y\vec{y}$. The linearized equations which govern the movement of the inviscid fluid in the uniform flow can be written as (see section 1.4.3 in chapter 1)

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v'_x}{\partial t} + U_0 \frac{\partial v'_x}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p'}{\partial x} \quad (3.1a)$$

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v'_y}{\partial t} + U_0 \frac{\partial v'_y}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p'}{\partial y} \quad (3.1b)$$

$$\frac{1}{\rho_0 c_0^2} \left(\frac{\partial p'}{\partial t} + U_0 \frac{\partial p'}{\partial x} \right) = - \left(\frac{\partial v'_x}{\partial x} + \frac{\partial v'_y}{\partial y} \right) \quad (3.1c)$$

where ρ_0 and c_0 are the mean flow density of the fluid and the velocity of sound, respectively.

By taking $\frac{\partial}{\partial x}$ (3.1a), $\frac{\partial}{\partial y}$ (3.1b) and combining with (3.1c), we obtain the convective Helmholtz equation related to the time harmonic pressure field $p' = p(x, y)e^{j\omega t}$

$$\frac{D^2 p}{Dt^2} - \nabla^2 p = 0, \quad (3.2)$$

where $\frac{D}{Dt} = \left[jk + M_0 \frac{\partial}{\partial x} \right]$ and $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ is the Laplace operator. M_0 is the uniform mean flow Mach number defined by $M_0 = U_0/c_0$.

Note that all the perturbation quantities are expressed in a similar way as the pressure in the following. For instance, the components for the acoustic velocity are $v'_x(t) = v_x(x, y)e^{j\omega t}$ and $v'_y(t) = v_y(x, y)e^{j\omega t}$.

In the presence of a grazing uniform mean flow, the lined wall impedance (under assumption of a locally-reacting liner) is not defined directly at the wall but a distance δ_y such that

$$Z_w = - \lim_{\delta_y \rightarrow 0} \frac{p(x, \delta_y)}{v_y(x, \delta_y)}, \quad (3.3)$$

where δ_y is the thickness of a boundary layer much thinner than the acoustic wavelength and much thinner than h , the transverse size of the duct (see chapter 1, section 1.4.4).

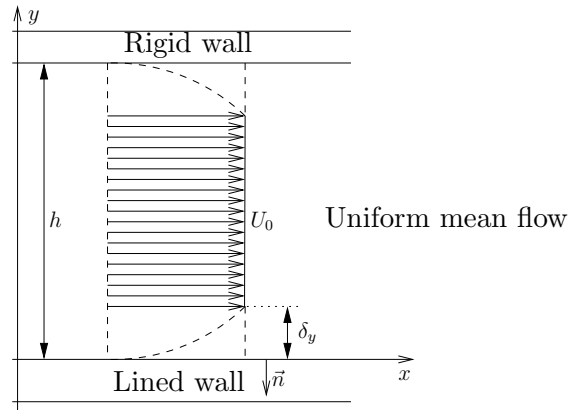


FIG. 3.2 – Sketch with notations for the uniform mean flow formulation

The acoustic velocity v_y normal to the wall can be related to the normal acoustic displacement ξ_y in the core of the flow (for $y \geq \delta_y$ in uniform mean flow) and at the lined wall ($y = 0$) as follows

$$v_y = \frac{D\xi_y}{Dt}, \quad y \geq \delta_y \quad (3.4a)$$

$$v_y = j\omega\xi_y, \quad y = 0 \quad (3.4b)$$

Taking the limit $\delta_y \rightarrow 0$, the normal acoustic displacement ξ_y is continuous across the boundary layer.

It leads to the following lined wall boundary condition

$$\frac{\partial p}{\partial y} = - \frac{1}{jk\tilde{Z}_w} \frac{D^2 p}{Dt^2}, \quad y = 0, \quad (3.5)$$

where k is the free space wave number and $\tilde{Z}_w = Z_w/(\rho_0 c_0)$ is the specific lined wall impedance. Equation (3.5) is recognized as the so-called Ingard-Myers [49, 75] boundary condition.

Replacing the two-dimensional pressure field $p(x, y) = e^{-jk_{x_n}^{\pm}x} \cos(k_{y_n}^{\pm}y)$, where $k_{x_n}^{\pm}$ are the axial wave numbers in the liner test section, $\cos(k_{y_n}^{\pm}y)$ the transverse mode functions and $k_{y_n}^{\pm}$ the transverse wave numbers in the liner test section, into Eq.(3.5) expressed at the lined wall yields

$$k_{y_n}^{\pm} \tan(k_{y_n}^{\pm} h) = jk \frac{1}{\tilde{Z}_w} \left[1 - M_0 \frac{k_{x_n}^{\pm}}{k} \right]^2. \quad (3.6)$$

The previous equation gives an explicit relation between the unknown impedance of the lined wall and the wave numbers in the liner test section. Once the axial wave numbers are known (by means of experiments in this paper), the unknown transverse wave numbers can be classically determined with the dispersion relation as following

$$(k_{y_n}^{\pm})^2 = k^2 \left[\left(1 - M_0 \frac{k_{x_n}^{\pm}}{k} \right)^2 - \left(\frac{k_{x_n}^{\pm}}{k} \right)^2 \right]. \quad (3.7)$$

3.2.2 Modification of the classical Ingard-Myers boundary condition accounting for the losses near the lined wall

When the losses near the lined wall are taken into account, the continuity of the acoustic normal displacement doesn't hold across the boundary layer anymore. Then the losses originating from the viscosity (both molecular and turbulent) and the thermal effect confined in the vicinity of the lined wall play an important role.

Among the few contributions present in the literature on this subject, it can be noted the recent theoretical works of Aurégan and al. [6] confirmed and generalized by Brambley [13]. Both have pointed out that viscosity and thermal effects in the boundary layer alters the Ingard-Myers boundary condition (3.5). In particular, it is demonstrated in Ref. [6] the necessity of introducing an additional parameter β_v in the wall boundary condition accounting for the viscous losses at the treated wall as

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{1}{jk\tilde{Z}_w} \left[jk + (1 - \beta_v) M_0 \frac{\partial}{\partial x} \right] \left[jk + M_0 \frac{\partial}{\partial x} \right] p, \quad (3.8)$$

at $y = 0$.

When $\beta_v = 0$, Eq. (3.5) recovers the Ingard-Myers boundary condition, i.e., continuity of normal particle displacement at the lined wall while $\beta_v = 1$ yields to the continuity of velocity.

The modified Ingard-Myers boundary condition (3.8) leads to also modify Eq. (3.6) as

$$k_{y_n}^{\pm} \tan(k_{y_n}^{\pm} h) = jk \frac{1}{\tilde{Z}_w} \left[1 - (1 - \beta_v) M_0 \frac{k_{x_n}^{\pm}}{k} \right] \left[1 - M_0 \frac{k_{x_n}^{\pm}}{k} \right]. \quad (3.9)$$

In the following, we consider β_v as being a degree of freedom, which can include both the effects of viscosity and thermal conductivity, in order to find by means of experiments an adequate boundary condition.

3.3 Experiments

The test facility depicted in Fig. 3.3 is used for experiments. The complete description is reported in Chapter 2.

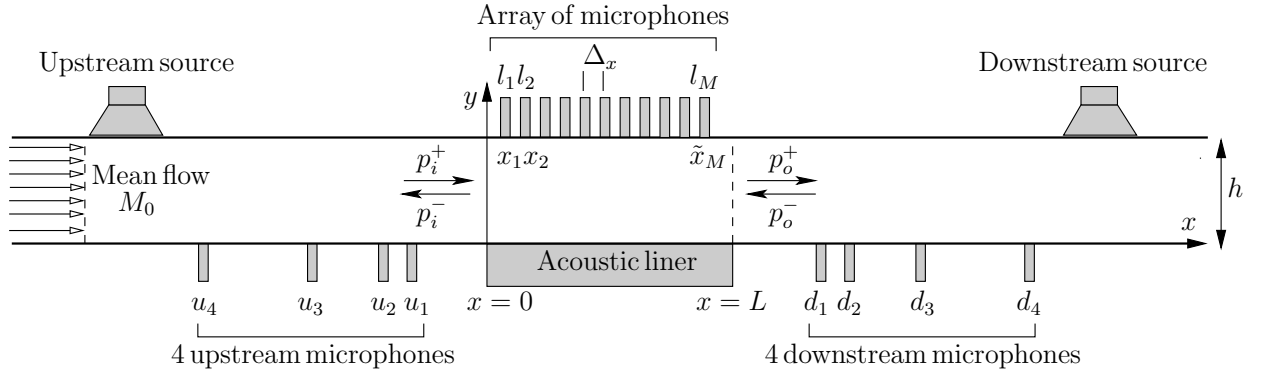


FIG. 3.3 – Schematic view of the experimental setup

Two configurations of microphones are settled in the duct for the undermentioned purposes. The scattering matrix is measured by means of 2×4 flush mounted microphones in the lower hard wall downstream and upstream of the liner test section, respectively. It follows that the transmitted and reflected waves can be determined with over-determination in order to avoid inaccurate measurement when the acoustic wavelength is close to half the distance between two microphones. Note that the microphones are located just at the half-height of the duct in order to only measure the plane waves in the rigid portion of the duct. On the other hand, the axial wave numbers are measured in the liner test section thanks to an array of eleven flush mounted microphones (denoted l_m with $m = 1, \dots, M$ in Fig. 3.2). Those microphones are evenly distributed along the x-axis spaced out by 2 cm at the hard wall opposite the acoustic liner. Further details about these two experimental methods are reported in Chapter 2.

Experiments were carried out on a conventional acoustic liner widely used in aircraft engine-duct systems (a so-called Single Degree of Freedom liner). This acoustic device is composed of a resistive layer performed by a perforated plate of thickness 1.2 mm with orifices of diameter 1.3 mm and a Percent Open Area of 10.5%. The plate is glued to partitioned air cavities (honeycomb structure) with a depth of 37.5 mm (the cell size is 10 mm). This compound is terminated by a rigid backplate. The dimensions of the sample are 200 mm along the x-axis and 100 mm along the z-axis (not represented in Fig. 3.3).

3.4 Results and analysis

According to the rigid wall condition ($\partial p / \partial y = 0$) in the liner test section at $y = h$, the pressure field can be expressed as a modal expansion [66] truncated at the order K

$$p_m = \sum_{n=1}^K c_n z_n^{m-1}, \quad m = 1, \dots, M,$$

where c_n are the complex amplitudes, z_n are called the poles defined as $z_n = e^{-ik_n^\pm \Delta_x}$. Δ_x is the spacing between microphones.

As described in the Subsection 2.3.3, the HTLS (« Hankel Total Least Squares ») algorithm [109, 110] is applied here with the measured transfer functions along the upper hard wall $H_{l_m l_{ref}}$

in order to retrieve the axial wave numbers in the lined portion of the duct. The HTLS algorithm is summarized below for clarity.

- **Step 1 :** A Hankel data matrix \mathbf{H} of dimensions $L \times J$ is constructed from the M transfer functions $H_{l_m l_{ref}}$ with L and J chosen such that $L > K$, $J > K$, $M = L + J - 1$ and the matrix \mathbf{H} as square as possible [110]

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{l_1 l_{ref}} & H_{l_2 l_{ref}} & H_{l_3 l_{ref}} & \cdots & H_{l_J l_{ref}} \\ H_{l_2 l_{ref}} & H_{l_3 l_{ref}} & \ddots & \vdots & \\ H_{l_3 l_{ref}} & & \ddots & & \\ \vdots & & \vdots & & H_{l_{M-1} l_{ref}} \\ H_{l_L l_{ref}} & \cdots & \cdots & H_{l_{M-1} l_{ref}} & H_{l_M l_{ref}} \end{bmatrix},$$

- **Step 2 :** The Singular Value Decomposition of the Hankel data matrix \mathbf{H} is computed according to

$$\mathbf{H}_{L \times J} = \mathbf{U}_{L \times L} \mathbf{\Sigma}_{L \times J} \mathbf{V}_{J \times J}^H,$$

with $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_Q)$, $Q = \min(L, J)$ and $\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{I}$ and $\mathbf{V}^H \mathbf{V} = \mathbf{V} \mathbf{V}^H = \mathbf{I}$. \mathbf{U} and \mathbf{V} contain respectively the left and the right singular vectors.

- **Step 3 :** The matrix \mathbf{H} is truncated to become a matrix H_K of rank K

$$\mathbf{H}_K = \mathbf{U}_K \mathbf{\Sigma}_K \mathbf{V}_K^H,$$

where \mathbf{U}_K and \mathbf{V}_K are the first K columns of \mathbf{U} and \mathbf{V} , respectively. $\mathbf{\Sigma}_K$ is the $K \times K$ submatrix of $\mathbf{\Sigma}$.

- **Step 4 :** One computes the TLS (« Total Least Squares ») solution $\hat{\mathbf{Z}}$ of the following overdetermined set of equations

$$\mathbf{U}_K^\uparrow \hat{\mathbf{Z}} = \mathbf{U}_K^\downarrow \hat{\mathbf{Z}},$$

with \mathbf{U}_K^\uparrow and \mathbf{U}_K^\downarrow are derived from \mathbf{U}_K by deleting its first and last row, respectively.

- **Step 5 :** The axial wave numbers $k_{x_n}^\pm$ are derived from the eigenvalues z_n of $\hat{\mathbf{Z}}$ such that $z_n = e^{-j k_{x_n}^\pm \Delta_x}$.

3.4.1 Analysis of results with the Ingard-Myers boundary condition

In the general case, the lined wall impedance can be obtained from $k_{x_n}^\pm$ by using the relations (3.7) and (3.6) for arbitrary value of n , i.e., whichever the mode considered. Nevertheless, for the sake of accuracy, the lined wall impedance is calculated only with the axial wave numbers of the quasi-plane waves $k_{x_0}^+$ and $k_{x_0}^-$ showed on figure 3.4 at $M_0 = 0$ (on the left-hand side) and $M_0 = 0.2$ (on the right-hand side) in dimensionless form such that $\tilde{k}_{x_0}^+ = k_{x_0}^+ h$ and $\tilde{k}_{x_0}^- = k_{x_0}^- h$. They correspond to the predominant modes in the duct, traveling in the same and in the reverse direction of the flow, respectively. The axial wave numbers for the case $M_0 = 0.3$ are reported in Fig. B.1 (see appendix B).

According to the analysis given in Chapter 2 (Subsection 2.3.3), the axial wave numbers $\tilde{k}_{x_0}^+$ and $\tilde{k}_{x_0}^-$ are obtained from the transfer functions $H_{l_m l_{ref}}$ measured with the entire set of microphones, i.e. $M = 11$ in the no flow case ($M_0 = 0$). With flow ($M_0 = 0.2$), only nine microphones ($M = 9$) are considered (those which are located in the proximity of the leading and trailing edge of the liner are ignored); in this case $m = 2, \dots, 10$.

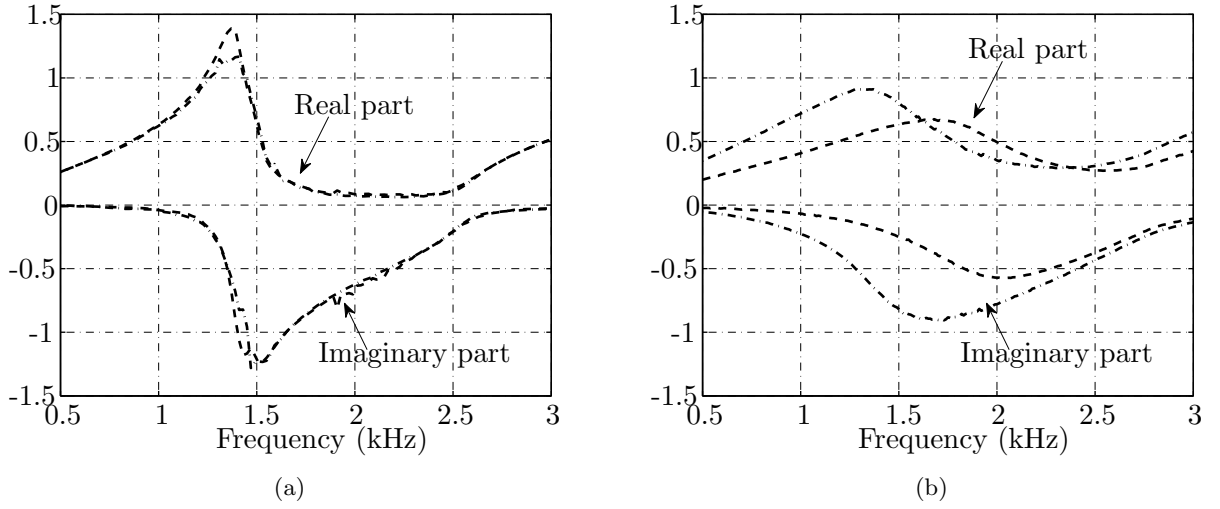


FIG. 3.4 – Experimental axial wave numbers in dimensionless form. Left-hand side : $M_0 = 0$, right-hand side : $M_0 = 0.2$. Dashed line : $\tilde{k}_{x_0}^+ = k_{x_0}^+ h$, dash-dot line $\tilde{k}_{x_0}^- = k_{x_0}^- h$.

It should be noted although that the superscripts \pm are related to the direction of sound propagation comparatively to the flow positive x -direction, the axial wave number $\tilde{k}_{x_0}^-$ has the same form as $\tilde{k}_{x_0}^+$, i.e., the sign is unchanged. This is simply due to the reorganization of data when one estimates $\tilde{k}_{x_0}^-$. Indeed, the data matrices \mathbf{H} is constructed by considering the transfer functions at axial successive microphone locations in the negative x -axis direction, i.e. from $m = M = 11$ to $m = 1$ (respectively $m = M = 9$ to $m = 2$) when one estimates $\tilde{k}_{x_0}^-$ at M_0 (respectively $M_0 = 0.2$).

Note that the measurement with upstream source made active provides the specific lined wall impedance denoted \tilde{Z}_0^+ derived from $\tilde{k}_{x_0}^+$ and the measurement with upstream source made passive provides \tilde{Z}_0^- derived from $\tilde{k}_{x_0}^-$. Figures 3.5(a) and 3.5(b) show the real and imaginary parts of the specific lined wall impedances \tilde{Z}_0^+ and \tilde{Z}_0^- at $M_0 = 0$ (on the left-hand side) and $M_0 = 0.2$ (on the right-hand side).

Without flow, the two impedance curves are close as one can expect. At $M_0 = 0.2$, large discrepancy occurs between the values of the two impedances. At $M_0 = 0.3$, a similar observation can be made (see the right-hand side of Figure B.1 in appendix B).

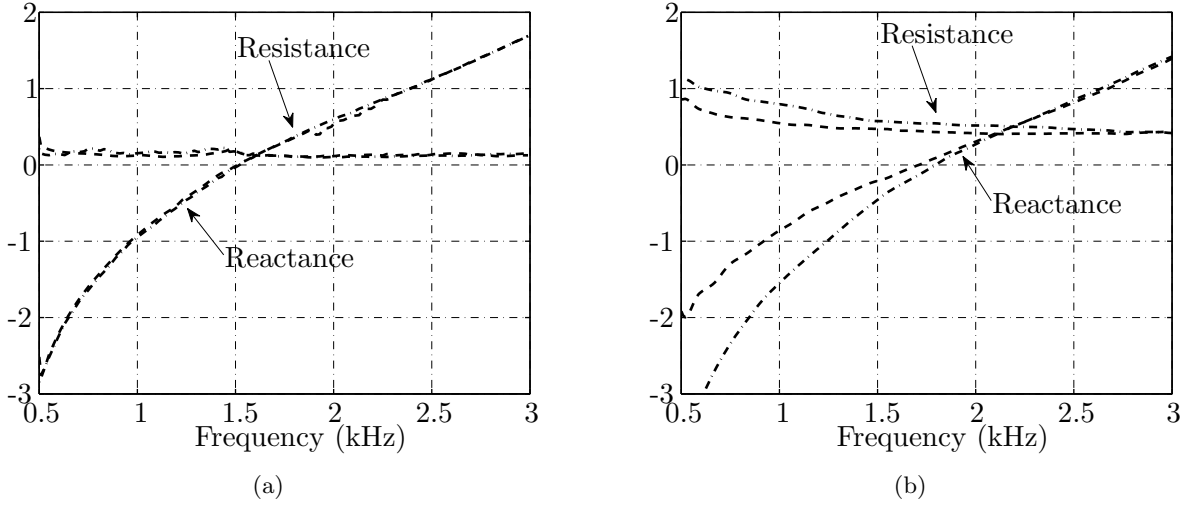


FIG. 3.5 – Specific acoustic impedance of the lined wall \tilde{Z}_w calculated with Eqs. (3.6),(3.7). (a) : $M_0 = 0$, (b) : $M_0 = 0.2$. Dashed line : $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^+$, dash-dot line $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^-$.

Consequently the conventional relations (3.5), (3.6) and (3.7) which are widely used in engineering applications with uniform flow assumption fail at providing an accurate impedance value of the classical liner considered here.

3.4.2 Analysis of results with the modified Ingard-Myers boundary condition

In what follows, the modified formulation is used (equations (3.8) and (3.9)). β_v is easily found from the experimental axial wave numbers which propagate downstream and upstream of the liner test section, respectively.

The quasi-plane wave numbers $k_{x_0}^+$ and $k_{x_0}^-$ determined in section 3.4.1 are replaced into equation (3.9) as

$$\begin{cases} X_1 = \frac{jk}{Z_{eff}} \left[1 - (1 - \beta_v^{exp}) M_1 \frac{k_{x_0}^+}{k} \right] Y_1 \\ X_2 = \frac{jk}{Z_{eff}} \left[1 - (1 - \beta_v^{exp}) M_2 \frac{k_{x_0}^-}{k} \right] Y_2, \end{cases}$$

where β_v has been changed into β_v^{exp} (this is its equivalent to be estimated experimentally) and \tilde{Z}_w into the effective impedance Z_{eff} taking into account the modified formulation and the losses near the lined wall.

$X_1 = k_{y_0}^+ \tan(k_{y_0}^+)$, $X_2 = k_{y_0}^- \tan(k_{y_0}^-)$, $Y_1 = 1 - \frac{M_1 k_{x_0}^+}{\Omega}$, $Y_2 = 1 - \frac{M_2 k_{x_0}^-}{\Omega}$, $M_1 = M_0$ and $M_2 = -M_0$. $k_{y_0}^+$ and $k_{y_0}^-$ are determined with equation (3.6).

In (3.10), β_v^{exp} can be seen as an extra parameter which gives the opportunity to find an effective lined wall impedance Z_{eff} valid with both $\tilde{k}_{x_0}^+$ and $\tilde{k}_{x_0}^-$, from the experimental point of view.

After eliminating Z_{eff} in the previous equations, one readily finds the factor β_v^{exp}

$$\beta_v^{exp} = \frac{a_2}{a_1}, \quad (3.10)$$

with

$$a_1 = \frac{X_1}{X_2} \frac{M_0 k_{x_0}^-}{k} + \frac{Y_1}{Y_2} \frac{M_0 k_{x_0}^+}{k},$$

$$a_2 = \frac{X_1}{X_2} \left(1 + \frac{M_0 k_{x_0}^-}{k} \right) - \frac{Y_1}{Y_2} \left(1 - \frac{M_0 k_{x_0}^+}{k} \right).$$

The real and imaginary parts of β_v^{exp} obtained after resolution of Eq. (3.10) are showed on the left-hand side of the Figure 3.6 with $M_0 = 0.2$ and in the left-hand side in the Figure B.2 with $M_0 = 0.3$ (see appendix B).

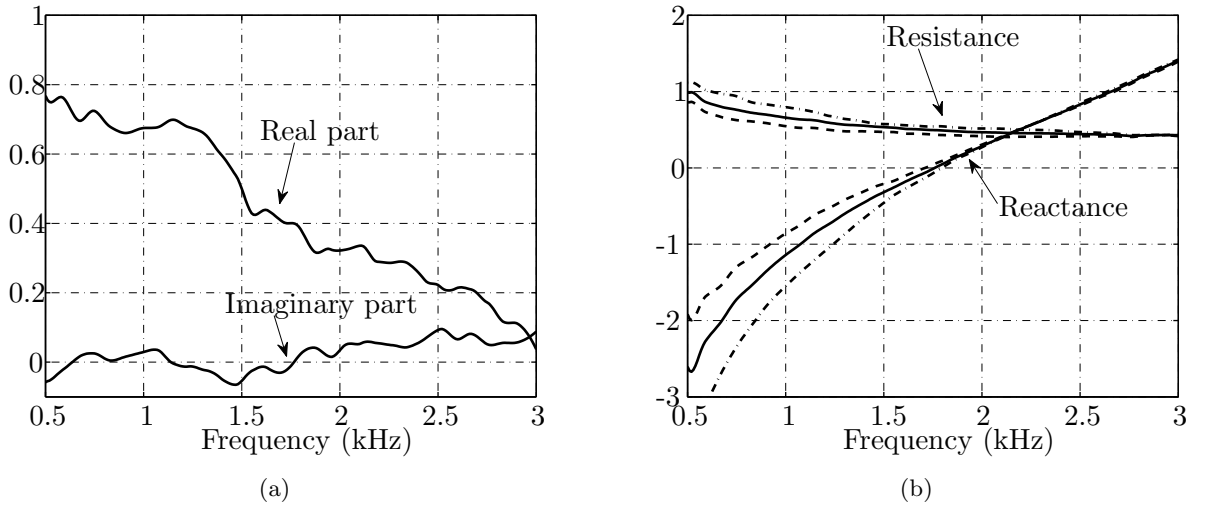


FIG. 3.6 – (a) : Real and imaginary parts of β_v at $M_0 = 0.2$. (b) : specific acoustic impedance of the lined wall \tilde{Z}_w at $M_0 = 0.2$, dashed line : $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^+$ ($\beta_v = 0$), dash-dot line $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^-$ ($\beta_v = 0$), solid line : $\tilde{Z}_w = Z_{eff}$ calculated with Eqs. (3.7) and (3.9) and $\beta_v = \beta_v^{exp}$.

It can be observed that the real part of the experimental factor β_v^{exp} is decreasing as the frequency increases. This result is in conformity with the theoretical analysis given in Ref. [6]; the modified boundary condition tends to recover the Ingard-Myers boundary condition when the acoustic boundary layer thickness becomes small comparatively to the stationary boundary thickness, i.e, in the high frequency range.

The value of β_v^{exp} is used in Eq. (3.9) in order to obtain the effective lined wall impedance Z_{eff} accounting for the modified Ingard-Myers boundary condition. The resulting specific impedance of the test liner Z_{eff} is presented on the right-hand side of the Figure 3.6 conjointly with \tilde{Z}_0^+ and \tilde{Z}_0^- for the case $M_0 = 0.2$ and in the right-hand side of the Figure B.2 for the case $M_0 = 0.3$.

In order to validate both the modified boundary condition (3.8) and the approach derived in the previous section, we choose to compare the measured scattering matrix to the computed scattering matrix. This latter can be calculated with the help of the effective lined wall impedance Z_{eff} and the value of β_v^{exp} .

3.4.3 Prediction of the scattering matrix using the multimodal method

The multimodal approach is adopted here in order to compute the scattering matrix. In what follows, the details of the method are reported.

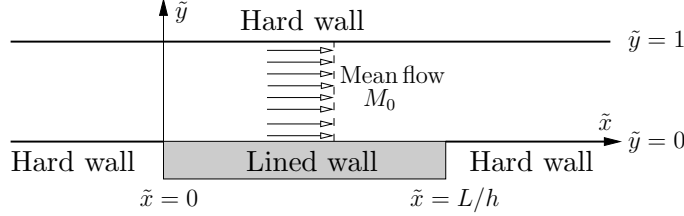


FIG. 3.7 – Notations for the computation of the multimodal scattering matrix

For calculation purpose, dimensionless variables are introduced

$$\tilde{p} = \frac{1}{\rho_0 c_0^2} p, \quad (\tilde{x}, \tilde{y}) = \left(\frac{x}{h}, \frac{y}{h} \right), \quad \Omega = \frac{\omega h}{c_0},$$

and a new referential is used (see figure(3.7)). The variables used for adimensionalization have been already defined in section 3.2.

Acoustic propagation in an isentropic inviscid fluid through a two-dimensional duct is considered with uniform mean flow parallel to the x -axis with a mean flow Mach number M_0 .

The lower wall of the duct admits a specific impedance $\tilde{Z}(\tilde{x})$ according to

$$\tilde{Z}(\tilde{x}) = \begin{cases} \tilde{Z}_w & \text{if } 0 < \tilde{x} < L/h & \text{(lined wall),} \\ \text{undefined} & \text{if } \tilde{x} = 0 \text{ or } \tilde{x} = L/h & \text{(rigid/lined wall interfaces),} \\ \infty & \text{otherwise} & \text{(rigid wall)} \end{cases}$$

Thus, the $\tilde{Z}(\tilde{x})$ function has a jump discontinuity at $\tilde{x} = 0$ and at $\tilde{x} = L/h$.

The modal solutions of the wave equation (3.2) are expanded on the transverse eigenfunctions $\psi_n(\tilde{y})$ of the rigid wall duct as follows

$$\tilde{p}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \left(\sum_{n=0}^{\infty} b_n^+ e^{-i\tilde{k}_{x_n}^+ \tilde{x}} + \sum_{n=0}^{\infty} b_n^- e^{-i\tilde{k}_{x_n}^- \tilde{x}} \right) \psi_n(\tilde{y}), \quad (3.11)$$

where $\tilde{k}_{x_n}^{\pm} = k_{x_n}^{\pm} h$ are the dimensionless axial wave numbers in the liner test section and b_n^{\pm} are the complex modal amplitudes.

Equation (3.11) can be put in a vectorial form (after modal truncation at order $2N$) as

$$\begin{aligned} \tilde{p}(\tilde{x}, \tilde{y}) &= \sum_{n=0}^{2N} \psi_n(\tilde{y}) P_n(\tilde{x}), \\ &= \boldsymbol{\psi}^T(\tilde{y}) \mathbf{P}(\tilde{x}). \end{aligned}$$

It is worth noting that the set of functions $\psi_n(\tilde{y}) = \Lambda_n \cos(\tilde{\alpha}_n \tilde{y})$ forms a complete orthonormal basis. The normalization constant Λ_n is determined by

$$\int_0^1 \psi_n(\tilde{y}) \psi_m(\tilde{y}) = \delta_{nm},$$

where δ_{nm} is the Kronecker index.

The wave equation (3.2) is now projected on the same complete orthonormal basis of the transverse functions $\psi_m(\tilde{y})$ such that

$$\int_0^1 \frac{D^2 \tilde{p}}{D\tilde{t}^2} \psi_m(\tilde{y}) d\tilde{y} - \int_0^1 \frac{\partial \tilde{p}^2}{\partial \tilde{x}^2} \psi_m(\tilde{y}) d\tilde{y} - \int_0^1 \frac{\partial \tilde{p}^2}{\partial \tilde{y}^2} \psi_m(\tilde{y}) d\tilde{y} = 0. \quad (3.12)$$

Taking into account that $\tilde{Z}(\tilde{x})$ depends on the position along the \tilde{x} -axis, the modified boundary condition Eq. (3.8) is expressed here as

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{y}} = - \left[i\Omega + (1 - \beta_v) M_0 \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \right] \left[i\Omega + M_0 \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \right] \left(\frac{1}{i\Omega \tilde{Z}(\tilde{x})} \tilde{p} \right),$$

at $\tilde{y} = 0$ and $0 < \tilde{x} < L/h$. The third term of Eq. (3.12) can be evaluated by means of integration by parts as

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{\partial \tilde{p}^2}{\partial \tilde{y}^2} \psi_m(\tilde{y}) d\tilde{y} &= \left[\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{y}} \psi_m(\tilde{y}) \right]_{\tilde{y}=0}^{\tilde{y}=1} - \left[p \frac{d\psi_m}{d\tilde{y}} \right]_{\tilde{y}=0}^{\tilde{y}=1} \\ &\quad + \int_0^1 \tilde{p} \frac{d^2 \psi_m}{d\tilde{y}^2}(\tilde{y}) \\ &= - \left[i\Omega + (1 - \beta_v) M_0 \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \right] \left[i\Omega + M_0 \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \right] \left(\frac{\tilde{p}(\tilde{x}, 0)}{i\Omega \tilde{Z}(\tilde{x})} \right) \psi_m(0) - \tilde{\alpha}_n^2 P_m \end{aligned}$$

The convected wave equation is finally modified and expressed in a vectorial form as follows

$$\left(\frac{D^2}{D\tilde{t}^2} + \frac{D}{D\tilde{t}} \left[i\Omega + (1 - \beta_v) M_0 \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \right] \left(\frac{1}{i\Omega \tilde{Z}(\tilde{x})} \right) \mathbf{\Lambda} - \frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + \mathbf{\alpha} \right) \mathbf{P}(\tilde{x}) = \mathbf{0}, \quad (3.13)$$

where $\mathbf{\Lambda}$ and $\mathbf{\alpha}$ are the matrices assembled with the normalization coefficients Λ_n and the dimensionless transverse wave numbers of the rigid duct $\tilde{\alpha}_n$ such that

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & \dots \\ \sqrt{2} & 2 & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{\alpha} = \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}_0^2 & 0 & \dots \\ 0 & \tilde{\alpha}_1^2 & \\ \vdots & & \ddots \end{bmatrix}$$

a) Analysis of the discontinuities in the projected pressure field at the vicinity of the hard-soft wall interface

In order to provide the scattering matrix of the lined part of the duct, the solutions for quantities of interest like pressure and velocity must be matched at the leading and trailing edges of the liner. Unfortunately the continuity of the projected pressure field \mathbf{P} doesn't hold since some discontinuity in wall impedance occurs. Thus, accurate mode-matching procedure is needed and of a crucial importance. For instance, recent work [32] provides a general matching scheme based on the variational formulation and the conservation of mass and momentum for pressure and axial acoustic velocity. As an alternative,

another more simple approach is outlined here. It is based on the analysis of the discontinuities occurring at the vicinity of the rigid-lined wall interfaces from the wave equation itself.

For this purpose, Eq. (3.13) is recombined as

$$\begin{aligned} & \frac{d^2}{d\tilde{x}^2} \left(-(1 - M_0^2)\mathbf{P} + (1 - \beta_v)M_0^2 \frac{\Lambda \mathbf{P}}{i\Omega \tilde{Z}(\tilde{x})} \right) \\ & + \frac{d}{d\tilde{x}} \left(2i\Omega M_0 \mathbf{P} + i\Omega(2 - \beta_v)M_0 \frac{\Lambda \mathbf{P}}{i\Omega \tilde{Z}(\tilde{x})} \right) \\ & + \left(-\Omega^2 \left(\mathbf{I} + \frac{\Lambda}{i\Omega \tilde{Z}(\tilde{x})} \right) + \boldsymbol{\alpha} \right) \mathbf{P} = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

In a formal way, both the lower wall impedance $\tilde{Z}(\tilde{x})$ and the projected field of pressure \mathbf{P} can be seen as an Heavyside step function. Therefore, the third term in previous equation is also of a Heavyside step form. The second term which is relative to the first derivative of \mathbf{P} (with respect to \tilde{x}) behaves like a Dirac function. Then, the first term cannot be balanced with the two others. Consequently, expression under bracket in the first term is necessary continuous while its derivative is discontinuous.

Hence, the first relation of continuity at the interface between rigid wall and lined wall reads

$$\left[\left((1 - M_0^2)\mathbf{P} - (1 - \beta_v)M_0^2 \frac{\Lambda}{i\Omega \tilde{Z}(\tilde{x})} \mathbf{P} \right) \right] = \mathbf{0}, \quad (3.15)$$

where $\llbracket \quad \rrbracket$ symbolizes the jump discontinuity at the leading and trailing edges of the liner, i.e., at $\tilde{x} = 0$ and $\tilde{x} = L/h$.

A second continuity relation is derived from the fact that the first and second terms must balance

$$\begin{aligned} & \left[\left((1 - M_0^2) \frac{d\mathbf{P}}{d\tilde{x}} - (1 - \beta_v)M_0^2 \frac{\Lambda}{i\Omega \tilde{Z}(\tilde{x})} \frac{d\mathbf{P}}{d\tilde{x}} \right. \right. \\ & \left. \left. - 2i\Omega M_0 \mathbf{P} - i\Omega(2 - \beta_v)M_0 \frac{\Lambda}{i\Omega \tilde{Z}(\tilde{x})} \mathbf{P} \right) \right] = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

b) Computation of the predicted scattering matrix

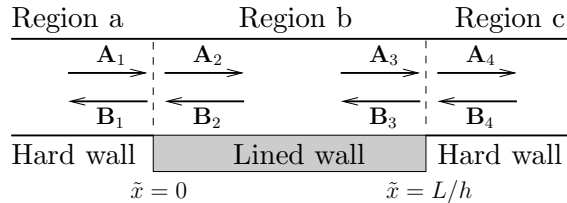


FIG. 3.8 – Notations of the amplitudes of the transmitted and reflected waves at each interface between hard and lined walls

Using the modal approach, the scattering matrix relates the amplitudes of the incoming waves to the outgoing waves projected on the rigid wall eigenfunctions $\psi_n(\tilde{y})$ upstream and downstream of the liner test section. To this end, it is useful to define the projected pressure in the different regions of the duct.

For the n th mode, the projected pressure field upstream (region a in Fig. 3.8) and downstream (region c in Fig. 3.8) of the liner test section is given by

$$P_n(\tilde{x}) = A_{1n}e^{-i\tilde{K}_{x_n}^+\tilde{x}} + B_{1n}e^{-i\tilde{K}_{x_n}^-\tilde{x}}, \quad \tilde{x} < 0 \quad (3.17a)$$

$$P_n(\tilde{x}') = A_{4n}e^{-i\tilde{K}_{x_n}^+\tilde{x}'} + B_{4n}e^{-i\tilde{K}_{x_n}^-\tilde{x}'}, \quad \tilde{x}' > 0 \quad (3.17b)$$

where superscripts \pm stand for the direction of acoustic propagation, $\tilde{x} = \tilde{x}' + L/h$ and $\tilde{K}_{x_n}^\pm$ are the axial wave numbers in the rigid part of the duct defined as

$$\tilde{K}_{x_n}^\pm = \frac{-\Omega M_0 \pm \sqrt{\Omega^2 - (1 - M_0^2)\tilde{\alpha}_n^2}}{1 - M_0^2}. \quad (3.18)$$

In order to obtain the wave numbers $\tilde{k}_{x_n}^\pm$ in the lined portion of the duct, the quantity $\mathbf{\Pi} = \frac{d\mathbf{P}}{d\tilde{x}}$ is introduced and the equation (3.13) reduces to a classical eigenvalue problem

$$\frac{d}{d\tilde{x}} \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{\Pi} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{M}_1^{-1}\mathbf{M}_3 & \mathbf{M}_1^{-1}\mathbf{M}_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{\Pi} \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

with

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 &= (1 - M_0^2)\mathbf{I} - \left[M_0^2(1 - \beta_v) \frac{1}{i\Omega\tilde{Z}_w} \right] \mathbf{\Lambda}, \\ \mathbf{M}_2 &= 2i\Omega M_0\mathbf{I} + M_0 \left[(2 - \beta_v)(1/\tilde{Z}_w) \right] \mathbf{\Lambda}, \\ \mathbf{M}_3 &= \boldsymbol{\alpha} - \Omega^2\mathbf{I} + i\Omega(1/\tilde{Z}_w)\mathbf{\Lambda}. \end{aligned}$$

The resolution of Eq. (3.19) provides the eigenvalues $\lambda_n = -i\tilde{k}_{x_n}^\pm$ and the associated eigenvectors regrouped in matrices denoted \mathbf{X}^+ and \mathbf{X}^- .

Thus, the projected pressure vector \mathbf{P} can be expressed in the lined part of the duct as

$$\mathbf{P} = \mathbf{X}^+\mathbf{E}^+(\tilde{x})\mathbf{A}_2 + \mathbf{X}^-\mathbf{E}^-(\tilde{x})\mathbf{B}_2 \quad (3.21)$$

and the vector $\mathbf{\Pi}$ as

$$\mathbf{\Pi} = -i\mathbf{X}^+\mathbf{k}^+\mathbf{E}^+(\tilde{x})\mathbf{A}_2 - i\mathbf{X}^-\mathbf{k}^-\mathbf{E}^-(\tilde{x})\mathbf{B}_2, \quad (3.22)$$

where $\mathbf{E}^\pm(\tilde{x})$ and \mathbf{k}^\pm are both diagonal matrices composed of the terms $e^{-i\tilde{k}_{x_n}^\pm\tilde{x}}$ and $\tilde{k}_{x_n}^\pm$ respectively.

Taking into account the relations of continuity [Eqs. (3.15), (3.16)], the modal solutions [Eqs. (3.17a), (3.21) and (3.17b)] in the three regions of the duct (a, b and c in Fig. (3.7)) and their axial derivatives, are matched across the lined wall impedance discontinuities, i.e. at $\tilde{x} = 0$ and at $\tilde{x} = L/h$, respectively. For convenience, the mode-matching equations can be reduced to the following matrix form equations

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{B}_1 \end{pmatrix} = \left[\mathbf{T}_{a/b} \right] \begin{pmatrix} \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{B}_3 \end{pmatrix} \quad \text{at } \tilde{x} = 0, \quad (3.23)$$

and

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_4 \\ \mathbf{B}_4 \end{pmatrix} = \left[\mathbf{T}_{c/b} \right] \begin{pmatrix} \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{B}_3 \end{pmatrix} \quad \text{at } \tilde{x} = L/h, \quad (3.24)$$

where $\mathbf{T}_{a/b}$ and $\mathbf{T}_{c/b}$ denote the transfer matrices at interfaces between regions a and b on one hand and regions c and b on the other hand given by

$$\mathbf{T}_{a/b} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ -i\mathbf{K}^+ + \mathbf{N}_{P1} & -i\mathbf{K}^- + \mathbf{N}_{P1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{X}^+ \mathbf{M}_{P2} & \mathbf{X}^- \mathbf{M}_{P2} (\mathbf{E}^-(L/h))^{-1} \\ -i\mathbf{M}_{P2} \mathbf{X}^+ \mathbf{k}^+ + \mathbf{N}_{P2} \mathbf{X}^+ & -i\mathbf{M}_{P2} \mathbf{X}^- \mathbf{k}^+ (\mathbf{E}^-(L/h))^{-1} + \mathbf{N}_{P2} \mathbf{X}^- (\mathbf{E}^-(L/h))^{-1} \end{bmatrix},$$

and

$$\mathbf{T}_{c/b} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ -i\mathbf{K}^+ + \mathbf{N}_{P1} & -i\mathbf{K}^- + \mathbf{N}_{P1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{X}^+ \mathbf{M}_{P2} \mathbf{E}^+(L/h) & \mathbf{X}^- \mathbf{M}_{P2} \\ -i\mathbf{M}_{P2} \mathbf{X}^+ \mathbf{k}^+ \mathbf{E}^+(L/h) + \mathbf{N}_{P2} \mathbf{X}^+ \mathbf{E}^+(L/h) & -i\mathbf{M}_{P2} \mathbf{X}^- \mathbf{k}^- + \mathbf{N}_{P2} \mathbf{X}^- \end{bmatrix},$$

with \mathbf{K}^\pm the matrices composed of $\tilde{K}_{x_n}^\pm$ on diagonal and

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_{P1} &= -2i\Omega M_0 \mathbf{I} / (1 - M_0^2), \\ \mathbf{N}_{P2} &= -2i\Omega M / (1 - M_0^2) \mathbf{I} - [(2 - \beta_v) M_0 / Z_w (1 - M_0^2)] \mathbf{\Lambda}, \\ \mathbf{M}_{P2} &= \mathbf{I} + (1 - \beta_v) M_0^2 \mathbf{\Lambda} / [i\Omega Z_w (1 - M_0^2)], \end{aligned}$$

where \mathbf{I} is the identity matrix.

These kind of systems is often ill-conditioned due the potentially large variation in modal axial decay rates given by the imaginary part of the wave numbers. This results in \mathbf{E}^\pm being close to singular and inversion impossible in particular when evanescent modes are considered. That is the reason why the propagation in the lined zone has been described in Eqs. (3.23) and (3.24) with \mathbf{B}_3 and \mathbf{A}_2 instead of \mathbf{B}_2 and \mathbf{A}_3 . They are linked in the following way $\mathbf{B}_3 = \mathbf{E}^-(L/h) \mathbf{B}_2$ and $\mathbf{A}_3 = \mathbf{E}^+(L/h) \mathbf{A}_2$.

The scattering matrix \mathbf{S} of the lined part of the duct is then readily assembled as

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_4 \\ \mathbf{B}_1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{T}^+ & \mathbf{R}^- \\ \mathbf{R}^+ & \mathbf{T}^- \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{S}} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{B}_4 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

where $[\mathbf{A}_4, \mathbf{B}_1]^T$ is the amplitude vector of the projected modes on rigid duct eigenfunctions related to the scattering waves and $[\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_4]^T$ is the amplitude vector of the projected modes on rigid duct eigenfunctions related to the incident waves.

Assuming anechoic condition, i.e., $\mathbf{B}_4 = \{0, \dots, 0\}^T$ and only incident plane wave such that $\mathbf{A}_1 = \{1, 0, \dots, 0\}^T$, the scattering matrix of the liner test section is completely determined.

3.4.4 Comparison of the measured and predicted scattering matrices

In what follows the measured scattering matrix is compared to the predicted multimodal scattering matrix calculated with the Ingard-Myers boundary condition and the modified Ingard-Myers boundary condition (with the additional parameter β_v^{exp} determined as described in Sec. 3.4.2), respectively.

a) Comparison between the measured and the predicted scattering matrix calculated with the conventional Ingard-Myers boundary condition

The multimodal scattering matrix with a number of modes $N = 10$ (which is enough to insure the convergence of the scattering coefficients' values) is calculated according to the method outlined in Sec. 3.4.2 with $\beta_v = 0$ and a lined wall impedance such that $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^+$ and $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^-$, respectively.

As one can expect in the no flow configuration, good agreement is observed between the measured and the predicted scattering matrix (see Fig. 3.9). The difference occurring around 1.5 kHz on $|T^+|$ is due to the accuracy limit of the acquisition system (which nevertheless permits measurement of an attenuation up to 70 dB).

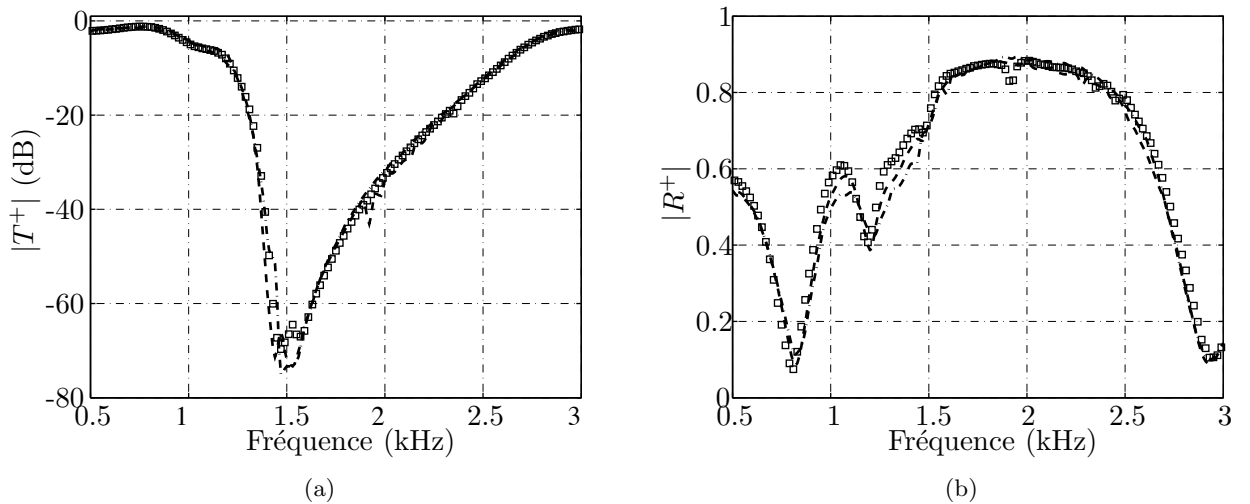


FIG. 3.9 – Comparison between the measured (square markers) and the predicted scattering matrix calculated with the Ingard-Myers boundary condition ($\beta_v = 0$) for $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^+$ (dashed line) and for $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^-$ (dashdot line) at $M_0 = 0$. (a) Magnitude of T^+ , (b) Magnitude of R^+ .

$|T^-|$ and $|R^-|$ are intentionally not presented in Fig. 3.9 since the scattering matrix is reciprocal and symmetric in the no flow case, i.e., $T^+ \approx T^-$ and $R^+ \approx R^-$.

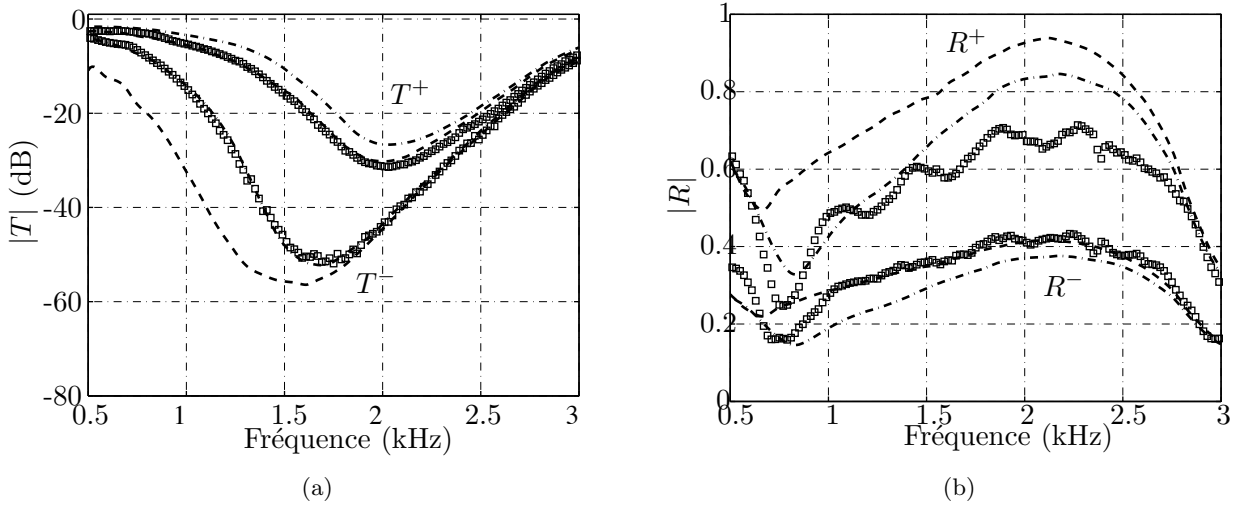


FIG. 3.10 – Comparison between the measured (square markers) and the predicted scattering matrix calculated at $M_0 = 0.2$ with the Ingard-Myers boundary condition ($\beta_v = 0$) for $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^+$ (dashed line) and for $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^-$ (dashdot line). (a) Magnitudes of T^+ and T^- , (b) Magnitudes of R^+ and R^- .

In the flow configuration ($M_0 = 0.2$), Fig. 3.10 shows that a large discrepancy occurs in particular on the predicted transmitted T^- and reflected R^+ coefficients when using alternatively \tilde{Z}_0^+ or \tilde{Z}_0^- . In particular neither \tilde{Z}_0^+ or \tilde{Z}_0^- can provide a good agreement with both T^+ and T^- . This analysis holds for the case $M_0 = 0.3$ (see Fig. B.3 in appendix B).

This highlights the important role of the viscosity near the lined wall which results in a different behaviour when sound propagates in the flow or in the reverse direction of flow.

b) Comparison between the measured and the predicted scattering matrix calculated with the modified Ingard-Myers boundary condition

Figure 3.11 shows the comparison between the measured and the predicted scattering matrix when this latter is taken into account the modified Ingard-Myers boundary condition (with β_v^{exp} experimentally determined as described in Sec. 3.4.1). Significant improving is provided (except for the coefficient R^+). In particular, using the modified Ingard-Myers boundary condition and the effective lined wall impedance Z_{eff} permits to fit very closely three of the four coefficients of the experimental scattering matrix (T^+ , T^- and R^-). Significant improvement is also provided at $M_0 = 0.3$ (see Fig. B.4 in appendix B).

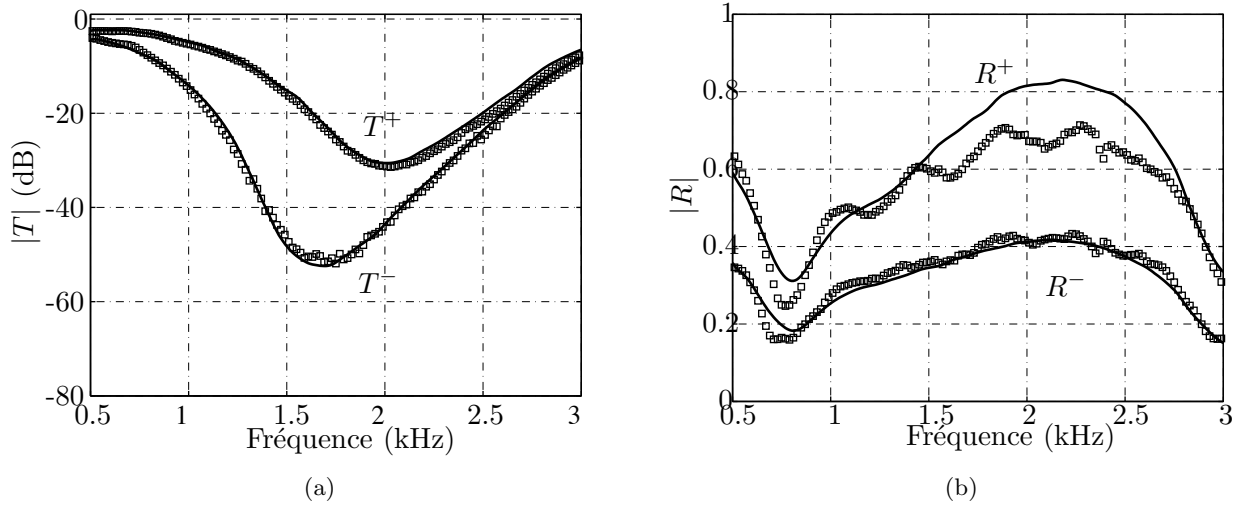


FIG. 3.11 – Comparison between the measured (square markers) and the predicted scattering matrix calculated at $M_0 = 0.2$ with the modified Ingard-Myers boundary condition ($\beta_v = \beta_v^{exp}$) for $\tilde{Z}_w = Z_{eff}$ (solid line). (a) Magnitudes of T^+ and T^- , (b) Magnitudes of R^+ and R^- .

3.5 Conclusion

This experimental study highlights the irrelevance of using the conventional Ingard-Myers boundary condition for the prediction of acoustic propagation in the lined ducts under uniform mean flow assumption. The losses in the vicinity of the lined wall is of a crucial importance when determining with accuracy the acoustic impedance of conventional liner for aircraft engine systems and has to be taken into account. Both the modified Ingard-Myers boundary condition and an effective lined wall impedance (unique whatever the direction of acoustic propagation) are validated by means of two independant experiments.

The present study shows that the problem of acoustic propagation in a lined duct with real flow profile at low Mach number can be seen as a uniform mean flow problem accounting for the flow profile and the boundary layer effects via a modified Ingard-Myers boundary condition.

Chapitre 4

Modèle empirique de résistance acoustique avec écoulement rasant

Résumé

Cette étude est dédiée à la comparaison des mesures de résistance acoustique effectuées sur différents types de plaques perforées (couplées à des cavités résonantes) avec les modèles d'impédance existants dans la littérature. L'objectif est double. D'une part, on souhaite fournir des données expérimentales concernant des plaques CMC (composites à matrice céramique) à surface rugueuse pour le recalage des codes de calcul en aéroacoustique pour le besoin des industriels. D'autre part, on cherche à déterminer l'influence de la nature du matériau comparativement à des matériaux plus classiques utilisés jusqu'à présent dans l'aéronautique. Un nouveau modèle de résistance empirique (recalé à partir des mesures) est également proposé.

4.1 Introduction

Cette étude s'inscrit dans le cadre des travaux menés pour le projet ARCOCE (« ARrières Corps cOmposite CEramique ») en partenariat avec la société Snecma Propulsion Solide. Cette dernière étend l'utilisation des matériaux innovants composites CMC (fibres céramique à matrice céramique) au traitement acoustique des nacelles d'avions civils. Ces matériaux ont pour avantage de conserver une bonne tenue mécanique aux hautes températures et une masse réduite comparativement aux traitements métalliques plus classiquement utilisés dans les nacelles d'avions.

Le besoin est double :

- quantifier le comportement acoustique des plaques perforées en céramique (avec un état de surface rugueux) sous l'effet d'un écoulement rasant en comparaison avec les matériaux plus classiques à surface lisse (en l'occurrence des plaques perforées lisses en fibres de verre avec matrice Epoxy).
- caractériser l'impédance des plaques perforées en céramique et fournir des données exploitables (les résistances acoustiques principalement) par les codes de calcul en aéroacoustique.

Du point de vue « académique », la compréhension des effets liés à l'écoulement sur l'impédance des matériaux absorbants reste un enjeu important si l'on en juge par la profusion des modèles empiriques ou semi-empiriques présents dans la littérature parmi lesquels [62, 21, 60, 77, 66, 25, 35, 34, 39, 98, 99, 42, 38, 88, 72, 40, 33, 78, 48, 100, 92, 41, 8].

Ce chapitre n'a pas pour ambition de dresser un état de l'art exhaustif en la matière. C'est pourquoi ne sont reportés dans ce chapitre que les principaux aspects concernant la description de modèles d'impédance choisis. Une trouvera des études bibliographiques fournies dans les travaux suivants [70], [27] et [66] pour un orifice seul et des plaques multiperforées.

Le tableau 4.1 regroupe les caractéristiques géométriques des échantillons rectangulaires (200×100 mm) des plaques perforées mesurées. Les grandeurs géométriques sont explicitées sur la figure 4.1.

n°	Type	Taux de perforation σ_s (%)	d (mm)	e (mm)
1	CMC	20	2.18	1.60
2	CMC	20	1.68	1.60
3	CMC	20	1.60	1.60
4	CMC	20	1.18	1.60
5	CMC	20	0.68	1.60
6	CMC	15	1.68	1.60
7	CMC	10	1.68	1.60
8	Epoxy	22	1.55	1.60
9	Epoxy	20	1.55	1.60
10	Epoxy	16	1.55	1.60
11	Epoxy	10	1.55	1.60

TAB. 4.1 – Caractéristiques des échantillons de plaques perforées mesurées.

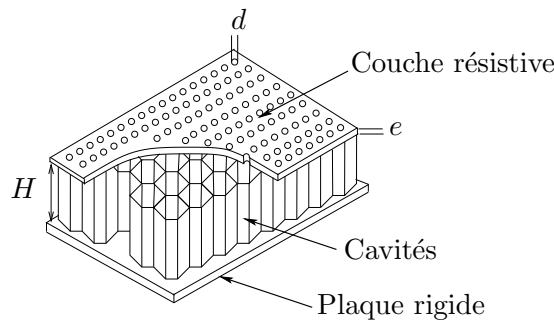


FIG. 4.1 – Schéma des matériaux absorbants caractérisés durant la thèse

On décrit, dans un premier temps, les modèles d'impédance semi-empiriques issus de la littérature pour une plaque perforée en l'absence d'écoulement. Les effets visqueux à l'intérieur et à l'extérieur des perforations de la plaque ainsi que le rayonnement et l'interaction entre les perforations sont ainsi considérés. Les effets non linéaires au sein des orifices dus à de forts niveaux acoustiques sont ensuite présentés à partir des développements théoriques et des résultats expérimentaux fournis par les modèles dédiés dans la littérature. Les modèles d'impédance décrivant les effets de l'écoulement au dessus de la plaque font ensuite l'objet d'une attention particulière. Ces derniers sont utilisés ultérieurement, pour compararaison avec les résultats de mesures de résistance acoustique effectuées au laboratoire sur des traitements composés de cavités résonantes recouvertes par une plaque perforée en CMC ou en époxy avec des géométrie de perforations différentes. L'impact du matériau (CMC ou époxy) sur la résistance avec écoulement est discuté ainsi que l'effet du diamètre des perforations et du taux de perfoation. On développe enfin un nouveau modèle empirique de résistance acoustique basé sur les mesures effectuées.

4.2 Impédance acoustique d'une plaque perforée

L'impédance spécifique acoustique d'un traitement comme celui présenté en figure 4.1 peut être décomposée selon plusieurs contributions :

$$Z = Z_{lin} + Z_{nl} + Z_e + Z_c, \quad (4.1)$$

où

- Z_{lin} est l'impédance du modèle linéaire qui tient compte à la fois des pertes viscothermiques aux parois des perforations, du rayonnement du son par les perforations sur l'extérieur et de l'interaction acoustique mutuelle entre perforations,
- Z_{nl} désigne l'impédance qui tient compte des effets non linéaires de la plaque perforée qui surviennent lorsque le niveau de pression incident ou la vitesse acoustique au sein des orifices sont trop importants,
- Z_e est l'impédance qui tient compte des effets dus à l'écoulement rasant,
- Z_c est l'impédance des cavités résonantes couplées à la plaque perforée.

4.2.1 Modèle linéaire

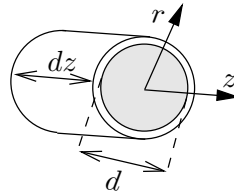


FIG. 4.2 – Notations pour le modèle linéaire

Les modèles présents dans la littérature qui traduisent le comportement linéaire des plaques perforées sont principalement fondés sur la formulation de Crandall [20] qui généralise les résultats analytiques de Stokes, Helmholtz et Kirchhoff. Lord Rayleigh [87] traite le cas du mouvement du fluide dans un tube étroit de longueur finie.

On considère un tube infini selon l'axe z de rayon $d/2$ (cf. figure 4.2) dans lequel un gradient axial de pression (prépondérant par rapport au gradient radial de pression) est appliqué. Compte tenu des effets liés à la viscosité de cisaillement, la variation de la vitesse acoustique suivant la direction z peut être négligée devant la variation radiale de cette dernière. Dès lors, on écrit l'équation du mouvement dans le tube selon l'axe z comme :

$$\rho_0 \frac{\partial v_z(r)}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z(r)}{\partial r} \right). \quad (4.2)$$

Les conditions aux limites, à savoir une vitesse acoustique nulle à la paroi $v_z(r = d/2) = 0$ et finie en $r = 0$, mènent à la solution pour la vitesse acoustique $\langle v_z \rangle$ moyennée sur la section du tube

$$\langle v_z \rangle = -\frac{1}{jk\rho_0 c_0} \left(1 - \frac{J_1(k_s d/2)}{k_s d J_0(k_s d/2)} \right) \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (4.3)$$

avec $k = \omega/c_0$, c_0 la célérité du son dans le fluide, ρ_0 la densité du fluide et $k_s = \sqrt{\frac{-j\omega}{\nu}}$ le nombre de Stokes, grandeur caractéristique des effets visqueux définie à partir de la viscosité cinématique du

fluide. Enfin, J_0 et J_1 sont les fonctions de Bessel cylindriques d'ordre 0 et 1 de 1^{ère} espèce, respectivement.

En assimilant l'orifice à un tube de faible épaisseur e (petite devant la longueur d'onde acoustique) on écrit le gradient de pression acoustique selon z comme l'écart de pression Δ_p de part et d'autre de l'orifice comme

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\Delta_p}{e} \quad (4.4)$$

L'impédance spécifique acoustique liée aux effets de viscosité dans un orifice écrit comme

$$Z_v = \frac{\Delta_p}{\langle v_z \rangle} \quad (4.5)$$

devient d'après (4.3) :

$$Z_v = jke \left(1 - \frac{4}{Kd} \frac{J_1(k_s d/2)}{J_0(k_s d/2)} \right)^{-1} \quad (4.6)$$

Dans le cas des plaques perforées mesurées, les diamètres de perforation vérifient $|k_s d/2| > 10$ et le développement asymptotique des fonctions de Bessel de (4.6) conduit à :

$$Z_v = \frac{\sqrt{8\nu\omega}}{c_0} \frac{e}{d} + j \frac{\omega}{c_0} e \left(1 + \frac{1}{d} \sqrt{\frac{8\nu}{\omega}} \right) \quad (4.7)$$

L'expression (4.7) ne tient pas compte des effets de rayonnement du son de part et d'autre des orifices.

En effet dans le cas (épaisseur e et diamètre d petits devant la longueur d'onde acoustique) où la vibration de la lame d'air contenue à l'intérieur de l'orifice peut être assimilée à la vibration d'un piston plan débouchant dans un écran infini [87], la masse d'air déplacée possède une longueur effective supérieure à l'épaisseur de la plaque.

On trouve dans la littérature l'expression simplifiée de la résistance de rayonnement lorsque le diamètre de l'orifice vérifie $kd/2 < 1/4$ (hypothèse vérifiée pour les échantillons de peaux perforées mesurées dans ce chapitre) :

$$Z_r = \frac{1}{8} (kd)^2 \quad (4.8)$$

De plus, les phénomènes visqueux de part et d'autre de l'orifice sont également à prendre en compte et une correction de longueur supplémentaire s'applique. Ingard [48] montre expérimentalement que la correction de longueur pour la résistance est égale au diamètre des perforations d et celle pour la réactance est égale à $8d/3\pi$.

En définitive, le modèle linéaire tenant compte des effets visqueux et du rayonnement s'écrit comme :

$$Z_{lin} = \frac{1}{\sigma_s} \left\{ \frac{\sqrt{8\nu\omega}}{c_0} \left(1 + \frac{e}{d} \right) + \frac{1}{8} (kd)^2 + j \frac{\omega}{c_0} \left[e + \frac{8d}{3\pi} + \sqrt{\frac{8\nu}{\omega}} \left(\frac{e}{d} \right) \right] \right\}, \quad (4.9)$$

dans lequel on généralise l'impédance d'un orifice seul à l'impédance d'un ensemble d'orifices (plaque perforée) par la prise en compte du taux de perforation σ_s . Ce taux généralement exprimé en %, est défini comme le rapport entre la surface de toutes les perforations et la surface totale de la plaque.

L'expression (4.7) est donnée pour un orifice seul. On doit à Fok la résolution mathématique de l'interaction entre les orifices, la correction de longueur totale (second terme entre crochets dans (4.9)) qui s'applique à la réactance ayant alors la forme suivante $\Psi(\sqrt{\sigma_s})\frac{8d}{3\pi}$ avec $\Psi(\sqrt{\sigma_s})$ désignant la fonction de Fok donnée par :

$$\Psi(\sqrt{\sigma_s}) = 1 - 1.41\sqrt{\sigma_s} + 0.338\sqrt{\sigma_s}^3 + 0.0679\sqrt{\sigma_s}^5 - 0.0229\sqrt{\sigma_s}^7 - 0.0164\sqrt{\sigma_s}^8 \quad (4.10)$$

On note une interaction négligeable lorsque $\sigma_s < 4\%$.

L'expression précédente est utilisée par Melling [72] et dans les travaux de Hersh *et al.* [42]. Guess [38] utilise une autre correction de longueur $(1 - 0.7\sqrt{\sigma_s})\frac{8d}{3\pi}$.

4.2.2 Effets non linéaires

Lorsque la vitesse acoustique au sein des orifices devient trop importante, le comportement ne peut plus être prédit par les relations de l'acoustique linéaire classique. En régime linéaire (faible vitesse acoustique), l'écoulement acoustique reste potentiel de part et d'autre de l'orifice. En régime non linéaire (forte vitesse acoustique), l'écoulement acoustique potentiel à l'entrée de l'orifice se sépare et prend la forme d'un jet suivi de tourbillons de l'autre côté. Ces phénomènes sont observés et décrits par Ingard dès 1967 [50].

Ainsi, de nombreux modèles d'impédance utilisent le coefficient de décharge C_D (par analogie avec la mécanique des fluides) pour tenir compte de la perte de pression au passage de l'orifice par contraction de l'écoulement acoustique (effet *vena contracta*). En outre, C_D est défini comme le rapport de la vitesse acoustique v_0 dans l'orifice (supposée uniforme sur la surface de l'orifice) à la vitesse acoustique v_j dans le jet qui se forme à la sortie de l'orifice. Dans ces travaux, Elnady [28], fournit la valeur de C_D pour des orifices tels que $0.6 \text{ mm} < d < 5 \text{ mm}$ et $0.5 \text{ mm} < e < 2.5 \text{ mm}$.

Les effets non-linéaires dépendent de la géométrie des orifices (formes, profil des bords), du taux de perforation, de la fréquence et en premier lieu du niveau de vitesse acoustique v_0 au sein des orifices. La résistance acoustique est alors écrite comme :

$$R = R_{lin} + R_{nl} \quad (4.11)$$

$$= R_{lin} + B|v_0|, \quad (4.12)$$

où R_{lin} est la résistance donnée par le modèle linéaire ($R_{lin} = \Re(Z_{lin})$), R_{nl} est la résistance non linéaire ($R_{nl} = \Re(Z_{nl})$) et B un facteur de non linéarité.

La vitesse acoustique incidente $|v_n|$ est liée à la pression acoustique p_s à la surface du matériau

complet (peau + cavités) par l'impédance telle que :

$$|v_n| = \frac{|p_s|}{\rho_0 c_0 |Z_{lin} + Z_c|}, \quad (4.13)$$

$$= \frac{|p_s|}{\rho_0 c_0 \sqrt{R^2 + [\Im(Z_{lin} + Z_c)]^2}}. \quad (4.14)$$

Dans l'expression précédente le terme $Z_c = -j \cot(kH)$ désigne l'impédance des cavités de hauteur H , purement imaginaire.

De plus $|v_0| \approx |v_n|/\sigma_s$, ainsi on a :

$$R = R_{lin} + B \frac{|p_s|}{\rho_0 c_0 \sigma_s \sqrt{R^2 + [\Im(Z_{lin}) - j \cot(kH)]^2}}, \quad (4.15)$$

où l'inconnue R est obtenue numériquement.

La littérature fournit plusieurs valeurs du coefficient de non-linéarité B . Sullivan [101, 102] fournit $B = \frac{1}{c_0} \left(\frac{0.37}{\sigma_s C_D^2} \right)$ pour une plaque perforée ($e = 0.81$ mm, $d = 2.59$ mm et $\sigma_s = 4.2\%$). Guess [39] ne tient pas compte du coefficient de décharge et donne l'expression $B = \left(\frac{1 - \sigma_s}{\sigma_s c_0} \right)$.

Enaldy [28] donne $B = \frac{1}{2c_0} \left(\frac{1 - \sigma_s^2}{\sigma_s C_D^2} \right)$ à partir de mesures de résistance acoustique faites sur des échantillons circulaires de diamètre 30 mm avec un seul orifice. Il valide la valeur du coefficient B sur 36 échantillons mesurés (combinaison des plaques d'épaisseur $e = [0.8, 1, 1.25, 1.5, 2, 2.5]$ mm et de diamètre de perforation $d = [0.6, 1, 1.3, 1.6, 2, 2.5]$ mm).

Melling [72] donne la valeur théorique $B = \frac{4}{3\pi c_0} \left(\frac{1 - \sigma_s^2}{\sigma_s C_D^2} \right)$. Il corrige cette expression par un facteur multiplicatif de 1.2 en accord avec des mesures faites sur six plaques perforées ($e = 0.56$ mm, $d \approx [0.66, 1.27, 2.8]$ mm, $\sigma_s \approx 7.5$ et 22.7%).

4.2.3 Prise en compte de l'écoulement rasant

Ingard et Ising [50] propose d'exprimer la contribution notée R_e de la résistance due à l'écoulement comme :

$$R_e = \frac{(1 - \sigma_s^2) |v|}{\sigma_s c_0}, \quad (4.16)$$

avec $|v|$ l'amplitude des fluctuations de la vitesse turbulente due à une couche limite turbulente. La valeur de $|v|$ est reliée au nombre de Mach de l'écoulement stationnaire le long d'une plaque lisse au moyen de la théorie de couche limite turbulente. Rice [88] déduit de manière empirique que la résistance acoustique due à l'effet de l'écoulement est proportionnelle au nombre de Mach de l'écoulement stationnaire tel que :

$$\frac{|v|}{c_0} = \eta M_0, \quad (4.17)$$

où η est un paramètre constant.

Pour des plaques perforées, Rice propose la valeur de $\eta = 0.3$ avec $R_e = \frac{1}{\sigma_s} \eta M_0$. La valeur $\eta = 0.3$ est également retenue par Bauer [8] mais en utilisant la forme (4.16).

On trouve également $R_e = \frac{0.53M_0}{\sigma_s}$ dans les travaux de Rao et Munjal [78] et Elnady [28] donne $R_e = \frac{0.5M_0}{\sigma_s}$ comme meilleure corrélation avec ses données expérimentales.

La figure 4.3 montre une comparaison de la résistance, somme de la contribution des effets visqueux et du rayonnement (partie réelle de la relation (4.9)) et de la contribution R_e due à l'écoulement, calculée pour une plaque perforée avec $\sigma_s = 20\%$, $d = 1.6$ mm, $e = 1.5$ mm et $M_0 = 0.3$. On observe de gros écarts entre les différents modèles, ce qui témoigne de la difficulté de décrire l'effet de l'écoulement dans les modèles.

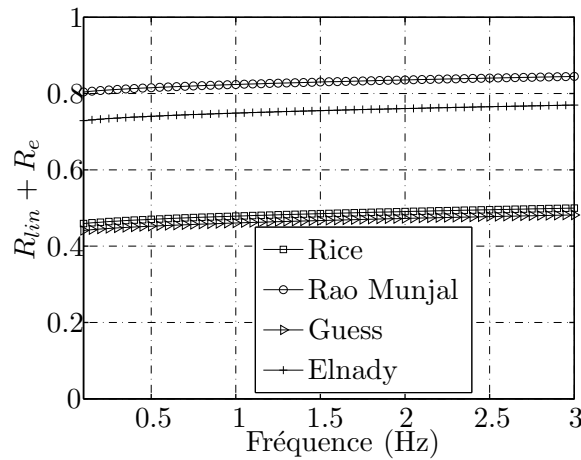


FIG. 4.3 – Comparaison de la résistance $R_{lin} + R_e$ calculée pour $\sigma_s = 20\%$, $d = 1.6$ mm, $e = 1.5$ mm avec $M_0 = 0.3$. Le terme R_{lin} est donné par la partie réelle de la relation (4.9) et $R_e = 0.3M_0/\sigma_s$ pour le modèle de Rice, $0.53M_0/\sigma_s$ pour le modèle de Rao et Munjal, $0.3M_0(1 - \sigma_s^2)/\sigma_s$ pour le modèle de Guess et enfin $0.5M_0/\sigma_s$ pour le modèle de Elnady.

Les travaux de Goldman et *al.* [35, 34] sont basés sur une analyse dimensionnelle (le principe de cette dernière est clairement exposé dans [65]) afin de déterminer les grandeurs d'intérêt pour la description de l'impédance d'un orifice tenant compte des effets de la vitesse acoustique au sein de l'orifice en présence d'écoulement.

Goldman et Panton [35] montrent que l'impédance d'un orifice avec écoulement rasant est fonction de plusieurs paramètres tel que $Z = F(e, d, \rho, f, \nu, v_0, v_*, \delta, \Pi)$, avec v_* la vitesse de frottement caractéristique des propriétés internes de la couche limite, δ l'épaisseur de couche limite stationnaire et Π un paramètre qui apparaît dans la loi de sillage utilisée avec la « loi de mur » pour décrire la dépendance de la vitesse du profil d'écoulement près de la surface du matériau. Lorsque le rapport d/δ devient assez petit ($d/\delta = 0.2$ dans [35]), seule la sous-couche laminaire interagit avec l'orifice et la dépendance de Π devient négligeable lorsque $d/\delta \rightarrow 0$. On se place également dans cette hypothèse pour les mesures au banc acoustique du LAUM (de dimension transverse $h = 15$ mm) sur les échantillons de plaque perforée présentés dans le tableau 4.1.

L'impédance peut donc être convenablement décrite avec les seules variables $e, d, \rho, f, \nu, v_0, v_*$ comme

$$Z = F(e, d, \rho, f, \nu, v_0, v_*) \quad (4.18)$$

D'après Goldman et Chung [34] en utilisant le jeu de paramètres présents dans la relation (4.18), la résistance acoustique de l'orifice peut être adimensionnée de trois manières différentes comme $\frac{R}{\rho\sqrt{(\omega\nu)}}$, $\frac{R}{\rho v_0}$ ou encore comme $\frac{R}{\rho\omega d}$. L'analyse dimensionnelle montre que $\frac{\Delta_e}{\Delta_{e_0}}$ (rapport de la correction de longueur pour la réactance avec écoulement sur la correction de longueur sans écoulement) et $\frac{R}{\rho\sqrt{(\omega\nu)}}$ peuvent être écrits comme une fonction de nombres sans dimension tels que

$$\frac{\Delta_e}{\Delta_{e_0}} \text{ or } \frac{R}{\rho\sqrt{(\omega\nu)}} = F \left[\frac{e}{d}, \frac{fd^2}{\nu}, \frac{v_*d}{\nu}, \frac{v_0}{v_*} \right]. \quad (4.19)$$

Il est à noter que les nombres sans dimension qui apparaissent à l'intérieur des crochets peuvent être remplacés par toute combinaison qui peut être faite entre eux. La forme (4.19) choisie vise néanmoins à faciliter l'interprétation des phénomènes physiques en jeu. En effet :

- $\frac{fd^2}{\nu}$ est le carré du rapport entre le diamètre de l'orifice et la longueur de diffusion visqueuse,
- $\frac{v_*d}{\nu}$ est le rapport entre le diamètre de l'orifice et une échelle de longueur caractéristique de la sous-couche limite,
- $\frac{v_0}{v_*}$ est le rapport entre la vitesse acoustique et la vitesse de frottement (vitesse caractéristique de la sous-couche limite).

La vitesse de frottement est un paramètre important dans la description de la résistance des matériaux absorbants en présence de l'écoulement. Ceci explique (en partie) pourquoi les modèles empiriques basés uniquement sur le nombre de Mach moyen (voir [66] par exemple) s'avèrent difficilement applicables à d'autres géométries de conduit que celle utilisée.

La vitesse de frottement est liée aux dimensions du conduit de mesure et à la perturbation de la sous-couche limite par l'état de surface des matériaux.

Basés sur ce constat, des modèles empiriques ont été développés pour prédire la contribution Z_e de l'impédance des plaques perforées due à l'écoulement à partir des seuls paramètres géométriques du matériau ainsi que celui de la vitesse de frottement. Lorsque les effets non linéaires (liés à de forts niveaux acoustiques) peuvent être ignorés (en régime linéaire), la résistance spécifique R_e est alors exprimée selon $R_e = F \left[\frac{fd}{c_0}, \frac{e}{d}, \frac{v_*}{fd} \right]$.

On retrouve cette description de la résistance R_e chez les auteurs suivants

- Kooi et Sarin [62] dont le modèle de résistance R_e est donné par

$$\sigma_s \frac{R_e c_0}{fd} = (5 - e/d) (9.9v_*/fd - 3.2) / 4 \quad (4.20)$$

– Cummings [21] dont le modèle de résistance R_e est donné par

$$\sigma_s \frac{R_e c_0}{fd} = (12.52(e/d)^{-0.32} - 2.44) (v_*/fd) - 3.2 \quad (4.21)$$

– Kirby et Cummings [60] dont le modèle de résistance R_e est donné par

$$\sigma_s \frac{R_e c_0}{fd} = (26.16(e/d)^{-0.169} - 20) (v_*/fd) - 4.055 \quad (4.22)$$

Avec l'emploi de tels modèles, la résistance acoustique totale spécifique est obtenue en ajoutant à la résistance sans écoulement R_{lin} , la résistance avec écoulement R_e . Ces modèles sont donc valables uniquement en régime linéaire ; la résistance R_{nl} est négligée.

4.3 Comparaison modèles/mesures

Dans la suite, on compare les résultats issus des différents modèles (4.20), (4.21) et (4.22) avec les résultats de mesure des résistances des échantillons dont les caractéristiques sont fournis dans le tableau 4.1.

Les modèles précités requièrent la connaissance de la vitesse de frottement dans le conduit. A cet effet, Cummings et Kirby [21, 60] utilisent un tube de Preston (tube de pitot coudé) disposé à au contact de la paroi du conduit et face à l'écoulement. La vitesse de frottement est obtenue en recalant l'écart de pression mesuré (entre la pression totale et la pression statique) avec le modèle de calibration des tubes de Preston défini par Patel [57].

Kooi et Sarin [62] relèvent le profil de vitesse de l'écoulement moyen à proximité de la paroi traitée du conduit. Ces derniers recalent leur mesure sur la loi de distribution classique (« loi de mur ») donnée pour la vitesse près d'une plaque (pour $y/\delta \leq 0.2$) de rugosité moyenne notée k_s

$$\frac{v(y)}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{yv_*}{\nu} \right) + B - \Delta B \left(\frac{v_* k_s}{\nu} \right)$$

Dans cette relation, ν est la viscosité cinématique, B et κ sont des constantes fixées à 5.1 et 4, respectivement. Le terme $\Delta B \left(\frac{v_* k_s}{\nu} \right)$ n'existe pas lorsque la paroi est lisse ($v_* k_s / \nu < 5$). Pour les plaques perforées mesurées dans leur étude, Kooi et Sarin concluent que ce terme est négligeable et donc que l'état de surface des matériaux est assimilable à une paroi lisse.

Dans le cadre des résultats présentés dans la section suivante, on suppose que la présence du matériau perforé n'influence que de manière modérée la vitesse de frottement comparativement à celle mesurée en conduit droit lisse (sans traitement). Ainsi, la vitesse de frottement dans le conduit de mesure est calculée à partir de la pression statique relevée par des prises de pression pariétale en utilisant la méthode de la colonne à eau (voir chapitre 1, section 2.2.1).

La vitesse de frottement mesurée dans le conduit droit (sans traitement) est $v_* = 1.71, 3.18$ et 4.57 m.s⁻¹ pour $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3 , respectivement.

a Influence du type de matériau sur la résistance acoustique mesurée

L'objectif ici est de comparer les résultats pour une plaque perforée (rugueuse) composite céramique (fibres et matrice céramiques) et une plaque perforée (lisse) composite à matrice époxy (avec fibres de verre) afin de déterminer l'influence du matériau sur la résistance acoustique. La comparaison est effectuée pour les échantillons n° 3 (CMC, $\sigma_s = 20\%$, $d = 1.60$ mm et $e = 1.60$ mm) et n° 9 (Epoxy, $\sigma_s = 20\%$, $d = 1.55$ mm et $e = 1.60$ mm).

La figure 4.4(a) montre des écarts concernant les résistances mesurées avec écoulement ($M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3) sur les échantillons n° 3 et 9 bien que ces échantillons possèdent un taux de perforation identique et un diamètre de perforation très voisin. La figure 4.4(b) montre toutefois qu'il est possible de superposer de manière raisonnable la résistance $R_e = \Re(Z - Z_{lin})$ (contribution due à l'écoulement) mise sous la forme $\sigma_s \frac{R_e c_0}{fd}$ en fonction de (v_*/fd) avec $v_* = 1.71, 3.18$ et 4.57 m.s⁻¹ (pour $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3 respectivement). Ceci semble autoriser un modèle de résistance valide pour les deux types d'échantillons mesurés (composite céramique à matrice céramique et composite en fibres de verre à matrice époxy).

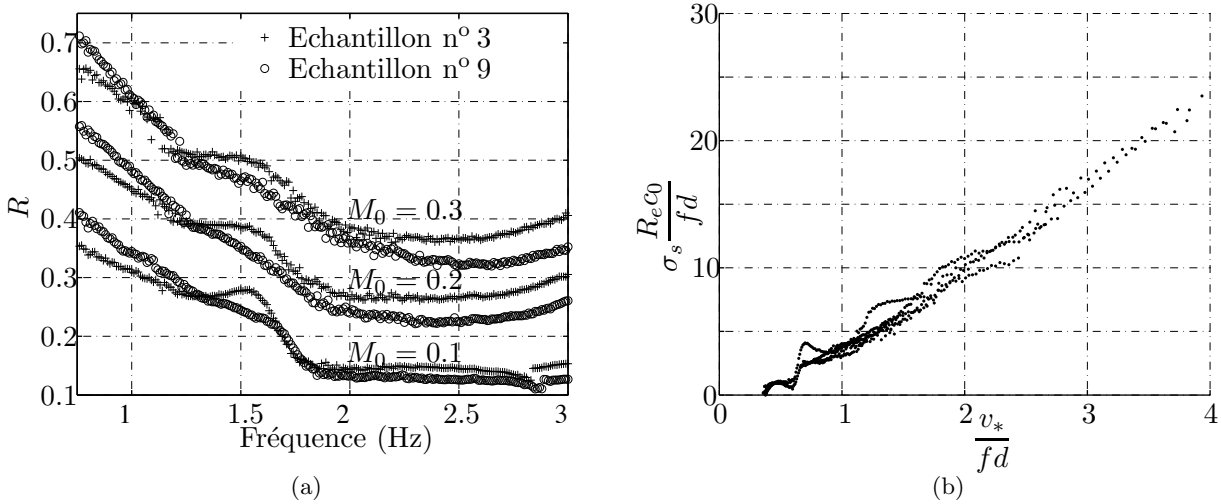


FIG. 4.4 – Comparaison des résistances acoustiques mesurées avec écoulement sur plaques perforées en CMC (échantillons n° 3) et résine Epoxy (échantillons n° 9). Le taux de perforation est identique ($\sigma_s = 20\%$) et le diamètre de perforation similaire ($d = 1.60$ mm pour l'échantillon n° 3 et $d = 1.55$ mm pour l'échantillon n° 9). (a) Résistance acoustique mesurée pour $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3 . (b) Représentation de la résistance $R_e = \Re(Z - Z_{lin})$ des échantillons mesurés n° 3 et 9 sous la forme $\sigma_s \frac{R_e c_0}{fd}$ en fonction de (v_*/fd) pour $v_* = 1.71, 3.18$ et 4.57 m.s⁻¹ (soit respectivement $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3).

Pour vérifier cette hypothèse, un nouveau modèle de résistance (appelé nouveau modèle par la suite) pour la contribution liée à l'effet de l'écoulement est recalé sur l'ensemble des données expérimentales (mesures des résistances acoustiques avec écoulement à $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3) disponibles (échantillons n° 1 à 11)

$$\sigma_s \frac{R_e c_0}{fd} = 0.438 (v_*/fd)^2 + 4.728 (v_*/fd) - 1.220. \quad (4.23)$$

Cette forme, polynôme du second degré en (v_*/fd) , a également été utilisé par Kirby et Cummings [60] pour recaler les résistances mesurées de tôles perforées de type persiennes (les auteurs n'obtiennent cependant pas un jeu unique de coefficients du polynôme dans le cas des différentes géométries considérées).

Les grandeurs mesurées $\sigma_s \frac{R_e c_0}{fd}$ sont représentées en fonction de (v_*/fd) pour chacun des échantillons (n° 3 et 9 respectivement) sur les figures 4.5 et 4.8, respectivement. Est également représenté le résultat issu du nouveau modèle (4.23). Enfin, dans un souci de comparaison avec les modèles présents dans la littérature, les résultats issus des modèles (éq. (4.20)) (modèle de Kooi et Sarin [62]), (4.21) (modèle de Cummings [21]) et (4.22) (modèle de Kirby et Cummings [60]) sont également reportés.

Dans cette représentation ($\sigma_s \frac{R_e c_0}{fd}$ fonction de (v_*/fd)), les résultats issus du nouveau modèle (4.23) montrent un accord global satisfaisant avec la mesure.

Ceci est confirmé lorsque l'on compare les résistances mesurées et modélisées en fonction de la fréquence (figure 4.6 pour l'échantillon n° 3 et figure 4.9 pour l'échantillon n° 9). Il est à noter que les courbes de résistances modélisées (ou plus exactement des courbes de résistances reconstruites) sont obtenues en additionnant deux contributions; la résistance sans écoulement R_{lin} issue de la mesure d'une part et la résistance R_e due à l'écoulement issue des modèles, d'autre part.

Les résultats issus du modèle de Kooi et Sarin (4.20), pourtant en relativement bon accord avec les données expérimentales sur les figures 4.5 et 4.8 (surtout pour l'échantillon n° 3 comparativement aux résultats des modèles de Cummings (4.21) et Kirby Cummings (4.22)) montrent des écarts significatifs (voir figures 4.6 et 4.9).

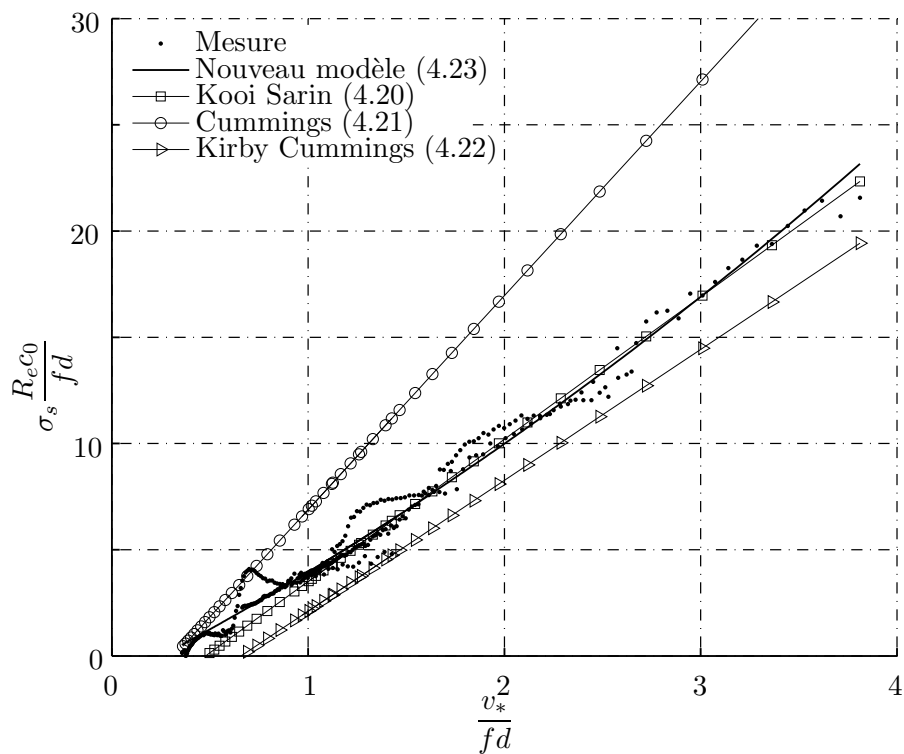


FIG. 4.5 – Echantillon n° 3. Comparaison des résistances mesurées $R = \Re(Z - Z_{lin})$ sous la forme $\sigma_s \frac{R_{eco}}{fd}$ en fonction de (v_*/fd) avec les résistances calculées à partir des modèles (éq. (4.23)) (nouveau modèle), (éq. (4.20)) (modèle de Kooi et Sarin [62]), (4.21) (modèle de Cummings [21]) et (4.22) (modèle de Kirby et Cummings [60]).

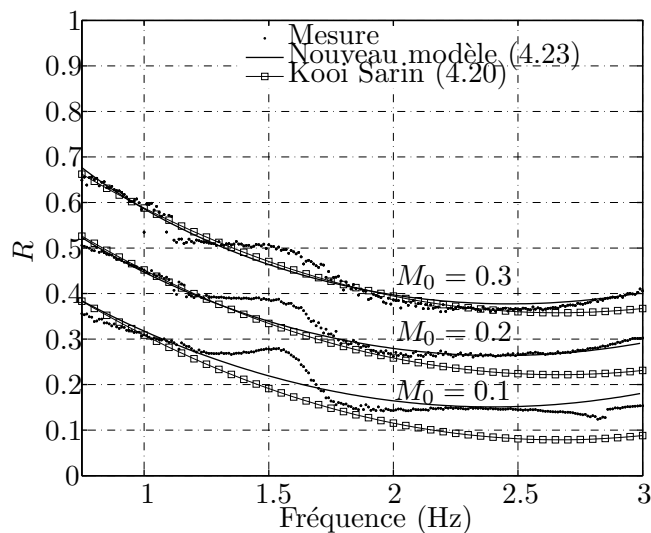


FIG. 4.6 – Echantillon n° 3. Comparaison des résultats issus du nouveau modèle (éq. (4.23)) et du modèle de Kooi et Sarin [62] (éq. (4.20)) avec les résistances mesurées pour $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3 (soit $v_* = 1.71, 3.18$ et 4.57 m.s^{-1} respectivement). Les résistances modélisées sont obtenues comme l'addition $R_{lin} + R_e$ de la contribution sans écoulement issue de la mesure R_{lin} d'une part et de la contribution avec écoulement issue des modèles R_e d'autre part.

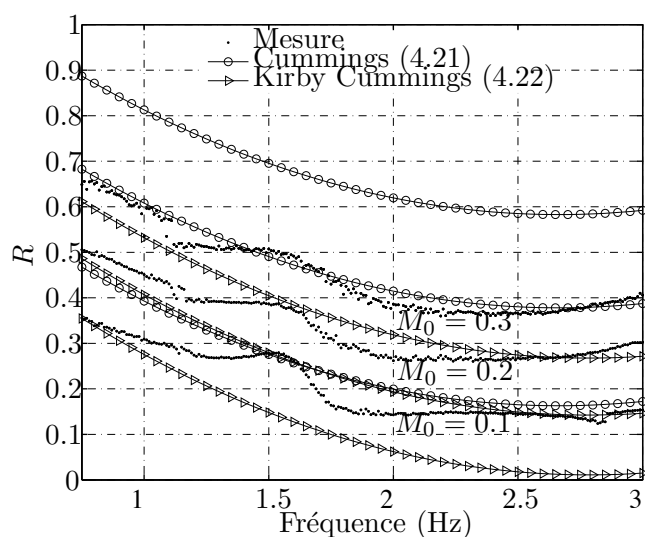


FIG. 4.7 – Echantillon n° 3. Comparaison des résultats issus des modèles de Cummings [21] (éq. (4.21)) et de Kirby et Cummings [60] (éq. (4.22)) avec les résistances mesurées pour $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3 .

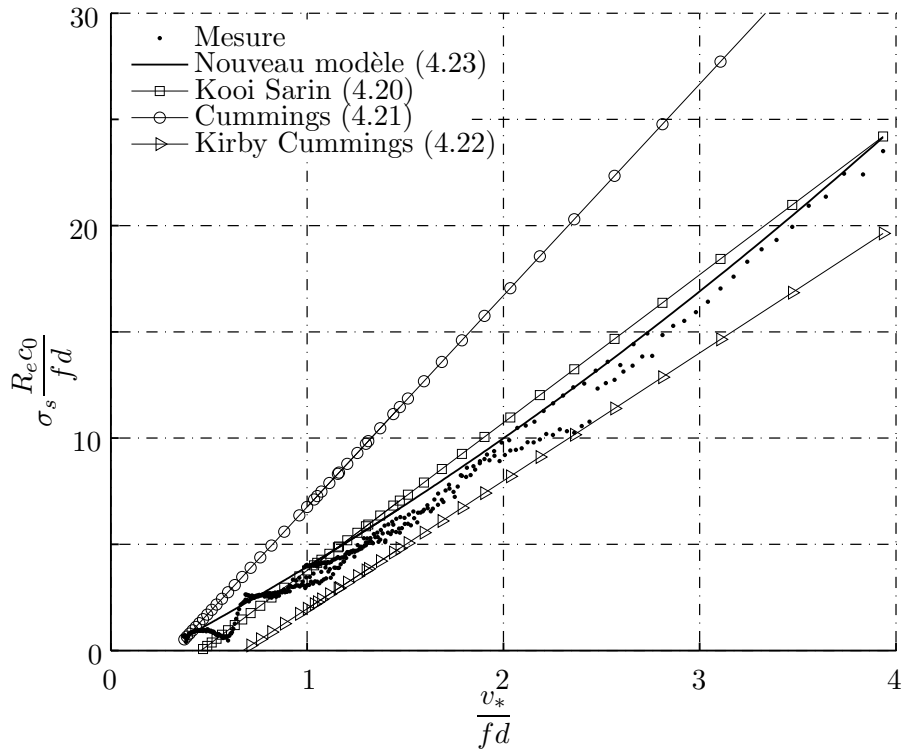


FIG. 4.8 – Echantillon n° 9. Comparaison des résistances mesurées $R_e = \Re(Z - Z_{lin})$ sous la forme $\sigma_s \frac{R_e c_0}{fd}$ en fonction de (v_*/fd) avec les résistances calculées à partir des modèles (éq. (4.23)) (nouveau modèle), (éq. (4.20)) (modèle de Kooi et Sarin [62]), (4.21) (modèle de Cummings [21]) et (4.22) (modèle de Kirby et Cummings [60]).

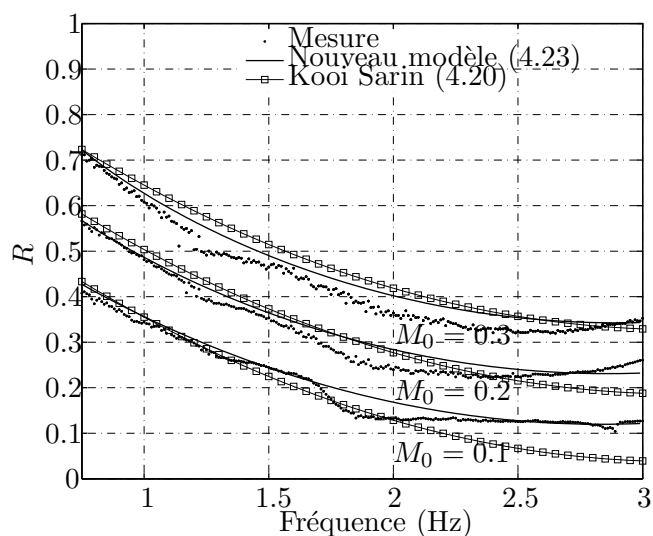


FIG. 4.9 – Echantillon n° 9. Comparaison des résultats issus du nouveau modèle (éq. (4.23)) et du modèle de Kooi et Sarin [62] (éq. (4.20)) avec les résistances mesurées pour $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3 (soit $v_* = 1.71, 3.18$ et 4.57 m.s^{-1} respectivement). Les résistances modélisées sont obtenues comme l'addition $R_{lin} + R_e$ de la contribution sans écoulement issue de la mesure R_{lin} d'une part et de la contribution avec écoulement issue des modèles R_e d'autre part.

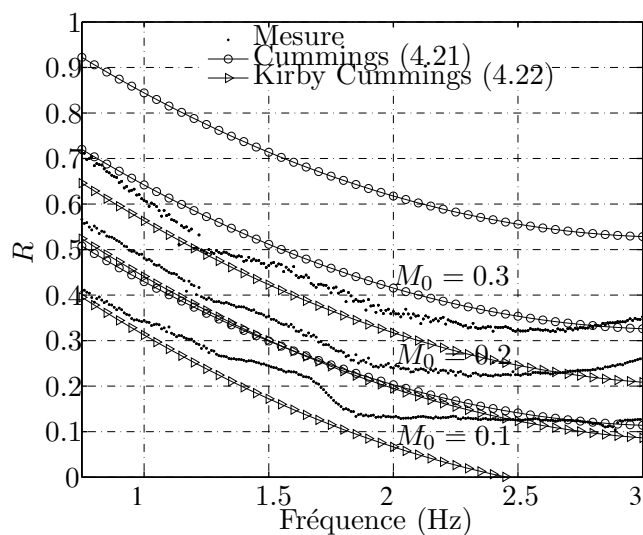


FIG. 4.10 – Echantillon n° 9. Comparaison des résultats issus des modèles de Cummings [21] (éq. (4.21)) et de Kirby et Cummings [60] (éq. (4.22)) avec les résistances mesurées pour $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3 .

Enfin, il n'est pas commode de juxtaposer tous les résultats comparés avec le nouveau modèle. On choisit donc de valider le nouveau modèle (4.23) en juxtaposant les résistances mesurées pour les échantillons choisis n° 3, 4, 7 9 et 10 sur la figure 4.11. Les caractéristiques des ces échantillons sont

regroupés dans le tableau 4.1.

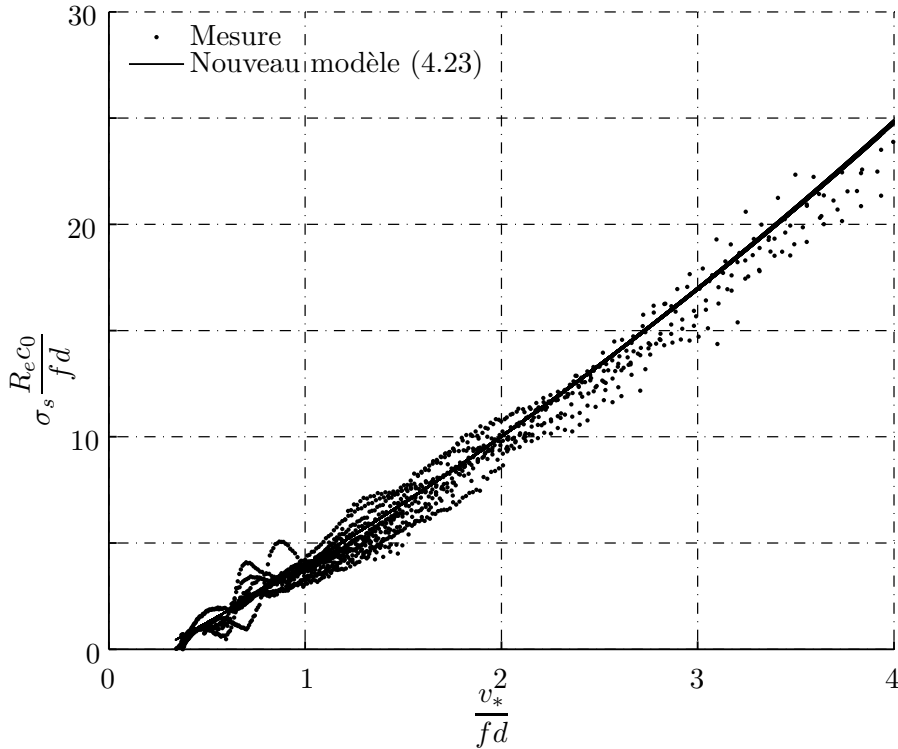


FIG. 4.11 – Echantillons n° 3, 4, 7, 9 et 10. Comparaison des résistances mesurées $R_e = \Re(Z - Z_{lin})$ sous la forme $\sigma_s \frac{R_{ec0}}{fd}$ en fonction de (v_*/fd) avec les résistances calculées à partir du nouveau modèle (éq. (4.23)).

On trouvera les résultats complets concernant la validation du nouveau modèle (4.23) pour les échantillons n° 4 (diamètre de perforation $d = 1.18$ mm et taux de porosité $\sigma_s = 20\%$), n° 7 (diamètre de perforation $d = 1.68$ mm et taux de porosité $\sigma_s = 10\%$) et n° 10 (diamètre de perforation $d = 1.55$ mm et taux de porosité $\sigma_s = 16\%$) en annexe C.

b Influence du niveau de pression acoustique

Le figure 4.4(a) montre que la résistance mesurée sur l'échantillon n° 3 (CMC) possède un comportement différent de la résistance de l'échantillon n° 10 (Epoxy) notamment autour de 1.5 kHz (effet de « bosse »). On retrouve ce comportement sur la figure 4.5. Ce comportement a également pu être observé sur les autres échantillons mesurés, en particulier ceux en composite céramique (à des degrés différents).

Afin de vérifier que ce comportement n'est pas du à des effets non linéaires, la résistance de l'échantillon n° 3 est mesurée sans écoulement pour les niveaux de pressions [100, 110, 120, 125, 130, 135]

dB SPL. Ces derniers sont relevés par le microphone l_1 , qui est situé sur la paroi opposée au début de la zone traitée (voir figure 2.13(a), chapitre 1).

La figure 4.12 montre que la « bosse » est présente dès 100 dB (en régime linéaire). Ceci semble indiquer que ce comportement n'est pas lié à des effets non linéaires mais peut-être d'avantage à des effets de vibration de plaque (hypothèse toutefois non vérifiée dans le cadre de ce travail).

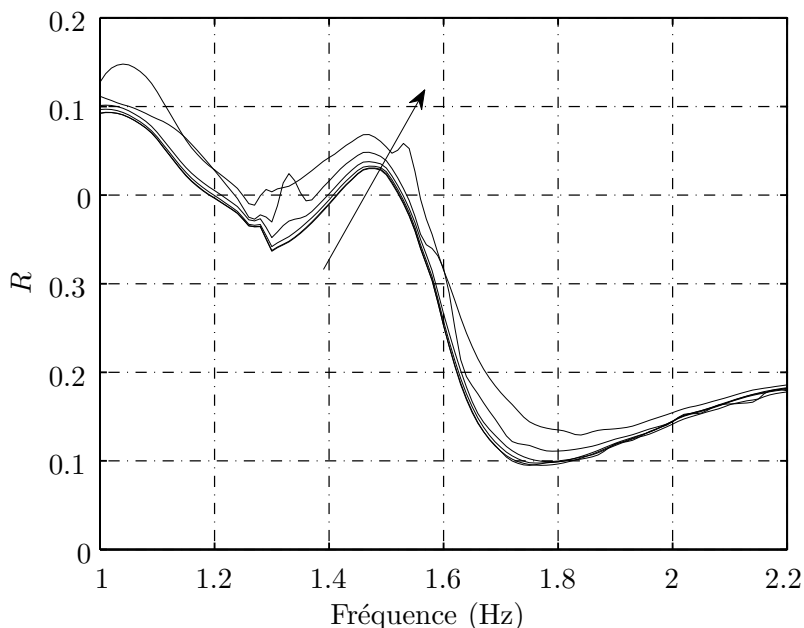


FIG. 4.12 – Echantillon n° 3. Résistance mesurée sans écoulement pour des niveaux acoustiques de 100 à 135 dB SPL. La flèche indique le sens de l'augmentation du niveau de pression acoustique.

4.4 Conclusion

Le résultat des mesures de résistance acoustique effectuées sur des échantillons en composite céramique (à surface rugueuse) et en composite fibres de verre-matrice époxy (à surface lisse) ne sont pas correctement prédits par les modèles existants issus de la littérature. Un nouveau modèle de résistance acoustique pour la contribution liée à l'effet de l'écoulement a donc été proposé. Ce dernier (polynôme du second degré en v_*/fd) permet de prédire de manière raisonnable sur la gamme de fréquences $f = [750 - 3000]$ Hz, les résistances mesurées avec écoulement pour différentes vitesses de frottement v_* , différents diamètres de perforation d et enfin différents taux de perforation.

Chapitre 5

Influence of grazing flow and boundary layer phenomena on the effective admittance of a lined duct

Abstract

This chapter addresses the problem of acoustic propagation in parallel shear flow ducts. The goal is to take into account the dissipative effects in the boundary layer leading to a modification of the boundary condition at the wall. This study is a continuation of previous works by Aurégan *et al.* [6] concerning the treatment of the viscothermal effects in the boundary condition. It is shown that the effective boundary condition may be continuity of the normal acoustic displacement, the continuity of the normal velocity or a mixture between the two latter.

In the present work, further precision is provided in the description of the losses near the wall by taking into account the effect of the turbulence in the boundary layer. As it has been done previously with the thermoviscous effects, a viscosity taking into account the turbulence transport effect is added to the classical molecular viscosity. This latter is variable across the stationary boundary layer and leads then to a modified effective lined wall impedance.

5.1 Introduction

Sound propagation in flow ducts is an issue whose applications are very numerous and whose fundamental problems may still be partly unsolved. In this chapter, we address the problem of acoustic propagation in parallel shear flow ducts with a transversal temperature gradient. The aim is to take into account both viscothermal and turbulence effects in the boundary layer. These effects are then mimicked in a change of the boundary condition at the wall. Thus, boundary condition hypothesis are assumed, in order to treat the diffusion processes due to molecular (viscothermal) and turbulence transport. A variable viscosity is chosen to represent the turbulence effect. Eventually, an new admittance at the edge of the boundary layer is obtained. Several authors [103, 29, 61, 36, 107, 106, 15, 76, 44, 79] have addressed the problem of propagation in lined flow duct, the acoustic being the one of a perfect adiabatic fluid. In this case, they applied the continuity of displacement at the wall since it seems to be the more appropriate [79]. In this chapter, by taking into account the viscothermal effects near the wall, it is shown that the effective boundary condition may be continuity of displacement, continuity of perpendicular velocity or a mixed condition between the two latters. As far as turbulent transport are concerned new difficulties can arise if the acoustic boundary layer is larger than the viscous sublayer of the flow [44].

In section 5.2, the model is presented. It consists in the simplification of the basic equations under the boundary layer assumption. The diffusion equation for the longitudinal velocity and temperature obtained are then used to yield the admittance at the edge of the boundary layer. This latter quantity can be expressed as a function of the solutions of the diffusion equations in section 4.3. In order to solve the diffusion equations one needs to know the behaviour of the viscosity. The next sections are then application of the model for constant or variable viscosity (turbulence effect).

In section 5.4, the turbulence effect is not taken into account so that the viscosity is constant. The case of non-lined duct is first adressed, leading to the conclusion that the mean flow has negligible effect on the viscothermal processes. In this case, the results are similar to the ones obtained in the classical boundary layer treatment of thermal and viscous diffusion of sound near the wall. We then adress the case of lined ducts, where the effect of fluid flow is important. The effect of turbulence is the subject of section 5.5. It is modelled by a classical variable viscosity. Without lining, the theoretical results are compared to other models and experimental result, and with lining a new effective impedance is found.

5.2 Boundary condition with flow and dissipation

5.2.1 General equations

The sound propagation is investigated near a lined wall (see figure 5.1) lying in the plane $z = 0$ of a coordinate system (x, y, z) .

The general set of equations governing the linear oscillations of gas with mean flow (see section 1.5 in chapter 1) written in terms of pressure p , the density ρ , the velocity vector \vec{v} , the entropy s and

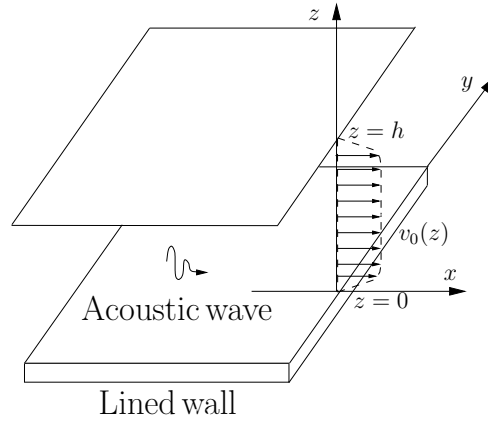


FIG. 5.1 – General description of the problem

the enthalpy h are given by

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_0 + \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} p - \frac{\vec{\nabla} p_0}{\rho_0^2} \rho = \frac{\vec{B}}{\rho_0}, \quad (\text{momentum conservation}), \quad (5.1a)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla} s + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} s_0 = \frac{Q}{\rho_0 T_0}, \quad (\text{energy conservation}), \quad (5.1b)$$

$$p = c_0^2 \rho + h_0 s, \quad (\text{equation of state}), \quad (5.1c)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + \vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla} \rho + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \rho_0 + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_0 = 0, \quad (\text{mass conservation}), \quad (5.1d)$$

where c_0 is the adiabatic sound velocity defined as

$$c_0^2 = \left(\frac{\partial p_0}{\partial \rho_0} \right)_s \quad (5.2)$$

with constant entropy s and where the enthalpy h_0 is expressed as

$$h_0 = \left(\frac{\partial p_0}{\partial s_0} \right)_\rho = \frac{\rho_0 c_0^2}{C_p} \quad (5.3)$$

in the case of ideal gaz with constant mass density ρ . C_p denotes the specific heat capacity for a constant pressure p . The sources of forces \vec{B} and heat Q include all the dissipative effects as well as the effect of turbulence if necessary (see section 1.5 in chapter 1 for details). In this case, the non-stationary part of quantities due to the turbulence are removed by taking the ensemble average of the equations (5.1) in which all the quantities without subscripts refer to deterministic variations due the forcing.

The Reynolds shear stress tensor induced by turbulence is included in the sources terms.

The mean flow velocity \vec{v}_0 is such that $\vec{v}_0 = v_0(z) \vec{e}_x$ with unit vector \vec{e}_x . The above study is derived under fully developed stationary flow assumption, i.e., the gradients of v_0 , ρ_0 , s_0 and p_0 with respect to the x and y directions are negligible comparing to the gradient with respect to the z direction. Furthermore, the static pressure p_0 is assumed to be constant in the z direction, $\frac{dp_0}{dz} = 0$.

With the help of equations (5.2) and (5.3), the total derivative of p_0 with respect to z leads to

$$\frac{ds_0}{dz} = -\frac{C_p}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz} \quad (5.4)$$

and to $\frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 c_0^2)$.

Now, we are concerned with sound propagation in time-harmonic regime only in the x direction. Then, we considered only downstream propagating waves in a duct with infinite length. The propagating waves are expressed, in the two-dimensional case, under the following form

$$q(x, z, t) = q(z) e^{-j\omega t + jk_x x} \quad (5.5)$$

where q can be one of any quantities of interest (p , ρ , etc.).

The projection of the vectorial equations (5.1a) and (5.1b) gives

$$(-j\omega + jk_x v_0) v_x + v_z \frac{dv_0}{dz} + \frac{1}{\rho_0} jk_x p = \frac{B_x}{\rho_0}, \quad (5.6a)$$

$$(-j\omega + jk_x v_0) v_z + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{B_z}{\rho_0}, \quad (5.6b)$$

$$(-j\omega + jk_x v_0) s + v_z \frac{ds_0}{dz} = \frac{Q}{\rho_0 T_0}. \quad (5.6c)$$

By introducing $\omega'' = \omega - k_x v_0$, $\xi_z = -v_z / (j\omega'')$ the acoustic displacement along z and taking into account that $\frac{ds_0}{dz} = -\frac{C_p}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz}$, the previous set of equations (5.6) are changed into

$$v_x = \frac{k_x}{\omega'' \rho_0} p - \xi_z \frac{dv_0}{dz} - \frac{B_x}{j\omega'' \rho_0}, \quad (5.7a)$$

$$v_z = \frac{1}{j\omega'' \rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{B_z}{j\omega'' \rho_0}, \quad (5.7b)$$

$$s = \frac{C_p}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz} \xi_z - \frac{Q}{j\omega'' \rho_0 T_0}. \quad (5.7c)$$

In addition, with the help of the relations (5.1c) et (5.3), we find

$$\rho = \frac{p}{c_0^2} - \frac{d\rho_0}{dz} \xi_z + \frac{Q}{j\omega'' C_p T_0}. \quad (5.8)$$

The projection of equation (5.1d) is written as

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + v_0 \frac{\partial \rho}{\partial x} + v_z \frac{d\rho_0}{dz} = 0. \quad (5.9)$$

Replacing v_x and ρ in (5.9) by the expressions (5.7a) and (5.8) leads to

$$\frac{d\xi_z}{dz} + \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \left[1 - \frac{jk_x^2}{(k'')^2} \right] p = -\frac{1}{j\rho_0 \omega''} \left[\frac{Q}{C_p T_0} + \frac{k_x}{\omega''} B_x \right], \quad (5.10)$$

where $k'' = \omega'' / c_0$.

The equation (5.7b) is transformed into

$$\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_0 c_0^2 (k'')^2 \xi_z = B_z. \quad (5.11)$$

5.2.2 Boundary conditions

The boundary condition at the wall ($z = 0$) can be written as

$$Y(0)p(0) = \rho_0(0)c_0(0)v_z(0), \quad (5.12)$$

where $Y(0)$ is the specific admittance at the wall and the value in brackets indicates the position on the z axis.

When a grazing flow is present, the boundary condition is expressed not directly at the wall but at a distance $z = \delta_y$ from the wall (see figure 5.2). At this distance, the effects of viscosity and thermal conductivity are weak. In the core of the flow, for $z > \delta_y$, the dissipative effects are then neglected and the Pridmore-Brown [85] equation (with temperature gradient) has to be solved.

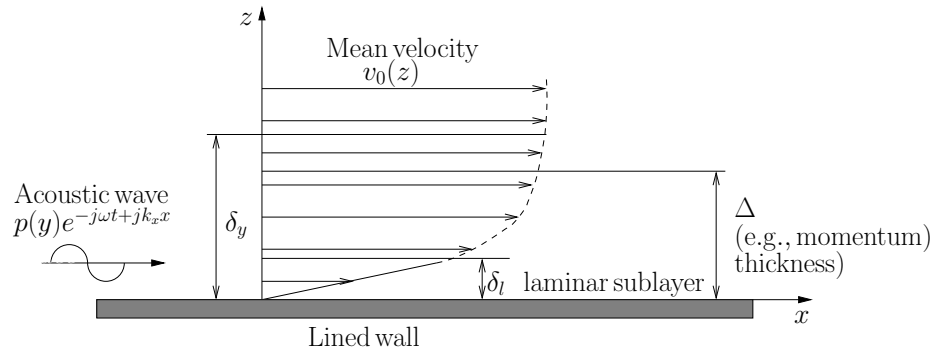


FIG. 5.2 – Notations for the layers near the wall (not in scale)

Then, the distance δ_y (see figure 5.2) has to be

- much smaller than the acoustic wavelength λ and the transverse size of the channel h ,
- larger than the distance of quick changes of stationary velocity $v_0(z)$,
- larger than the acoustic boundary layer $\delta_\nu = (2\nu/\omega)^{1/2}$ (ν is the kinematic viscosity).

c Boundary condition without dissipative processes

Without any dissipation, i.e., $\vec{B} = \vec{0}$, $Q = 0$, integration of (5.10) across the boundary layer of thickness δ_y

$$\xi_z(\delta_y) - \xi_z(0) = \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \int_0^{\delta_y} \left[1 - \frac{jk_x^2}{(k'')^2} \right] p dz. \quad (5.13)$$

leads to the continuity of the acoustic displacement $\xi_z(\delta_y) = \xi_z(0)$ when $\delta_y \rightarrow 0$ (see [106, 79]).

In a same way, the integration of (5.11)

$$p(\delta_y) - p(0) = \rho_0 c_0^2 \int_0^{\delta_y} (k'') \xi_z d\xi_z. \quad (5.14)$$

provides the continuity of the pressure $p(\delta_y) = p(0)$ when $\delta_y \rightarrow 0$.

Taking into account $v_z(0) = -i\omega\xi_z(0)$ and $v_z(\delta_y) = -i\omega''\xi_z(\delta_y)$, the continuity of acoustic displacement leads to $v_z(\delta_y) = \frac{\omega''}{\omega}v_z(0)$ and one finds the expression for the lined wall admittance including the effect of the mean flow as

$$Y(\delta_y) = \frac{\rho_0(\delta_y)c_0(\delta_y)}{\rho_0(0)c_0(0)} \frac{\omega''}{\omega} Y(0). \quad (5.15)$$

When $\delta_y \rightarrow 0$, $\rho_0(\delta_y) \approx \rho_0(0)$, $p(\delta_y) \approx p(0)$.

Introducing $k''(z) = \frac{\omega''(z)}{\omega(z)}$, we obtain

$$Y(\delta_y) = \left(\frac{k''(\delta_y)}{k''(0)} \right) Y(0). \quad (5.16)$$

The boundary condition at $z = \delta_y$ is derived from the equation (5.6b) with $B_z = 0$ (conventional boundary layer assumption)

$$\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=\delta_y} = jk''(\delta_y)Y(\delta_y)p(\delta_y). \quad (5.17)$$

d Boundary condition with dissipation

When the dissipative effects are considered, $\vec{B} \neq \vec{0}$, $Q \neq 0$. Integration of (5.10) across the boundary layer of thickness δ_y is then written as

$$\xi_z(\delta_y) - \xi_z(0) = \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \int_0^{\delta_y} \left[1 - \frac{jk_x^2}{(k'')^2} \right] p dz + \int_0^{\delta_y} \frac{1}{j\rho_0\omega''} \left[\frac{Q}{C_p T_0} + \frac{k_x}{\omega''} B_x \right] dz. \quad (5.18)$$

The continuity of the acoustic displacement doesn't hold anymore. The kinematic condition (5.13) is transformed into

$$\xi_z(\delta_y) = \xi_z(0) + \xi_{add}, \quad (5.19)$$

with

$$\xi_{add} = \int_0^{\delta_y} \frac{1}{j\rho_0\omega''} \left[\frac{Q}{C_p T_0} + \frac{k_x}{\omega''} B_x \right] dz. \quad (5.20)$$

The normal velocity v_z is connected to the normal displacement ξ_z according to

$$\begin{aligned} v_z(0) &= -i\omega\xi_z(0), \\ v_z(\delta_y) &= -i\omega''\xi_z(0) \left(1 + \frac{\xi_{add}}{\xi_z(0)} \right). \end{aligned}$$

It follows that

$$v_z(\delta_y) = \frac{\omega''}{\omega} \left(1 + \frac{\xi_{add}}{\xi_z(0)} \right) v_z(0).$$

Taking into account $\rho_0(\delta_y) \approx \rho_0(0)$, $p(\delta_y) \approx p(0)$ when $\delta_y \rightarrow 0$

$$Y(\delta_y) = \left(\frac{k''(\delta_y)}{k''(0)} \right) \left(1 + \frac{\xi_{add}}{\xi_z(0)} \right) Y(0). \quad (5.22)$$

From the previous relation, it can be seen that the dissipation processes near the wall alters significantly the classical expression (5.15) of the lined wall admittance under grazing flow.

5.2.3 Effect of dissipation and turbulence

Without flow, the sound excites a shear wave and a heat conduction waves near the wall. In the presence of turbulent flow, a turbulent shear stress and turbulent thermal conductivity are found in addition with the classical shear stress and thermal conductivity near the wall. With turbulent flow, Howe [44] derives the expression of the turbulent shear stress as

$$\tau_{ij}^t = \rho \overline{v_i v_j} - \langle \rho v_i v_j \rangle \quad (5.23)$$

where overbar stands for the ensemble average in presence of acoustic waves and $\langle \rangle$ for the ensemble average without acoustic waves.

The turbulent shear stress can be defined by an effective turbulent viscosity ν^t (see section 1.5.2 in chapter 1) depending on z and the angular frequency ω .

Assuming negligible acoustic velocity variations in the x direction comparing to the velocity variations in the z direction, the predominant components of the Reynolds shear stress tensor are given by

$$\tau_{ij}^t = \rho_0 \nu^t(z) \frac{\partial v_i}{\partial z}. \quad (5.24)$$

The total source term in the x direction is then

$$B_x = \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_0 \nu_e(z) \frac{\partial v_x}{\partial z} \right). \quad (5.25)$$

with $\nu_e = \nu + \nu_e^t$

When $\frac{k_x v_0(\delta_y)}{\omega}$ becomes small, the source term B_z can be disregarded ($B_z \ll B_x$). The pressure is then constant in the z direction as it is in the non-dissipative problem.

The momentum equation (5.7a) in the x direction reads now

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_0 \nu_e \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + j\omega'' \rho_0 v_x = jk_x p + \rho_0 v_z \frac{dv_0}{dz} \quad (5.26)$$

and when $\frac{k_x v_0}{\omega} \ll 1$, this latter becomes

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_e \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + j\omega v_x = j\omega v_\infty - i\omega \xi_z(0) \frac{dv_0}{dz} \quad (5.27)$$

with $v_\infty = \frac{k_x p}{\omega \rho_0}$.

The dissipation in the energy equation comes from molecular and turbulent heat conduction and from the heat production by molecular and turbulent shear stress. The ensemble average of this equation (the linearized equation of energy for the enthalpy can be found in reference [43], relation (F.7d), page 330) can be expressed as

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_0 C_p \chi_e \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \rho_0 \nu_e \frac{dv_o}{\partial z} \frac{dv_x}{\partial z} + j\omega'' \rho_0 C_p T = j\omega'' p + \rho_0 C_p v_z \frac{dT_0}{dz}. \quad (5.28)$$

It can be noted that this equation is derived with the non-negligible heat source term. The total heat source (with the contribution of turbulence) reduces then to $Q = \frac{\partial}{\partial z} (\chi_e \frac{\partial T}{\partial z})$. χ_e is the sum of two coefficients, the first χ accounting for the molecular thermal diffusivity and the second χ^t accounting for the turbulent thermal diffusivity [44]. Note that the diffusivity χ is related to the thermal conductivity k by $\chi = \frac{k}{\rho_0 C_p}$.

When $\frac{k_x v_0}{\omega} \ll 1$ and $\frac{\Delta T_0}{T_0} \ll 1$ (small variation of temperature in the boundary layer), equation (5.28) is reduced to

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\chi_e \frac{\partial T}{\partial z} \right) + j\omega T = j\omega T_\infty - j\omega \xi_z(0) \frac{dT_0}{dz} \quad (5.29)$$

with $T_\infty = \frac{p}{\rho_0 C_p}$.

Each right-hand side of the equations of diffusion defined by (5.27) and (5.29) contain two source terms. The first one corresponds to the excitation of the shear and heat conduction waves induced by the acoustic perturbation outside the boundary layer. These terms are classically present in the dynamic boundary layer above rigid flat plates. The second term doesn't exist when the wall are rigid ($\xi_z(0) = 0$). It corresponds to waves induced by the curvature of the stationary velocity and temperature as well as the displacement at the wall.

Taking into account that the shear stress and the heat flux are vanishing at a distance from the wall $y = \delta_y$, equation (5.20) is written as

$$\xi_{add} = \frac{1}{j\rho_0\omega} \left[\frac{q(0)}{C_p T_0} + \frac{k_x \tau(0)}{\omega} \right] \quad (5.30)$$

where the heat flux is $q = \rho_0 C_p \chi_e \partial T / \partial z$ and the shear stress is $\tau = \tau_{xz} = \rho_0 \nu_e \partial v_x / \partial z$. The additional displacement, which is necessary included in the boundary conditions, is then only defined by the heat flux and the shear stress at the wall.

5.3 General solutions of the diffusion equations

In what follows, we are looking for the solutions of equations (5.27) and (5.29).

For this purpose, equation (5.27) is put in the form

$$\frac{\partial f}{\partial z} + j\omega v_x = g(z) \quad (5.31)$$

where

$$f = \nu_e(z) \frac{\partial v_x}{\partial z} = \frac{\tau}{\rho_0}, \quad (5.32a)$$

$$g(z) = j\omega v_\infty - j\omega \xi_z(0) \frac{dv_0}{dz}, \quad (5.32b)$$

and $v_\infty = k_x p / \omega \rho_0$.

The first derivative of (5.31) with respect to z gives

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + \frac{j\omega}{\nu_e(z)} f = \phi(z) = g'(z), \quad (5.33)$$

where the prime denotes the differentiation according to z .

The associated boundary conditions are as follows

$$f \rightarrow 0 \quad \text{when} \quad z \rightarrow \infty \quad (5.34)$$

$$v_x \rightarrow 0 \quad \text{when} \quad z \rightarrow 0. \quad (5.35)$$

The condition $z \rightarrow \infty$ should be understood as δ_y much greater than any characteristic length of the boundary layer.

If we stand now

$$f = \chi_e \partial T / \partial z = q / \rho_0 C_p, \quad (5.36a)$$

$$g(z) = j\omega T_\infty - j\omega \xi_z(0) dT_0 / dz, \quad (5.36b)$$

the equation (5.29) can be written in the same form as (5.33)

$$\frac{\partial f}{\partial z} + j\omega T = g(z) \quad (5.37)$$

and becomes

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + \frac{j\omega}{\chi_e(z)} f = \varphi(z) = g'(z), \quad f \rightarrow \infty \quad \text{when} \quad z \rightarrow \infty. \quad (5.38)$$

Equations (5.34) and (5.38) are of the form

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + c(z) f = \varphi(z) = g'(z), \quad (5.39)$$

where $c(z)$ equals $\frac{j\omega}{\nu_e(z)}$ (or $\frac{j\omega}{\chi_e(z)}$) for the shear stress problem (or for the heat flux).

Solution of (5.39) is the sum of the solution for the homogeneous equation (no right-hand side term) and a particular solution.

The solution f_h of the homogeneous equation

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + c(z) f = 0, \quad (5.40)$$

is put in the form

$$f_h = C_1 f_1(z) + C_2 f_2(z), \quad (5.41)$$

with the following boundary conditions

$$f_1(z) \rightarrow 0 \quad \text{when } z \rightarrow \infty \quad (5.42)$$

$$f_2(z) \rightarrow \infty \quad \text{when } z \rightarrow \infty \quad (5.43)$$

The particular solution f_p of (5.39) can be put as

$$f_p = f_2(z) \int_0^z \frac{\varphi(\zeta)f_1(\zeta)}{W(\zeta)} d\zeta - f_1(z) \int_0^z \frac{\varphi(\zeta)f_2(\zeta)}{W(\zeta)} d\zeta, \quad (5.44)$$

where $W = f_1f_2' - f_2f_1'$ is the Wronskian of (5.38). ' denotes differentiation.

Since the coefficient referred to the first derivative in (5.38) is null, the Wronskian remains constant such that $W(\zeta) = W$.

The general solution of (5.39) is then expressed as

$$f = C_1f_1(z) + C_2f_2(z) + \frac{1}{W} \left[f_2(z) \int_0^z \varphi(\zeta)f_1(\zeta)d\zeta - f_1(z) \int_0^z \varphi(\zeta)f_2(\zeta)d\zeta \right] \quad (5.45)$$

With the help of the first boundary condition given in (5.34), one finds

$$C_2 = -\frac{1}{W} \int_0^\infty \varphi(\zeta)f_1(\zeta)d\zeta. \quad (5.46)$$

Equation (5.33) associated with the second boundary condition in (5.34) gives

$$\left(\frac{df}{dz} \right)_{z=0} = g(0). \quad (5.47)$$

Since $f = C_1f_1(z) + C_2f_2(z)$, it follows that

$$\left(\frac{df}{dz} \right)_{z=0} = C_1f_1'(0) + C_2f_2'(0). \quad (5.48)$$

Then,

$$C_1 = -C_2 \frac{f_2'(0)}{f_1'(0)} + \frac{g(0)}{f_1'(0)}. \quad (5.49)$$

Using (5.46) and (5.49), the solution $f = C_1f_1(z) + C_2f_2(z)$ of (5.40) at $z = 0$ reads

$$f(0) = \frac{1}{f_1'(0)} \int_0^\infty \varphi(\zeta)f_1(\zeta)d\zeta + \frac{g(0)}{f_1'(0)} f_1(0). \quad (5.50)$$

Since $\varphi(\zeta) = g'(\zeta)$ and using the integration by parts, we write

$$\begin{aligned} f(0) &= \frac{1}{f_1'(0)} \left(g(0)f_1(0) \int_0^\infty g'(\zeta)f_1(\zeta)d\zeta \right) \\ &= \frac{1}{f_1'(0)} \left(g(0)f_1(0) + [g(\zeta)f_1(\zeta)]_0^\infty - \int_0^\infty \varphi(\zeta)f_1'(\zeta)d\zeta \right). \end{aligned} \quad (5.51)$$

Taking into account that $f_1(\infty) = 0$, then the solution $f(0)$ reduces to

$$f(0) = -\frac{1}{f_1'(0)} \int_0^\infty g(\zeta)f_1'(\zeta)d\zeta \quad (5.52)$$

It should be noted that solving (5.52) requires that the effective viscosity ν_e , the effective heat diffusivity χ_e , the velocity and temperature gradients are continuous.

5.4 Additionnal displacement for constant effective viscosity

5.4.1 Hard wall duct

Analytical expression for the function $f_1(z)$ can be found in case of the effective viscosity $\nu_e(z)$ follows simple law. For instance, if $\nu_e = \nu = \text{constant}$

$$f_1(z) = e^{-(1-j)z/\delta_\nu}, \quad (5.53)$$

is the solution of homogeneous equation (5.40). $\delta_\nu = \sqrt{2\nu/\omega}$ is the dynamic boundary layer thickness. From (5.53) and (5.31), it is possible to derive the shear stress ($\tau(0) = \rho_0 f_1(0)$) when no acoustic velocity and displacement gradients are present at the wall. Indeed, in this case, $g(z)$ reduces to $g(z) = j\omega v_\infty$.

Taking into account that $v_x(0) = 0$, equation (5.31) gives

$$f_1(0) = \frac{j\omega v_\infty(0)\delta_\nu}{-(1-j)}, \quad (5.54)$$

and afterward

$$\tau(0) = \rho_0 \sqrt{\frac{\omega\nu}{2}} (1-j)v_\infty(0). \quad (5.55)$$

According to expression (5.30) the additionnal displacement only due to the shear waves is then

$$(\xi_{add})_{v_x} = \frac{1+j}{2} \delta_\nu \frac{k_x v_\infty}{\omega}. \quad (5.56)$$

Silimar expression can be found for the additionnal displacement due to the oscillations of temperature

$$(\xi_{add})_T = \frac{(1+j)}{2} \delta_\chi \frac{T_\infty}{T_0(0)}, \quad (5.57)$$

in which $\delta_\chi = \sqrt{2\chi/\omega}$ is thickness of the thermal acoustic boundary layer.

In a lined duct without flow ($\omega'' = \omega$, $k'' = k$ and $v_0 = 0$), $(\xi_{add})_{v_x}$ can be written as

$$(\xi_{add})_{v_x} = \frac{1-j}{2} \delta_\nu \frac{k_x^2 \xi_z(0) c_0(0)}{Y_0}, \quad (5.58)$$

with $1/Y(0) = p_z(0)/(\rho_0(0)c_0(0)v_z(0))$ and $\xi_z(0) = -j\omega v_z(0)$. In such applications, when the lined wall admittance $Y(0)$ is high enough, the additionnal displacement $(\xi_{add})_{v_x}$ is small compared to the acoustic displacement $\xi_z(0)$ since $Y(0) \gg \delta_\nu \frac{k_x^2 c_0(0)}{\omega}$.

On the contrary, $(\xi_{add})_{v_x}$ has to be taken into account since it becomes non-negligible in the rigid wall duct applications ($Y(0) \rightarrow 0$ and $\xi_z(0) \rightarrow 0$).

5.4.2 Lined duct

5.4.2.1 General expression

The analysis derived previously leads to neglect the first right-hand side term of (5.32b). In a similar way, the first term of (5.36b) is also disregarded. Besides, the relevant additionnal displacements

are due to the gradient of the stationary velocity and to the gradient of temperature. Equations (5.32b) and (5.36b) are reduced to $g(z) = -j\omega\xi_z(0)dv_0/dz$ and $g(z) = -j\omega\xi_z(0)dT_0/dz$, respectively.

From (5.20), (5.32a) and (5.50), the part of additionnal displacement due to the shear waves $(\xi_{add})_{v_x}$ is obtained

$$(\xi_{add})_{v_x} = \xi_z(0) \frac{k_x}{\omega} \frac{1}{f'_1(0)} \int_0^\infty \frac{dv_0}{d\zeta} f'_1(\zeta) d\zeta. \quad (5.59)$$

On the other hand, with the help of equations (5.36a) and (5.50), the additionnal displacement due to the gradient of temperature is given by

$$(\xi_{add})_T = \xi_z(0) \frac{1}{T_0(0)} \frac{1}{f'_{1T}(0)} \int_0^\infty \frac{dT_0}{d\zeta} f'_{1T}(\zeta) d\zeta, \quad (5.60)$$

where f_{1T} is the solution (vanishing at infinity) of the homogeneous heat equation $\frac{d^2 f}{dz^2} + \left(\frac{j\omega}{\chi_e}\right) f = 0$.

The total additionnal displacement is finally written as

$$\xi_{add} = \xi_z(0) \left(\beta_T \frac{\Delta T_0(\delta_y)}{T_0(0)} + \beta_v \frac{k_x v_0(\delta_y)}{\omega} \right) \quad (5.61)$$

with

$$\beta_T = \frac{1}{f'_{1T}(0) \Delta T_0(\delta_y)} \int_0^\infty \frac{dT_0}{d\zeta} f'_{1T}(\zeta) d\zeta \quad (5.62a)$$

$$\beta_v = \frac{1}{f'_1(0) v_0(\delta_y)} \int_0^\infty \frac{dv_0}{d\zeta} f'_1(\zeta) d\zeta \quad (5.62b)$$

Considering now (5.19) with the expression (5.61) leads to

$$v_z(\delta_y) = v_z(0) \left(1 - \frac{k_x v_0(\delta_y)}{\omega} \right) \left(1 + \beta_T \frac{\Delta T_0(\delta_y)}{T_0(0)} + \beta_v \frac{k_x v_0(\delta_y)}{\omega} \right) \quad (5.63)$$

By keeping only the first order term in $\frac{k_x v_0(\delta_y)}{\omega}$, the acoustic velocities $v_z(\delta_y)$ and $v_z(0)$ are linked by

$$v_z(\delta_y) = v_z(0) \left(1 + \beta_T \frac{\Delta T_0(\delta_y)}{T_0(0)} + (\beta_v - 1) \frac{k_x v_0(\delta_y)}{\omega} \right) \quad (5.64)$$

When $\beta_v \rightarrow 0$ and $\beta_T \rightarrow 0$ the boundary condition (5.64) becomes an equation of continuity for the displacement across the boundary layer

$$v_z(\delta_y) = \frac{\omega''}{\omega} v_z(0). \quad (5.65)$$

When $\beta_v \rightarrow 1$ and $\beta_T \rightarrow 1$ the condition (5.64) is transformed into a condition of mass velocity continuity in the layer

$$\rho_0(\delta_y) v_z(\delta_y) = \rho_0(0) v_z(0). \quad (5.66)$$

The admittance at $z = \delta_y$ is given by

$$Y(\delta_y) = \left(1 + \beta_T \frac{\Delta T_0(\delta_y)}{T_0(0)} + (\beta_v - 1) \frac{k_x v_0(\delta_y)}{\omega} \right) Y(0) \quad (5.67)$$

The momentum equation in the z -direction (5.7b) (with $B_z = 0$ in the boundary layer assumption) provides the boundary condition at $z = \delta_y$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=\delta_y} = jk''(\delta_y)Y_{\delta_y}p(\delta_y) \quad (5.68)$$

or

$$\left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=\delta_y} = jk''(\delta_y) \left(1 + \beta_T \frac{\Delta T_0(\delta_y)}{T_0(0)} + (\beta_v - 1) \frac{k_x v_0(\delta_y)}{\omega} \right) Y_0 p(\delta_y) \quad (5.69)$$

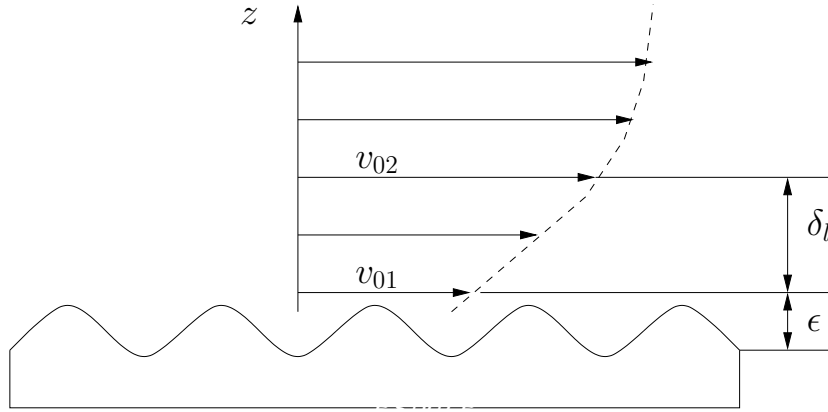


FIG. 5.3 – Stationnary flow over a rough wall

When the wall is rough (see Fig. 5.3), the stationary velocity at the top of the micro-roughness is not negligible ($v_{01} \neq 0$). Nevertheless, the tangential acoustic velocity at the top of the micro-roughness is considered to vanish when the density of them are high.

It means that the impulse linked to the velocity v_{01} is lost in the micro-roughness. This extra term is taken into account when the continuity of mass velocity is applied in the height of the micro-roughness. This leads to extra terms in the expression of the parameters of β_v and β_T as

$$\beta_v = \frac{1}{v_0(\delta_y)} \left[v_{01} + \frac{1}{f'_1(0)} \int_0^\infty \frac{dv_0}{d\xi_z} f'_1(\xi_z) d\xi_z \right] \quad (5.70)$$

$$\beta_T = \frac{1}{\Delta T_0(\delta_y)} \left[\Delta T_{01} + \frac{1}{f'_{1T}(0)} \int_0^\infty \frac{dT_0}{d\xi_z} f'_{1T}(\xi_z) d\xi_z \right] \quad (5.71)$$

5.4.2.2 Calculation of β_v for a simple velocity profile

As a simple stationary velocity profile, a quadratic profile is considered here

$$v_0 = \begin{cases} V_0 \left[1 - \left(1 - \frac{z}{D} \right)^2 \right] & \text{in the boundary layer,} \\ V_0 & \text{elsewhere } (z \geq D), \end{cases}$$

Note that this profile insures the continuity between the sheared layer $z \geq D$ and the core of the flow $z \leq D$ at $z = D$.

Using the equation (5.62b) with the assumption of a constant effective viscosity for $z \geq D$, the value of β_v is easily obtained as

$$\beta_v = \frac{1}{V_0} \int_0^D \frac{dv_0}{d\xi_z} e^{-(1-i)\xi_z/\delta_\nu} d\xi_z, \quad (5.72)$$

$$= i\bar{D}^2 \left(e^{-(1-i)/\bar{D}} + \frac{1-i}{\bar{D}} - 1 \right), \quad (5.73)$$

where $\bar{D} = \delta_\nu/D$.

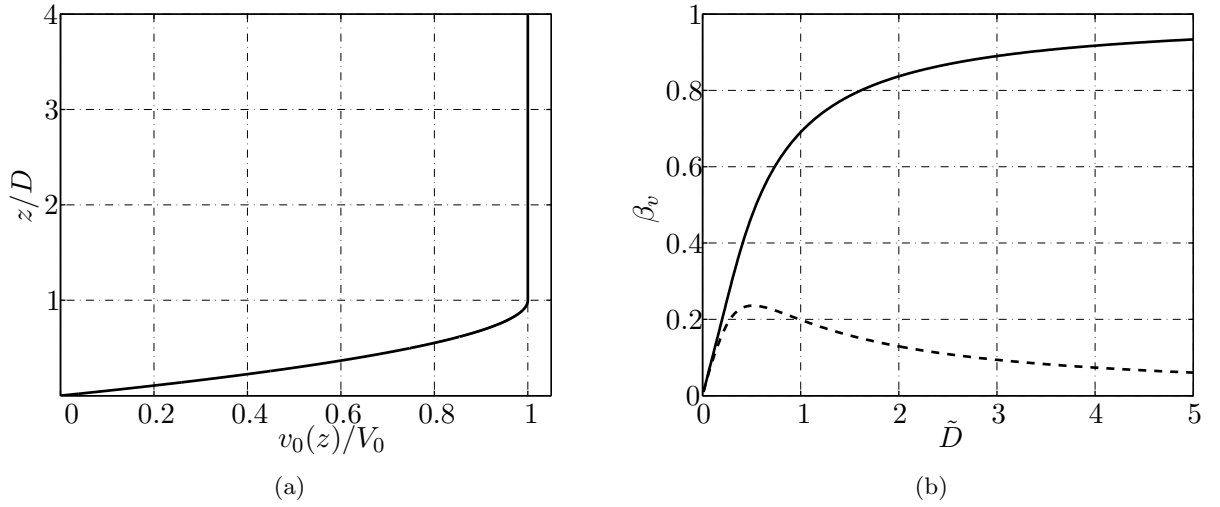


FIG. 5.4 – (a) Simple velocity profile considered (b) Real part (solid line) and imaginary part (dashed line) of β_v as a function of $\tilde{D} = \delta_\nu/D$ for a quadratic variation of the stationary velocity in the boundary layer

The real and imaginary part of β_v as a function of \tilde{D} are plotted in figure 5.4. When the dynamical boundary layer thickness δ_ν is small compared to the stationary boundary layer D (when $\tilde{D} \ll 1$), δ_ν goes to zero. In this case, the continuity of displacement can be applied between $z = \delta_y$ and $z = 0$. This happens either when the frequency is high or when the Reynolds number is not too high (the thickness of the stationary boundary layer must remain small compared to the dimension of the channel). On the contrary, when $\tilde{D} \gg 1$, β_v tends to 1, which means that the continuity of velocity is applicable between $z = \delta_y$ and $z = 0$. This occurs either when the frequency is low or when the Reynolds number is high. This discussion is in agreement with the qualitative observations made by Ingard and Singhal [51].

The position δ_y where the viscosity wave is attenuated depends both on D and δ_ν . In this case, the viscosity wave is divided at least by 1000 (from its wall value) when $\delta_y = 3(D + \delta_\nu)$. When more realistic velocity profiles are used (see the next section), the determination of the position δ_y is more difficult because the stationary velocity changes all along the channel transverse direction. Nevertheless, the more important gradients of velocity are concentrated near the wall (on the order of some laminar sublayer thickness for a fully developed turbulent profile). Then, outside of this region, δ_y is mainly determined by the dynamical boundary layer thickness, i.e., for a given δ_y , the frequency must not be too low to get $\delta_\nu \ll \delta_y$.

5.4.2.3 Determination of coefficients β_v for a « realistic » profile

The knowledge of the stationary velocity profile of a turbulent flow (see the appendix D) allows the determination of the coefficient β_v for a constant effective viscosity $\nu_e = \nu$. In particular, the integral (5.62b) for a smooth pipe is equal to

$$\begin{aligned}\beta_v &= \beta_{v1} + \beta_{v2}, \\ &= \left[\frac{1}{f_1'(0)v_0(\delta_y)} \int_0^{\delta_l} f_1'(z_1) \frac{dv_0(z_1)}{d\zeta} dz_1 \right] + \left[\frac{1}{f_1'(0)v_0(\delta_y)} \int_{\delta_l}^{\infty} f_1'(z_2) \frac{dv_0(z_2)}{d\zeta} dz_2 \right],\end{aligned}$$

with

$$\begin{aligned}\beta_{v1} &= \frac{v_*^2}{\nu v_0(\delta_y)} \int_0^{\delta_l} e^{-(1-i)z/\delta_\nu} dz, \\ &= \frac{1+i}{2} \frac{\delta^+}{\tilde{v}_0(\delta_y)} \left[1 - e^{-(1-i)E/\delta^+} \right],\end{aligned}\tag{5.74}$$

where

$$\begin{aligned}\delta^+ &= \frac{\delta_\nu v_*}{\nu}, \\ &= E \frac{\delta_\nu}{\delta_l}, \\ &= \sqrt{\frac{2v_*^2}{\nu\omega}},\end{aligned}$$

with $\delta_l = \frac{7.8\nu}{v_*}$ and v_* the friction velocity at the wall.

In the logarithmic zone, the integral is

$$\beta_{v2} = \frac{\delta^+}{\tilde{v}_0(\delta_y)} e^{-(1-i)E/\delta^+} \int_0^\infty \frac{1}{1+\alpha u} e^{-(1-i)u} du,\tag{5.75}$$

where $u = z_2/\delta_\nu$ and $\tilde{v}_0 = v_0/v_*$. $\alpha = \kappa\delta^+$ characterizes the rate of increasing of viscosity on the thickness of the dynamical layer ($\tilde{v}_s = 1 + \alpha z_2/\delta_y$) where κ denotes the Von Kármán constant of turbulence ($\kappa \approx 0.4$). The term $e^{-(1-i)E/\delta^+}$, which is equal to $f_1'(\delta_l)/f_1'(0)$ takes into account the attenuation of the viscosity wave in the laminar sub-layer.

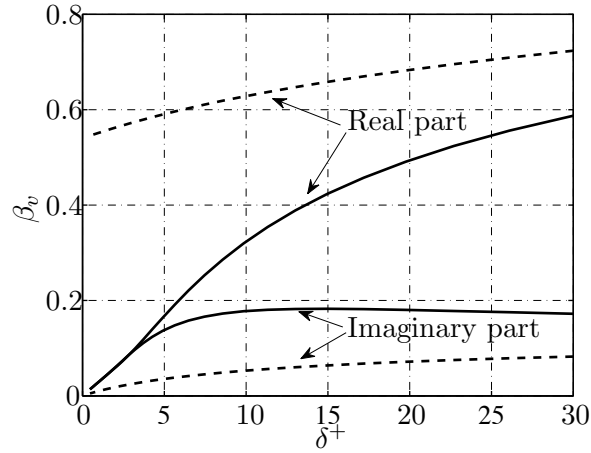


FIG. 5.5 – Real and imaginary parts of β_v as a function of δ^+ in a smooth (solide lines) and a fully rough (dashed lines) channel (with the size of the roughness $\epsilon = 1.5 \cdot 10^{-4}$ m. The height of the channel is equal to 0.1 m and the friction velocity is $v_* = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. The distance δ_y is chosen such that $\delta_y = 100\nu/v_* = 1.5$ mm and $v_0(\delta_y) = 16.9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ for the smooth channel and $14.4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ for the rough channel.

For small δ_+ ($\delta_\nu \ll \delta_l$), the viscosity wave is practically attenuated in the sub-layer and β_v is defined by the value $\beta_{v1} = (1 + i) \delta^+ / 2\tilde{v}_0(\delta_y)$. In figure 5.5, the real and imaginary parts of β_v is plotted as a function of the parameter $\delta^+ = (2v_*^2/\nu\omega)^{1/2}$.

For a smooth pipe, the parameter β_v goes to zero for small values of δ^+ (i.e., for small v_* or high frequency). As explained above, this means that the continuity of acoustic displacement could be used when δ^+ is small for smooth channel. On the opposite, for a rough channel, when δ^+ goes to zero, β_v tends to a value equalling the slip velocity at the wall ($v_{02} = 7.8v_*$) divided by $v_0(\delta_y)$. The continuity of displacement can never be applied on a rough wall.

For higher value of the parameter δ^+ , the real part of β_v increases. The value $\beta_v = 1$ would correspond to the continuity of the velocity. This value is not obtained here because the range in the parameter δ^+ is limited by $\delta_y \gg \delta_\nu$.

It can be noted that β_v is complex and changes not only the value but the characteristics of the impedance itself (for instance, a lined wall with an acoustic impedance purely real can become complex).

5.5 Turbulent transport effect

This section aims at providing analytical results when the turbulent transport effect is taken into account. The problem of modelling the turbulence dependance in the stationary boundary layer is a complex task. For this purpose, we choose a simple approach and the turbulent effect is modeled by means of a variable additionnal viscosity. The total effective viscosity is then taken under the following

form

$$\nu_e = \begin{cases} \nu & \text{when } 0 \leq z \leq \Delta, \\ \nu + A(z - \Delta) & \text{when } z \geq \Delta. \end{cases}$$

In this two-layers model, the dynamical viscosity is assumed to be equal to the molecular viscosity in the first layer $0 \leq z \leq \Delta$ and to increase linearly in the second layer $z \geq \Delta$. The position Δ in the z -direction which separates the two layers and rate of increasing of the effective viscosity A are two parameters which can be deduced from the experimental attenuation of the acoustic waves in pipes in the presence of a turbulent flow [93, 84].

The solution of the homogeneous equation (5.40), for the first layer where $\nu_e = \nu$ is

$$f = C_1 e^{-(1-i)z/\delta_\nu} + C_2 e^{(1+i)z/\delta_\nu}, \quad (5.76)$$

where $\delta_\nu = \sqrt{2\nu/\omega}$ is the dynamical boundary layer thickness.

For the region of the flow where the viscosity depends linearly on z , the solution (see [69], equation (9.1.49)) of equation (5.40) is put in the following form $f(z) = \sqrt{\theta} h(\chi\sqrt{j})$ with $\theta = 1 + \bar{\alpha}(z - \Delta)/\delta_\nu$, $\bar{\alpha} = A/\nu\delta_\nu$ and $\chi = 2\sqrt{2\theta}/\bar{\alpha}$.

Besides, the solution of (5.40) is expressed as

$$f = \sqrt{\theta} \left[D_1 H_1^{(1)}(\chi\sqrt{j}) + D_2 H_1^{(2)}(\chi\sqrt{j}) \right], \quad (5.77)$$

where $H_1^{(1)}$ and $H_1^{(2)}$ are Hankel functions of the first and second kind, respectively.

The constant D_2 had to be put equal to zero to avoid unlimited increasing of f when $z \rightarrow \infty$. The function $f_1'(z)$ used in equation (5.52) is then

$$f_1' = \frac{\sqrt{2j}}{\delta_\nu} H_0^{(1)}(\chi\sqrt{j}). \quad (5.78)$$

In the case where $\Delta = 0$, the ratio $f_1'(z)/f_1'(0)$ is equal to

$$\frac{f_1'(z)}{f_1'(0)} = \frac{H_0^{(1)}(\chi\sqrt{j})}{H_0^{(1)}(\chi_0\sqrt{j})}, \quad (5.79)$$

where $\chi_0 = 2\sqrt{2}/\bar{\alpha}$.

When $\Delta \neq 0$, $f_1(z)$ in the layer with constant viscosity is found from the continuity of the functions (5.76) and (5.77) and of their derivatives on the layer at ordinate $z = \Delta$. After some manipulations, the constant C_1 and C_2 are finally given by

$$C_1 = \frac{1}{2} \left(H_1^{(1)}(\chi_0\sqrt{j}) - iH_0^{(1)}(\chi_0\sqrt{j}) \right) e^{(1-j)\bar{\Delta}}, \quad (5.80)$$

$$C_2 = \frac{1}{2} \left(H_1^{(1)}(\chi_0\sqrt{j}) + iH_0^{(1)}(\chi_0\sqrt{j}) \right) e^{-(1-j)\bar{\Delta}}, \quad (5.81)$$

where $\bar{\Delta} = \Delta/\delta_\nu$. From this, the solution for $0 \leq z \leq \Delta$ of the homogeneous equation is

$$\frac{f_1'(z)}{f_1'(0)} = \frac{\Phi(\bar{\alpha}) \sinh\left((1-j)(\bar{\Delta} - \bar{z})\right) + \cosh\left((1-j)(\bar{\Delta} - \bar{z})\right)}{\Phi(\bar{\alpha}) \sinh\left((1-j)\bar{\Delta}\right) + \cosh\left((1-j)\bar{\Delta}\right)}, \quad (5.82)$$

with $\bar{z} = z/\delta_\nu$ and

$$\Phi(\bar{\alpha}) = \frac{H_1^{(1)}(2\sqrt{2j}/\bar{\alpha})}{H_0^{(1)}(2\sqrt{2j}/\bar{\alpha})}. \quad (5.83)$$

In the region where the viscosity changes, the solution can be written as

$$\frac{f_1'(z)}{f_1'(0)} = \frac{1}{\Phi(\bar{\alpha}) \sinh((1-j)\tilde{\Delta}) + \cosh((1-j)\tilde{\Delta})} \frac{H_0^{(1)}(\chi\sqrt{j})}{H_0^{(1)}(\chi_0\sqrt{j})}. \quad (5.84)$$

5.5.1 Hard wall duct

Without stationary gradient or without displacement at the wall ($q(z) = i\omega v_\infty$), the dynamical shear stress at the wall in turbulent flow could be found by integrating equation (5.52) for $0 \leq z \leq \Delta$ and $\Delta \leq z \leq \infty$

$$\tau(0) = \rho_0 \sqrt{\frac{\omega\nu}{2}} (1-j)v_\infty \frac{\Phi(\bar{\alpha}) \cosh((1-j)\tilde{\Delta}) + \sinh((1-j)\tilde{\Delta})}{\cosh((1-j)\tilde{\Delta}) + \Phi(\bar{\alpha}) \sinh((1-j)\tilde{\Delta})}. \quad (5.85)$$

This expression is similar to the result found by Howe with a two layers model [45, 46].

In the dimensionless form ($\tilde{\tau}(0) = \tau/(0) (\rho_0(\omega\nu/2)^{1/2}v_\infty)$) could be compared with the experimental results of Ronneberger and Ahrens [93] (see figure 5.6).

The simplest model which can be used to find the parameters A and Δ is to use a "quasi-static" model, i.e., the dynamical effective viscosity is equal to the stationary total viscosity ($A = \kappa$ and $\Delta = \delta_l = 7.8v_*/\nu$). The second idea which can be used is to consider that the mixing length l defined by $l^2 dv_0/dz = \nu_t$ is the same for the dynamical and the stationary flows. It leads to $A = 2\kappa$ and $\Delta = \delta_l = 7.8v_*/\nu$. This last model is close to model used by Howe in [45]. The agreement between theoretical and experimental curves is poor in the turbulent controlled region ($\delta^+ \geq 8$).

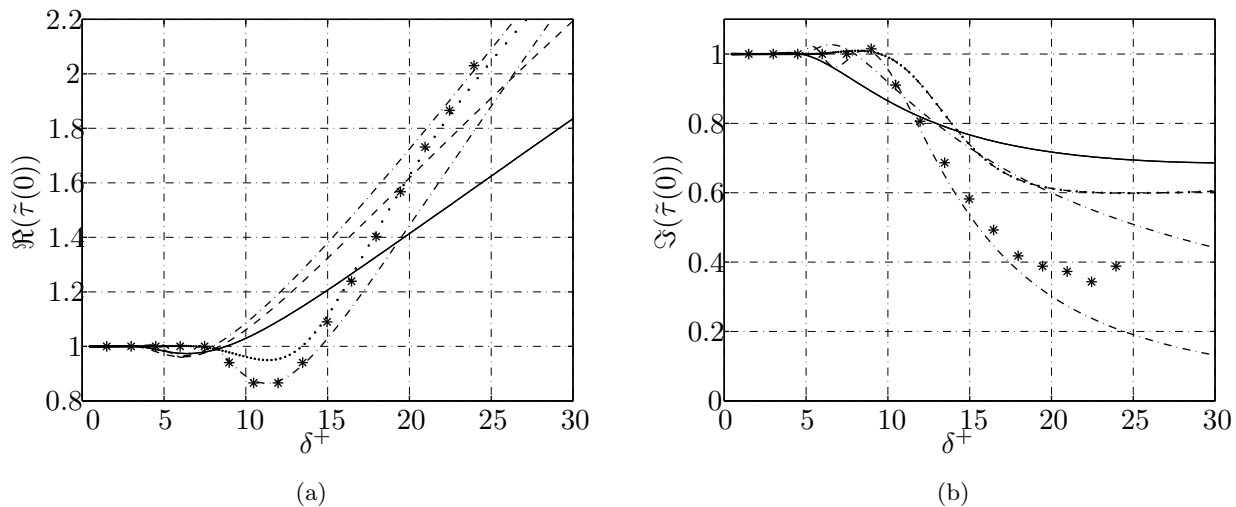


FIG. 5.6 – Real part (a) and imaginary part (b) of dimensionless tangential stress at the wall $\tilde{\tau}(0)$ as a function of δ^+ : * experimental data of Ronneberger and Ahrens [93]; – present model with $A = \kappa$ and $\Delta = 7.8v_*/\nu$; -- present model with $A = 2\kappa$ and $\Delta = 7.8v_*/\nu$; \cdots , model of Howe with $A = 2\kappa$ and variable Δ [46]; $\cdot - \cdot -$, rigid-plate model with turbulent memory effects [84].

In a more recent paper [46], Howe proposes an empirical relation for Δ on the form $\Delta = 6.5v_*/\nu (1 + 1.7\Omega^3/(1 + \Omega^3))$ with $\Omega = (100\nu/v_*^2)\omega$. This dependance (with $A = 2\kappa$) is plotted in dotted lines in figure 5.6. The agreement is very good for the real part of $\tilde{\tau}$ but is still poor for the imaginary part.

Ronneberger and Ahrens [93] use a model which is not really a two layers model because they suppose that the shear wave is totally reflected at a distance Δ from the wall (rigid-plate model). Peters and *al.* [84] improve this model by including a phase shift due to the memory effects of turbulence on the edge of the viscous sublayer. This model is depicted in dashdot lines on figure 5.6. The general agreement with the experimental results is good but oscillations appears in the viscous controlled region ($y^+ \leq 8$). This may come from severe reflexion at the edge of the viscous sublayer.

In conclusion, there is still no totally satisfactory model describing the dynamical shear stress at the wall in turbulent flow at this time.

5.5.2 Lined duct

In this section, the coefficient β_v is calculated when the dynamical viscosity is modeled by two layers. To simplify the calculation, the parameter Δ is chosen to be equal to δ_l . From the integration of equation (5.62a), β_{v1} and β_{v2} ($\beta = \beta_{v1} + \beta_{v2}$) are given by

$$\beta_{v1} = \frac{1+j}{2} \frac{\delta^+}{\tilde{v}_0(\delta_y)} \frac{\Phi(\bar{\alpha}) \left[\cosh \left((1-j)(\tilde{\Delta}) - 1 \right) + \sinh \left((1-j)\tilde{\Delta} \right) \right]}{\Phi(\bar{\alpha}) \sinh \left((1-j)(\tilde{\Delta}) \right) + \cosh \left((1-j)\tilde{\Delta} \right)},$$

$$\beta_{v2} = \frac{1}{\Phi(\bar{\alpha}) \sinh \left((1-j)(\tilde{\Delta}) \right) + \cosh \left((1-j)\tilde{\Delta} \right)} \frac{1}{H_0^1(\chi_0\sqrt{j})} \int_0^\infty \frac{1}{1+\alpha\xi_z} H_0^1 \left(\chi_0\sqrt{j(1+\alpha\xi_z)} \right) d\xi_z.$$

The previous dependances are similar to (5.74). In figure (5.7), $\beta = \beta_{v1} + \beta_{v2}$ is compared for a smooth wall.

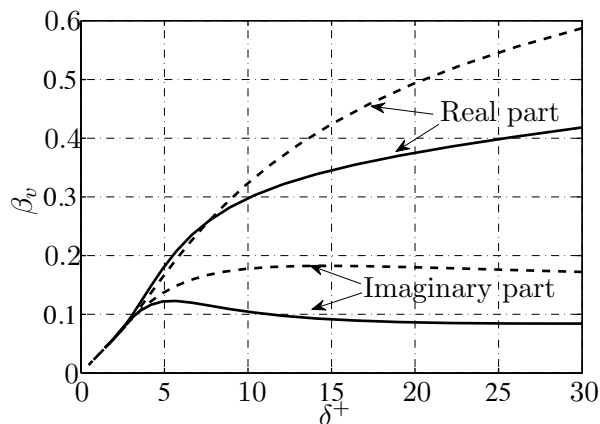


FIG. 5.7 – Real and imaginary parts of β_v as a function of δ^+ in a smooth channel (same characteristics as in figure 5.5). The solid lines correspond to a two layers model with $A = 2\kappa$ and $\Delta = \delta_l$. The result with constant viscosity is depicted in dashed lines (same as in figure 5.5)

5.6 Conclusion

The sound propagation near a lined wall in the presence of flow has been investigated with the aim of finding the effective impedance of lined wall accounting for the effects of the viscosity near the wall (both molecular and turbulent viscosity). The general set of equations which govern the linear oscillations of a gaz has been considered and simplified under boundary layer theory assumption and fully developed turbulent flow in duct. Besides, it is shown that the viscosity can considerably change the characteristic of liners. When the compliance of the wall is high enough, the added displacement induced by viscosity is proportionnal to the acoustic displacement normal to the wall and comes from the transverse gradients of stationary velocity. The added displacement displacement and the transverse gradient of the stationary velocity are then used to define a boundary condition at the wall, including the losses, with the help of an extra parameter β_v . This latter can be calculated analytically in simple cases, in particular when the turbulent effect is modelled by means of an effective viscosity depending linearly on the distance from the wall in the sheared layer. Some results are provided for smooth and rough hard wall and for smooth lined wall and are compared to another models and experimental results found in literature.

Conclusion générale

Ce travail de thèse, à dominante expérimentale, a permis d'aborder certains aspects de la propagation acoustique dans un conduit traité en présence d'écoulement rasant.

Les fondements théoriques sur lesquels sont basés les développements présents dans le manuscrit ont été présentés au cours du chapitre 1. Ceci a permis de montrer le lien étroit qui existe entre la prédiction de l'atténuation acoustique en conduit et la connaissance précise nécessaire de l'impédance des matériaux utilisés pour le traitement acoustique d'un conduit. Les difficultés liées à la modélisation des conditions limites adéquates qui s'applique à la paroi traitée pour la propagation acoustique en présence d'un écoulement rasant uniforme et d'autre part, à la modélisation des effets de la turbulence au sein des équations qui gouvernent le mouvement d'un fluide visqueux et dissipatifs ont été également exposées.

Devant la complexité à prédire le comportement d'un matériau absorbant sous l'effet de l'écoulement rasant, il est encore nécessaire d'avoir recours aux méthodes expérimentales. Celles utilisées au sein du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine ont été exposées dans le chapitre 2. Un accent particulier a été mis sur la description d'une méthode de mesure des nombres d'onde dans la zone du conduit traité (principe peu usitée dans la littérature) basée sur l'exploitation des fonctions de transfert en pression mesurées dans la zone traitée du conduit et sur un algorithme d'identification paramétrique dit « haute résolution ». Le choix des paramètres de l'algorithme ont été discutés. La méthode est validée expérimentalement au cours du chapitre 3 par comparaison avec une seconde méthode de caractérisation expérimentale, à savoir la matrice de diffusion de la portion traitée du conduit.

En outre, le chapitre 3 a mis en évidence, du point de vue expérimental, l'incapacité à prédire de manière précise le comportement acoustique dans le conduit de mesure du laboratoire muni d'un traitement classique par l'utilisation du formalisme, communément utilisé pour les applications d'ingénierie, basé sur les approximations de fluide non visqueux en écoulement uniforme avec comme condition limite à la paroi traitée, la condition de référence dite Ingard-Myers. Cette condition est valide à hautes fréquences, c'est-à-dire lorsque l'épaisseur de la couche limite acoustique devient petite devant l'épaisseur de couche limite de l'écoulement stationnaire. Dans le cas plus général, cette dernière doit être remplacée par une condition mixte entre la continuité du déplacement acoustique normal à la paroi et la continuité de la vitesse acoustique normale à la paroi. Cette nouvelle condition est trouvée expérimentalement à partir des nombres d'onde aval et amont pour les modes quasi plans dans la zone traitée du conduit. On valide l'approche proposée en comparant la matrice de diffusion calculée, à partir de l'impédance effective du traitement issue de la condition limite modifiée et au moyen de la méthode modale, avec la matrice de diffusion mesurée dans le conduit. En outre, en modifiant la

condition limite classique de Ingard-Myers et l'équation de propagation, il est possible de ramener le problème, relatif à la propagation acoustique en conduit traité superimposée à un écoulement cisailé « réel », au cas conventionnel de la propagation en écoulement uniforme lorsque le nombre de Mach reste modéré (la validation a été menée à Mach 0.2 et 0.3).

Dans le chapitre 4, les modèles semi-empiriques issus de la littérature pour prédire la résistance acoustique des traitements acoustiques absorbants de type plaque perforée couplée à des cavités sont étudiés. La comparaison avec les mesures de résistances acoustiques en présence d'écoulement effectués sur des plaques perforées en composites CMC (fibres et matrice céramiques) d'une part et en composite fibres de verre avec résine époxy d'autre part, montrent d'importants écarts. Un nouveau modèle est donc proposé et validé par comparaison avec les résultats expérimentaux pour différentes vitesses de l'écoulement, différents taux de perforation et différents diamètres de perforation.

Enfin, le dernier chapitre a fait l'objet d'une étude théorique concernant la condition limite appliquée à la paroi traitée lorsque les effets visco-thermiques sont pris en compte dans les équations de couche limite. L'originalité de ce travail est apportée par la prise en compte supplémentaire de l'effet de la turbulence en couche limite. Des résultats issus de la modélisation de la turbulence par un modèle simple à deux couches, sont montrés en comparaison avec ceux existants dans la littérature concernant notamment la contrainte de cisaillement à la paroi traitée du conduit.

Les perspectives de ce travail de thèse sont multiples.

Concernant la méthode de mesure des nombres d'onde dans la partie traitée du conduit, il semble intéressant de compléter la pertinence de l'approche adoptée sur d'autres matériaux, de type « DDOF » par exemple (matériaux composés de deux étages de cavités et de deux plaques perforées). Il semble également utile d'étudier l'extension possible de la méthode à la mesure de matériaux poreux (en recalant par exemple les nombres d'onde mesurés à ceux fournis par un modèle) et à la mesure des nombres d'onde dans une gamme de fréquences plus étendue que celle considérée au cours de la thèse (500-3000 Hz). Dans ce dernier cas, un placement différent et un nombre plus important de microphones est alors nécessaire afin de palier à la présence des modes supérieurs dans le conduit. L'influence des forts niveaux acoustiques sur la robustesse et la précision de la méthode est également à envisager.

Parmi les autres perspectives de ce travail, les plus prometteuses concernent la validation expérimentale de l'approche adoptée au cours du chapitre 5 concernant la prise en compte des pertes visco-thermiques (avec l'effet de la turbulence) dans la formulation de la condition limite fluide/paroi pour des parois munies d'absorbants de différentes natures et avec différents états de surface. Cette validation requiert, en outre, la connaissance précise des profils de la vitesse stationnaire et de la température dans la couche limite turbulente. De plus amples efforts sont également à fournir pour décrire la condition limite au moyens de modèles de couche limite turbulente plus complexes.

Annexes

A Calcul des bornes de Cramér-Rao pour les paramètres d'une sinusoïde

On écrit le signal d'observation \mathbf{y} comme

$$\mathbf{y} = \mathbf{v} + \mathbf{b}, \quad (\text{A.1})$$

avec $\mathbf{y} = [y(1), \dots, y(N_p)]^T$, $\mathbf{v} = [v(1), \dots, v(N_p)]^T$, $\mathbf{b} = [b(1), \dots, b(N_p)]^T$, N_p étant le nombre d'échantillons du signal d'observation.

Le modèle paramétrique du signal $v(n)$ est :

$$v(n) = V \sin(n\omega_0 T_e + \phi) \quad (\text{A.2})$$

On définit le vecteur des paramètres à estimer : $\theta = [A, \phi]^T = [\theta_1, \theta_2]^T$

Sous réserve que le bruit d'observation \mathbf{b} de puissance σ^2 soit à distribution gaussienne et décorrélié du signal \mathbf{v} , on peut exprimer la fonction de densité de probabilité notée $p(\mathbf{v}, \theta)$, comme :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}, \theta) &= \prod_{n=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}[y(n)-s(n)]^2\right] \\ &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{N/2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\|\mathbf{y}-\mathbf{s}\|^2\right] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

La maximisation du logarithme (ou log-vraisemblance) de $p(\mathbf{y}, \theta)$ permet alors d'estimer les paramètres θ

On donne la fonction de vraisemblance logarithmique :

$$\begin{aligned} \Lambda(\mathbf{y}, \theta) &= \log [p(\mathbf{y}, \theta)] \\ &= -\frac{N}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{v}\|^2 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

La matrice donnant les bornes de Cramér-Rao (CRB) s'obtient en inversant la matrice d'information de Fisher (FIM) dont les éléments sont définis par [58] :

$$[I(\theta)]_{ij} = -E \left[\frac{\partial^2 \Lambda(\mathbf{y}, \theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right] \quad i = 1, 2 \text{ et } j = 1, 2. \quad (\text{A.5})$$

E désigne l'espérance mathématique.

Après évaluation des dérivées partielles du premier et deuxième ordre $\frac{\partial \Lambda(\mathbf{y}, \theta)}{\partial \theta_i}$, $\frac{\partial \Lambda(\mathbf{y}, \theta)}{\partial \theta_j}$, $\frac{\partial^2 \Lambda(\mathbf{y}, \theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j}$, l'expression des composantes de la FIM se simplifie en :

$$\begin{aligned} [I(\theta)]_{ij} &= -E \left[\frac{\partial^2 \Lambda(\mathbf{y}, \theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right] \\ &= \frac{1}{\sigma^2} (\mathbf{v}'_{\theta_i} \mathbf{v}'_{\theta_j}) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

où

$$\begin{aligned} \mathbf{v}'_{\theta_i} &= \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \theta_i} \quad i = 1, 2 \\ \mathbf{v}'_{\theta_j} &= \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \theta_j} \quad j = 1, 2 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v(n)}{\partial \theta_1} &= \frac{\partial v(n)}{\partial A} = \cos(n\omega_0 T_e + \phi) \\ \frac{\partial v(n)}{\partial \theta_2} &= \frac{\partial v(n)}{\partial \phi} = -A \sin(n\omega_0 T_e + \phi) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

La FIM se réécrit telle que :

$$\mathbf{I}(\theta) = \frac{1}{\sigma^2} \begin{pmatrix} \sum_{n=1}^{N_p} \cos^2(n\omega_0 T_e + \phi) & -2A \sum_{n=1}^{N_p} \sin[2(n\omega_0 T_e + \phi)] \\ -2A \sum_{n=1}^{N_p} \sin[2(n\omega_0 T_e + \phi)] & A^2 \sum_{n=1}^{N_p} \sin^2(n\omega_0 T_e + \phi) \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

L'inversion de la FIM permet d'obtenir les CRB(θ) :

$$\mathbf{I}(\theta)^{-1} = \frac{1}{\det[\mathbf{I}(\theta)]} \begin{pmatrix} A^2 \sum_{n=1}^{N_p} \sin^2(n\omega_0 T_e + \phi) & 2A \sum_{n=1}^{N_p} \sin[2(n\omega_0 T_e + \phi)] \\ 2A \sum_{n=1}^{N_p} \sin[2(n\omega_0 T_e + \phi)] & \sum_{n=1}^{N_p} \cos^2(n\omega_0 T_e + \phi) \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Cas particulier d'un demi nombre entier de périodes

Dans ce cas, les composantes de $\mathbf{I}(\theta)^{-1}$ se simplifient selon :

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{N_p} \cos^2(n\omega_0 T_e + \phi) &= \sum_{n=1}^{N_p} \left(\frac{\cos[2(n\omega_0 T_e + \phi)] + 1}{2} \right) \\ &= \frac{N_p}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

De la même manière,

$$A^2 \sum_{n=1}^{N_p} \sin^2(n\omega_0 T_e + \phi) = \frac{A^2 N_p}{2} \quad (\text{A.12})$$

D'où

$$\mathbf{I}(\theta) = \frac{N_p}{2\sigma^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & A^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

et

$$\mathbf{I}(\theta)^{-1} = \frac{2\sigma^2}{N_p} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{A^2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

Enfin

$$\mathbf{I}(\theta)^{-1} = RSB^{-1} \begin{pmatrix} \frac{A^2}{N_p} & 0 \\ 0 & \frac{1}{N_p} \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

avec RSB le rapport signal sur bruit d'une sinusoïdale de puissance $A^2/2$ altérée par un bruit blanc gaussien de puissance σ^2 défini comme : $RSB = \frac{A^2}{2\sigma^2}$

Ainsi

$$\begin{aligned} \text{var}(A) &\geq CRB(A) = \frac{A^2}{N_p} \frac{1}{RSB} \\ \text{var}(\theta) &\geq CRB(\theta) = \frac{1}{N_p} \frac{1}{RSB} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

B Supplement to chapter 2 : results with mean Mach number $M_0 = 0.3$

According to the analysis of the chapter 2, this supplement consists of the results for the case $M_0 = 0.3$.

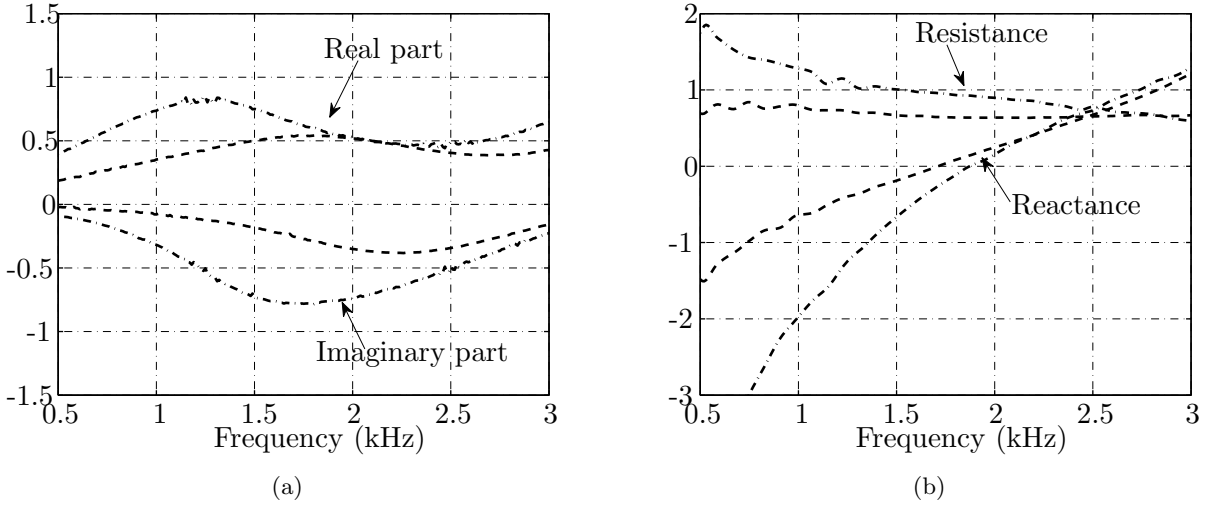


FIG. B.1 – (a) Experimental axial wave numbers in dimensionless form at $M_0 = 0.3$. Dashed line : $\tilde{k}_{x_0}^+$, dash-dot line $\tilde{k}_{x_0}^-$. (b) Specific acoustic impedance of the lined wall \tilde{Z}_w calculated with Eqs. (3.6), (3.7) at $M_0 = 0.3$. Dashed line : $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^+$, dash-dot line $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^-$.

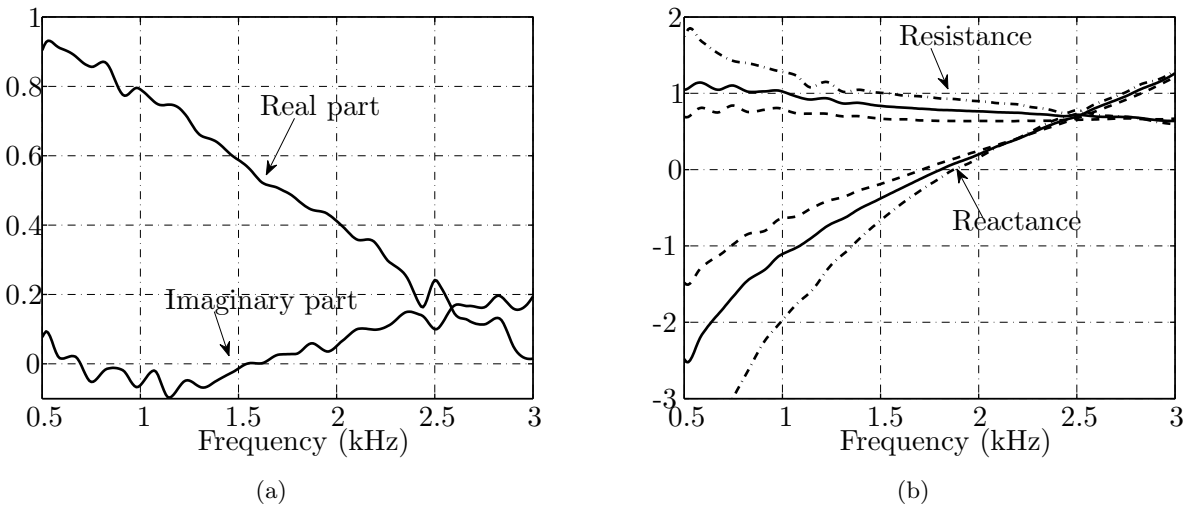


FIG. B.2 – (a) Real and imaginary parts of β_v at $M_0 = 0.3$. (b) Specific acoustic impedance of the lined wall \tilde{Z}_w at $M_0 = 0.3$, dashed line : $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^+$ ($\beta_v = 0$), dash-dot line $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^-$ ($\beta_v = 0$), solid line : $\tilde{Z}_w = Z_{eff}$ calculated with Eqs. (3.7) and (3.9) and $\beta_v = \beta_v^{exp}$.

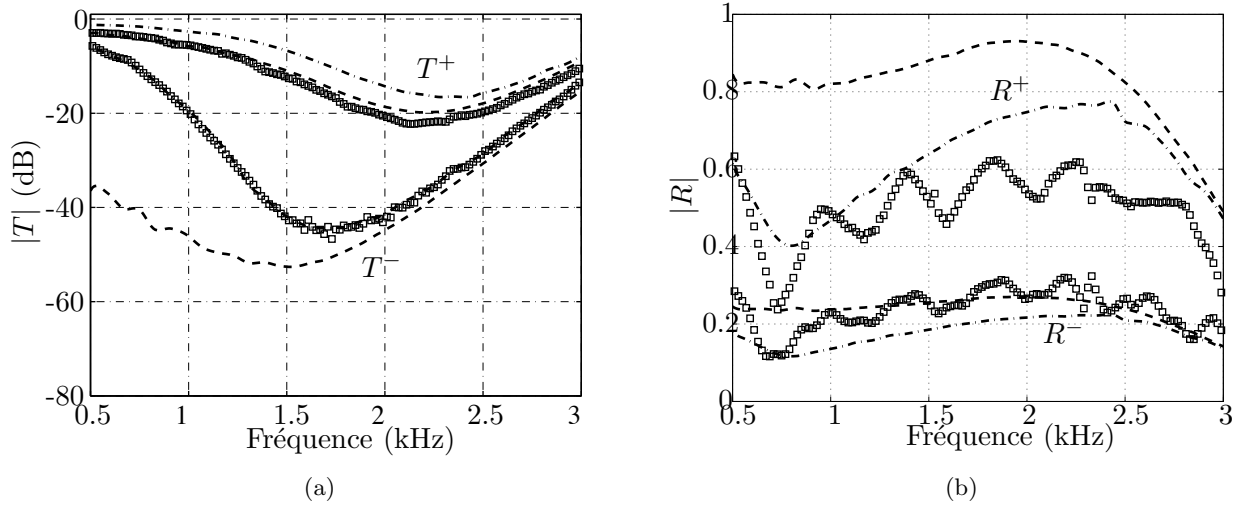


FIG. B.3 – Comparison between the measured (square markers) and the predicted scattering matrix calculated at $M_0 = 0.3$ with the Ingard-Myers boundary condition ($\beta_v = 0$) for $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^+$ (dashed line) and for $\tilde{Z}_w = \tilde{Z}_0^-$ (dashdot line). (a) Magnitudes of T^+ and T^- . (b) Magnitudes of R^+ and R^- .

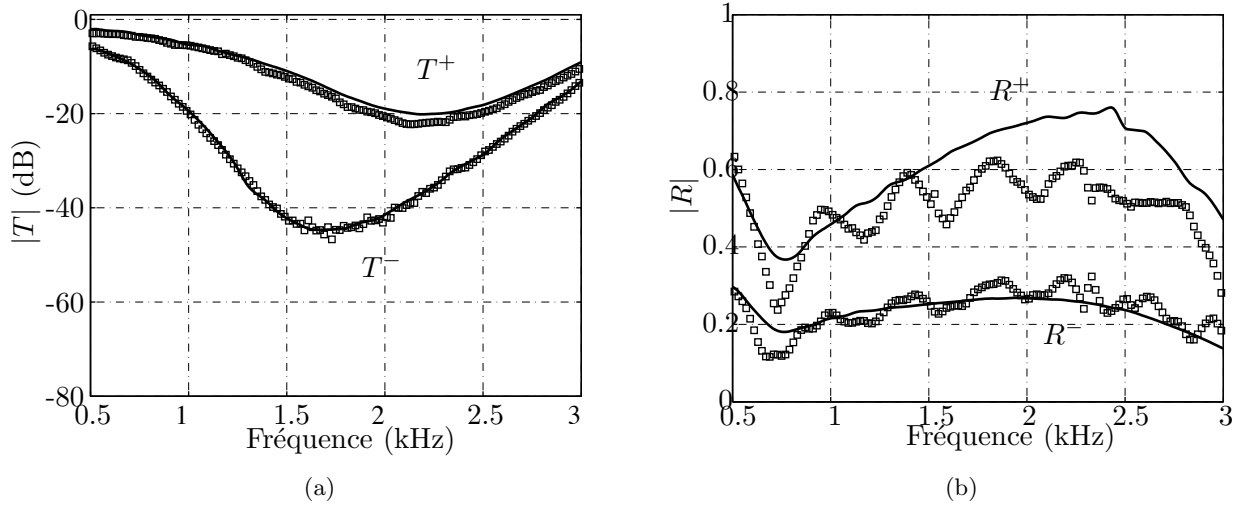


FIG. B.4 – Comparison between the measured (square markers) and the predicted scattering matrix calculated at $M_0 = 0.3$ with the modified Ingard-Myers boundary condition ($\beta_v = \beta_v^{exp}$) for $\tilde{Z}_w = Z_{eff}$ (solid line). (a) Magnitudes of T^+ and T^- . (b) Magnitudes of R^+ and R^- .

C Supplément du chapitre 3

Cette annexe regroupe les résultats concernant la comparaison entre les modèles de résistances acoustiques issus la littérature [(4.20), (4.21) et (4.22)], le nouveau modèle (4.23) et les résistances mesurées pour les échantillons n° 4 (figures C.1,C.2,C.3), n° 7 (figures C.4,C.5,C.6), et n° 10 (figures C.7,C.8,C.9).

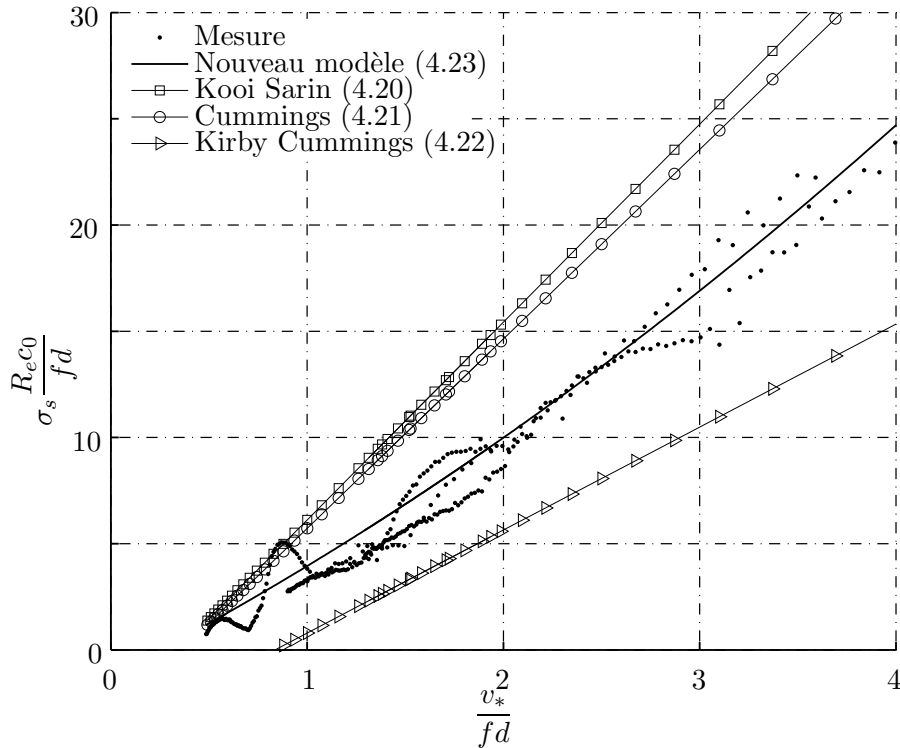


FIG. C.1 – Echantillon n° 4. Comparaison des résistances mesurées $R_e = \Re(Z - Z_{lin})$ sous la forme $\sigma_s \frac{R_{ec0}}{fd}$ en fonction de (v_*/fd) avec les résistances calculées à partir des modèles (équ. (4.23)) (nouveau modèle), (équ. (4.20)) (modèle de Kooi et Sarin [62]), (4.21) (modèle de Cummings [21]) et (4.22) (modèle de Kirby et Cummings [60]).

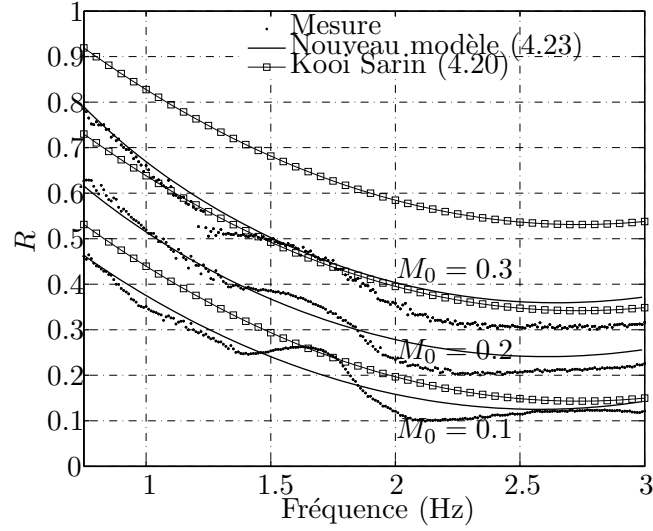


FIG. C.2 – Echantillon n° 4. Comparaison des résultats issus du nouveau modèle (éq. (4.23)) et du modèle de Kooi et Sarin [62] (éq. (4.20)) avec les résistances mesurées pour $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3 (soit $v_* = 1.71, 3.18$ et 4.57 m.s^{-1} respectivement). Les résistances modélisées sont obtenues comme l'addition $R_{lin} + R_e$ de la contribution sans écoulement issue de la mesure R_{lin} d'une part et de la contribution avec écoulement issue des modèles R_e d'autre part.

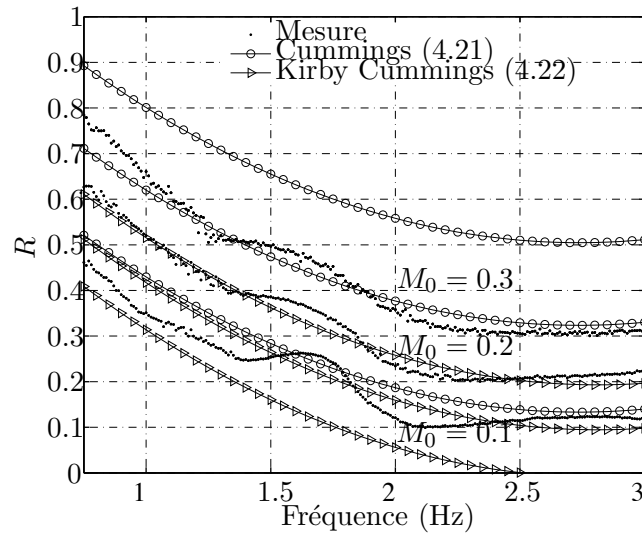


FIG. C.3 – Echantillon n° 4. Comparaison des résultats issus des modèles de Cummings [21] (éq. (4.21)) et de Kirby et Cummings [60] (éq. (4.22)) avec les résistances mesurées pour $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3 .

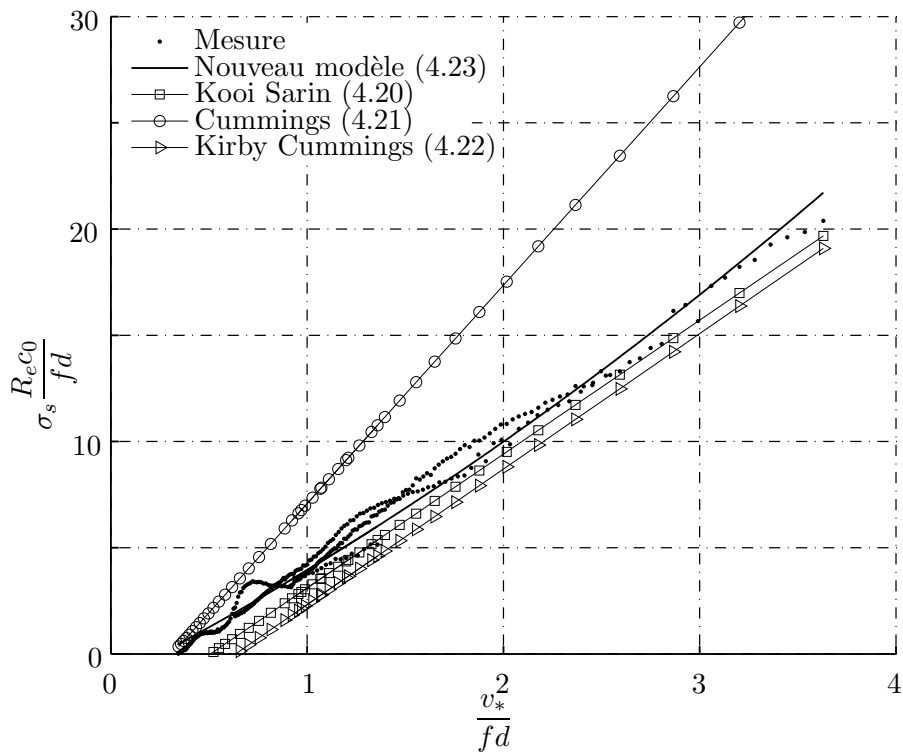


FIG. C.4 – Echantillon n° 7. Comparaison des résistances mesurées $R_e = \Re(Z - Z_{lin})$ sous la forme $\sigma_s \frac{R_e c_0}{fd}$ en fonction de (v_*/fd) avec les résistances calculées à partir des modèles (éq. (4.23)) (nouveau modèle), (éq. (4.20)) (modèle de Kooi et Sarin [62]), (4.21) (modèle de Cummings [21]) et (4.22) (modèle de Kirby et Cummings [60]).

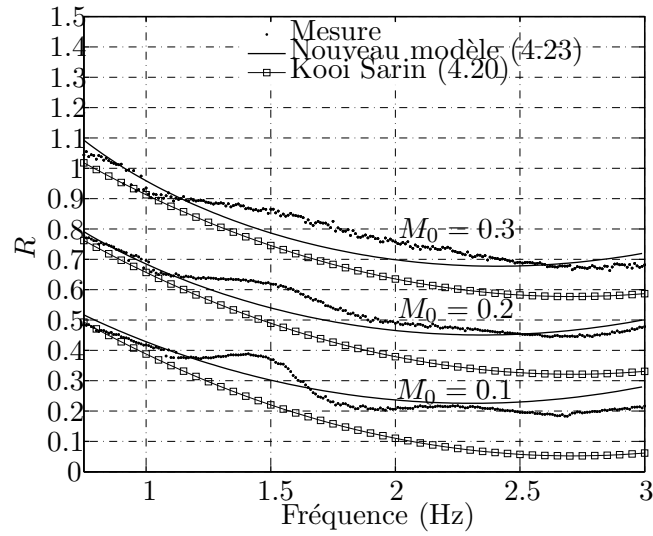


FIG. C.5 – Echantillon n° 7. Comparaison des résultats issus du nouveau modèle (éq. (4.23)) et du modèle de Kooi et Sarin [62] (éq. (4.20)) avec les résistances mesurées pour $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3 (soit $v_* = 1.71, 3.18$ et 4.57 m.s^{-1} respectivement). Les résistances modélisées sont obtenues comme l'addition $R_{lin} + R_e$ de la contribution sans écoulement issue de la mesure R_{lin} d'une part et de la contribution avec écoulement issue des modèles R_e d'autre part.

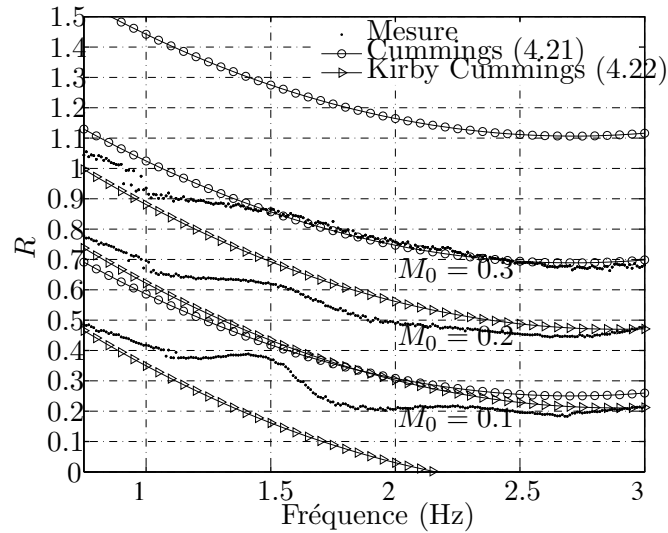


FIG. C.6 – Echantillon n° 7. Comparaison des résultats issus des modèles de Cummings [21] (éq. (4.21)) et de Kirby et Cummings [60] (éq. (4.22)) avec les résistances mesurées pour $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3 .

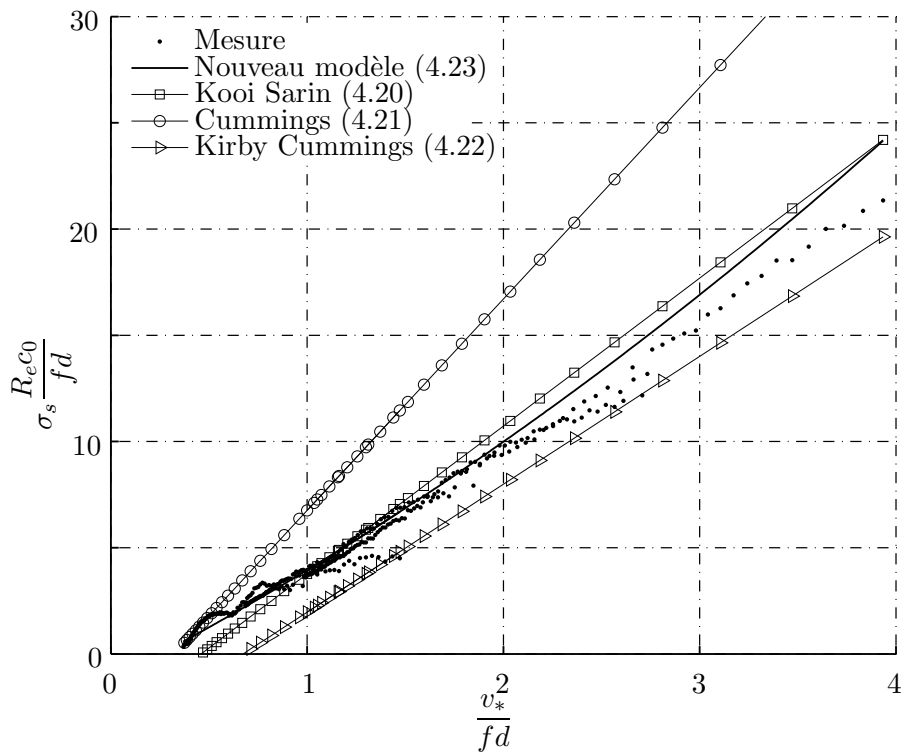


FIG. C.7 – Echantillon n° 10. Comparaison des résistances mesurées $R_e = \Re(Z - Z_{lin})$ sous la forme $\sigma_s \frac{R_e c_0}{fd}$ en fonction de (v_*/fd) avec les résistances calculées à partir des modèles (éq. (4.23)) (nouveau modèle), (éq. (4.20)) (modèle de Kooi et Sarin [62]), (4.21) (modèle de Cummings [21]) et (4.22) (modèle de Kirby et Cummings [60]).

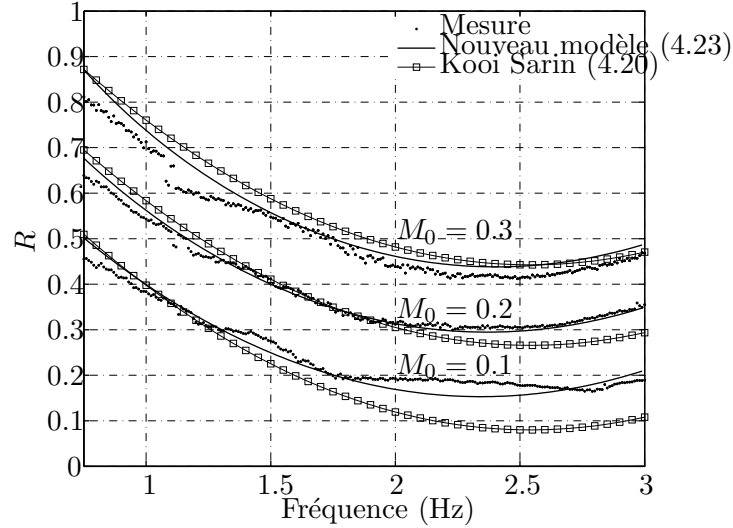


FIG. C.8 – Echantillon n° 10. Comparaison des résultats issus du nouveau modèle (éq. (4.23)) et du modèle de Kooi et Sarin [62] (éq. (4.20)) avec les résistances mesurées pour $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3 (soit $v_* = 1.71, 3.18$ et 4.57 m.s^{-1} respectivement). Les résistances modélisées sont obtenues comme l'addition $R_{lin} + R_e$ de la contribution sans écoulement issue de la mesure R_{lin} d'une part et de la contribution avec écoulement issue des modèles R_e d'autre part.

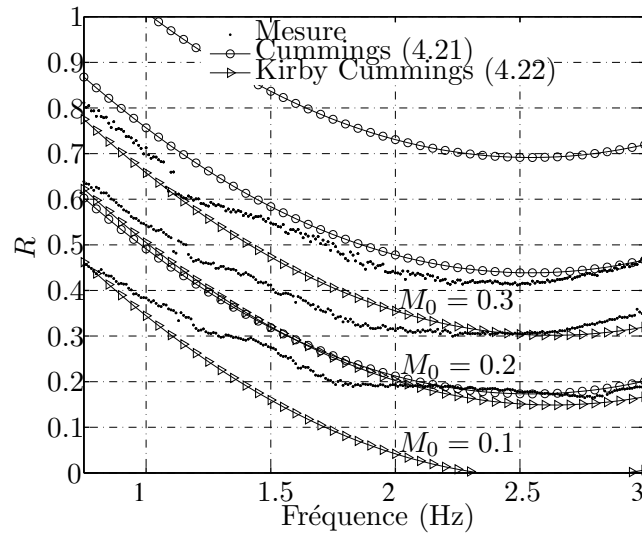


FIG. C.9 – Echantillon n° 10. Comparaison des résultats issus des modèles de Cummings [21] (éq. (4.21)) et de Kirby et Cummings [60] (éq. (4.22)) avec les résistances mesurées pour $M_0 = 0.1, 0.2$ et 0.3 .

D Determination of the turbulent velocity profile

In what follows, we derive a simple two-layer model for the turbulent flow profile in order to calculate β_v . It should be noted that $\frac{dv_0}{dz}$ has to be continuous across the boundary layer ; the turbulent stationary profile will be found with care and accordingly with this requirement.

The temperature influence is disregarded for the present study.

D.1 Smooth wall

First, we approximate here the velocity field over a smooth wall by a two layer model. Two regions are discerned :

- In the laminar sub-layer defined by $0 \leq z \leq \delta_l$, the total viscosity ν_s is equal to $\nu_s = \nu$
- In the fully turbulent region, for which $z \geq \delta_l$, the total viscosity is equal to $\nu_s = \nu + \kappa v_* (z - \delta_l)$, with the Von Kármán constant of turbulence $\kappa \approx 0.4$ and the friction velocity defined as $v_* = \sqrt{(\tau_0/\rho_0)}$.

By putting $z_2 = z - \delta_l$, the turbulent viscosity is growing from a distance equal to the top of the laminar sub-layer and provides the continuity of the effective viscosity at $z = \delta_l$

$$\frac{dv_0}{dz} = \frac{\tau_0}{\rho_0 v_e} \quad (\text{D.1})$$

Introducing the non-dimensionnal parameters such that as

$$\tilde{z} = \frac{z v_*}{\nu} \quad \text{and} \quad (\text{D.2})$$

$$\tilde{v} = \frac{v}{v_*}, \quad (\text{D.3})$$

the velocity profile in the laminar sub-layer is given by

$$\nu \frac{\partial v_1}{\partial z_1} = \tau_0 \quad (\text{D.4})$$

or equivalently in the non-dimensional form as

$$\nu \frac{d\tilde{v}_1}{d\tilde{z}_1} = 1. \quad (\text{D.5})$$

It leads to

$$\tilde{v}_1 = \tilde{z}_1 \quad (\text{D.6})$$

In the fully turbulent region ($z \geq \delta_l$), one finds

$$\kappa \left(\frac{1}{\kappa} + \tilde{z}_2 \right) \frac{d\tilde{v}_2}{d\tilde{z}_2} = 1 \quad (\text{D.7})$$

Integrate (D.6) this equation leads to

$$\tilde{v}_2 = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{1}{\kappa} + \tilde{z}_2 \right) + C, \quad (\text{D.8})$$

with $C = 5.5$ after the Nikuradse's experiments in smooth pipes.

If we define now δ_l by the condition $\tilde{v}_1(\tilde{\delta}_l) = \tilde{v}_2(\tilde{\delta}_l)$, we obtain

$$\tilde{v}_1(\tilde{\delta}_l) = \tilde{z}_1 \quad (\text{D.9})$$

$$= \kappa \ln \left(\frac{1}{\kappa} + \tilde{z}_2 \right) \quad (\text{D.10})$$

At $\tilde{\delta}_l$, $\tilde{z}_2 = 0$ and $\tilde{z}_1 = \tilde{\delta}_l$, then

$$\tilde{\delta}_l = \kappa \ln \left(\frac{1}{\kappa} \right) + C \quad (\text{D.11})$$

$$= E \quad (\text{D.12})$$

$$= 7.8, \quad (\text{D.13})$$

and $\delta_l = \frac{7.8\nu}{v_*}$.

At the top of the laminar sub-layer, ($\tilde{z} = \tilde{\delta}_l$), the velocity is given by

$$\tilde{v}_1(\tilde{\delta}_l) = \tilde{v}_2(\tilde{\delta}_l) \quad (\text{D.14})$$

$$= E \quad (\text{D.15})$$

The dependence (D.8) is used in the following form

$$\tilde{v}_2 = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{1}{\kappa} + \tilde{z}_2 \right) + C, \quad (\text{D.16})$$

$$= \frac{1}{\kappa} \left[\ln \left(\frac{1 + \kappa \tilde{z}_2}{\kappa} \right) \right] + C, \quad (\text{D.17})$$

$$= E + \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{1 + z_2 v_*}{\nu} \right). \quad (\text{D.18})$$

With the use of $\tilde{z}_2 = \frac{z_2 v_*}{\nu}$, we obtain

$$\tilde{v}_2 = \tilde{v}_{02} + \frac{1}{\kappa} \ln \left(1 + \frac{\kappa(z - \delta_l)v_*}{\nu} \right). \quad (\text{D.19})$$

The figure (D.1) shows that the dependences (D.6) and (D.19) are in good agreement with the reference experimental results by Nikuradse for smooth pipes ([96], figure 20.4).

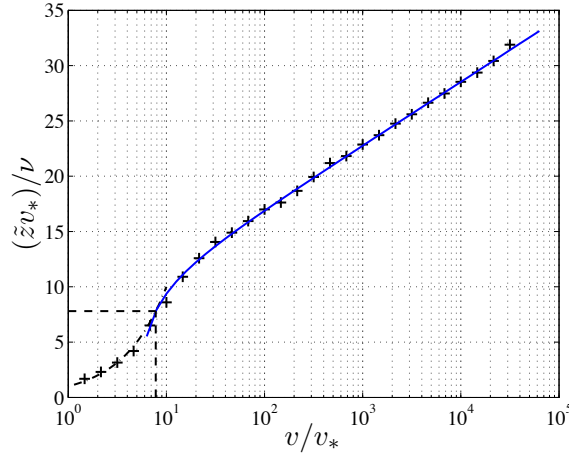


FIG. D.1 – Reduced velocity \tilde{v} as a function of the reduced distance to the wall \tilde{z} for smooth pipes. + : experimental data ([96], figure 20.4), dashed line : relation (D.6), solid line : relation (D.7).

D.2 Rough wall

For rough pipes (no laminar sub-layer), the velocity profile can be written as

$$\tilde{v}_2 = \tilde{v}_{02} + \frac{1}{\kappa} \ln \left(1 + \frac{\kappa z v_*}{\nu_\epsilon} \right), \quad (\text{D.20})$$

where ν_ϵ is chosen under the form

$$\nu_\epsilon = D \kappa v_* \epsilon, \quad (\text{D.21})$$

where ϵ is the height of the micro-roughness and D is a coefficient of proportionality.

Taking into account that $z \gg \epsilon$ and $\frac{\epsilon v_*}{\nu} \gg 1$, the velocity profile becomes

$$\tilde{v}_2 = A + \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{\epsilon} \right), \quad (\text{D.22})$$

where $A = 8.48$, the constant D is found to be

$$D = e^{-\kappa(A-E)} \quad (\text{D.23})$$

$$= 0.756. \quad (\text{D.24})$$

The slip velocity at the top of the micro-roughness \tilde{v}_{02} is then proportional to the velocity gradient and to the height of the micro-roughness.

$$\tilde{v}_{02} = \beta \epsilon \frac{d\tilde{v}_2}{dz} \quad (\text{D.25})$$

where $\beta = \kappa D E = 2.38$.

D.3 Intermediate case

For the intermediate case, i.e., between the smooth and rough regime from the hydrodynamic point of view, there is some slipping at the bottom of the layer with a linear velocity gradient. In this case

$$\tilde{v}_1 = \tilde{v}_{01} + \tilde{z}_1, \quad (\text{D.26})$$

where $\tilde{z}_1 = 0$ on the layer with the velocity \tilde{v}_{01} .

In the laminar sub-layer

$$\frac{dv\tilde{v}_1}{dz} = \frac{v_*}{\nu}, \quad (\text{D.27})$$

the velocity \tilde{v}_{01} is then given by

$$\tilde{v}_{01} = \beta \frac{\epsilon v_*}{\nu} \quad (\text{D.28})$$

$$= \beta \tilde{\epsilon} \quad (\text{D.29})$$

The thickness of the sub-layer is $\tilde{\delta}_l = \tilde{v}_{01} - \tilde{v}_{02}$

When $\tilde{v}_{01} = \tilde{v}_{02}$, there is no longer laminar sub-layer and the flow corresponds to a fully developed flow in rough pipe. It happens when the height of the roughness is equal to $\tilde{\epsilon} = E/\beta = 1/\kappa D = 3.26$.

The simple two layers model outlined above could may be more complete by taking into account, for instance, the molecular viscosity in the turbulent layer and the disturbance due to the roughness in the laminar sub-layer. Nevertheless this is enough to put physical insights and derive some results under analytical form.

Bibliographie

- [1] M. Åbom and H. Bodén. Error analysis of two-microphone measurements in ducts with flow. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 83 :2429, 1988.
- [2] G. Ajello. *Mesures acoustiques dans les guides d'ondes en présence d'écoulement : mise au point d'un banc de mesure, application á des discontinuités*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, 2000.
- [3] H. Akaike. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. *Budapest, Hungary*, pages 267–281, 1973.
- [4] D.L. Armstrong, R. Beckemeyer, and R.F. Olsen. Impedance measurements of acoustic duct liners with grazing flow. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 55 :S59, 1974.
- [5] Y. Aurégan, M. Leroux, and V. Pagneux. Measurement of liner impedance with flow by an inverse method. In *10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, pages 464–470, may 2004.
- [6] Y. Aurégan, R. Starobinski, and V. Pagneux. Influence of grazing flow and dissipation effects on the acoustic boundary conditions at a lined wall. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 109(1) :59–64, 2001.
- [7] R. Badeau, B. David, and G. Richard. Selecting the modeling order for the ESPRIT high resolution method : an alternative approach. In *Proc. of ICASSP'04*, volume 2, pages 1025–1028, 2004.
- [8] A.B. Bauer. Impedance theory and measurements on porous acoustic liners. *J. Aircr*, 14 :720–728, 1977.
- [9] W.P. Bi, V. Pagneux, D. Lafarge, and Y. Aurégan. Modelling of sound propagation in a non-uniform lined duct using a multi-modal propagation method. *Journal of Sound and Vibration*, 289(4-5) :1091 – 1111, 2006.
- [10] G. Bienvenu and L. Kopp. Optimality of high resolution array processing using the eigensystem approach. *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, 31(5) :1235 – 1248, oct. 1983.
- [11] Daniel Boley, Franklin Luk, and David Vandevoorde. A general vandermonde factorization of a hankel matrix, 1998.
- [12] E. J. Brambley. Fundamental problems with the model of uniform flow over acoustic linings. *Journal of Sound and Vibration*, 322(4-5) :1026 – 1037, 2009.
- [13] E. J. Brambley. Viscous boundary layer effects on the Myers impedance boundary condition. In *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, May 2009.

- [14] E. J. Brambley. A well-posed modified Myers boundary condition. In *16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, june 2010.
- [15] R.S. Brand and R.T. Nagel. Reflection of sound by a boundary layer. *Journal of Sound and Vibration*, 85(1) :31–38, 1982.
- [16] H. Chen, S. Van Huffel, and J. Vandewalle. Improved methods for exponential parameter estimation in the presence of known poles and noise. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 45(5) :1390–1393, may. 1997.
- [17] W.S. Cheung, H.S. Kwon, and J.S. Paik. Acoustic flowmeter for the measurement of the mean flow velocity in pipes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110 :2308, 2001.
- [18] JY Chung and DA Blaser. Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. I. Theory. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 68 :907, 1980.
- [19] JY Chung and DA Blaser. Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. II. Experiment. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 68 :914, 1980.
- [20] I.B. Crandall. *Theory of Vibrating Systems and Sound*. Van Nostrand, 1926.
- [21] A. Cummings. The effects of grazing turbulent pipe-flow on the impedance of an orifice. *Acustica*, 61(4) :233–242, 1986.
- [22] A. Cummings. The response of a resonator under a turbulent boundary layer to a high amplitude non-harmonic sound field. *Journal of Sound and Vibration*, 115(2) :321–328, 1987.
- [23] Prony (Baron de). “Essai expérimental et analytique sur les lois de la dilatabilité des fluides élastique et sur celles de la force expansive de la vapeur de l’eau et de la vapeur de l’alkool, à différentes températures,”. *Journal de l’École Polytechnique*, 1(2) :24–76, 1795.
- [24] P.D. Dean. An in situ method of wall acoustic impedance measurement in flow ducts. *Journal of Sound and Vibration*, 34(1) :97–130, 1974.
- [25] N.S. Dickey, A. Selamet, and M.S. Ciray. An experimental study of the impedance of perforated plates with grazing flow. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110 :2360, 2001.
- [26] S.P. Dragan and I.V. Lebedeva. Absorption of high-intensity sound by a perforated panel. *Acoustical Physics*, 44(2) :167–172, 1998.
- [27] T. Elnady and H. Bodén. On Semi-Empirical Liner Impedance Modeling with Grazing Flow. In *9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit*, volume 1. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), May 2003.
- [28] T. Elnady and H. Bodén. An Inverse Analytical Method for Extracting Liner Impedance from Pressure Measurements. *AIAA Journal*, 1 :434–450, May 2004.
- [29] W. Eversman. Effect of boundary layer on the transmission and attenuation of sound in an acoustically treated circular duct. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 49 :1372, 1971.
- [30] W. Eversman. Theoretical models for duct acoustic propagation and radiation. In *NASA Langley Research Center, Aeroacoustics of Flight Vehicles : Theory and Practice*, volume 2, pages 101–163, August 1991.

- [31] S. Félix. *Propagation acoustique dans les guides d'ondes courbes et problème avec source dans un écoulement cisailé*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, 2002.
- [32] G. Gabard and R.J. Astley. A computational mode-matching approach for sound propagation in three-dimensional ducts with flow. *Journal of Sound and Vibration*, 315 :1103–1124, 2008.
- [33] G.D. Garrison, A.C. Schnell, C.D. Baldwin, and P.R. Russell. Suppression of combustion oscillations with mechanical damping devices. *Pratt and Whitney Aircraft Rep. PWA FR3299*, 1969.
- [34] A. Goldman and C. H. Chung. Impedance of an orifice under a turbulent boundary layer with pressure gradient. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 71(3) :573–579, 1982.
- [35] A. Goldman and R.L. Panton. Measurement of the acoustic impedance of an orifice under a turbulent boundary layer. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 60 :1397, 1976.
- [36] M. Goldstein and E. Rice. Effect of shear on duct wall impedance. *Journal of Sound and Vibration*, 30(1) :79–84, 1973.
- [37] G.H. Golub and C.F. Van Loan. *Matrix computations*. Johns Hopkins Univ Pr, 1996.
- [38] AW Guess. Calculation of Perforated Plate Liner Parameters from Specified Acoustic Resistance and Reactance. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 54 :307, 1973.
- [39] A.W. Guess. Calculation of perforated plate liner parameters from specified acoustic resistance and reactance. *Journal of Sound and Vibration*, 40(1) :119–137, 1975.
- [40] A.S. Hersch and B. Walker. Effect of Grazing Flow on the Acoustic Impedance of Helmholtz Resonators Consisting of Single and Clustered Orifices. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 72 :642, 1982.
- [41] B. Hersch, A.S. Walker and Bucka M. Effect of the grazing flow on the acoustic impedance of helmholtz resonators consisting of single and clustered orifices. In *AIAA Pap. 78 - 1124*, 1978.
- [42] A. S. Hersh and B. Walker. Effect of grazing flow on the acoustic impedance of Helmholtz resonators consisting of single and clustered orifices. Technical report, NASA, August 1979.
- [43] A. Hirschberg and S.W. Rienstra. An introduction to aeroacoustics. *Eindhoven university of technology*, 2004, www.win.tue.nl/~sjoerdr/papers/boek.pdf.
- [44] M.S. Howe. The interaction of sound with low Mach number wall turbulence, with application to sound propagation in turbulent pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 94(04) :729–744, 1979.
- [45] M.S. Howe. On the absorption of sound by turbulence and other hydrodynamic flows. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 32(1-3) :187, 1984.
- [46] M.S. Howe. The damping of sound by wall turbulent shear layers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 98 :1723, 1995.
- [47] Y. Hua and T.K. Sarkar. Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise. *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, 38(5) :814–824, 1990.
- [48] U. Ingard. On the theory and design of acoustic resonators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 25(6) :1037–1061, 1953.

- [49] U. Ingard. Influence of fluid motion past a plane boundary on sound reflection, absorption, and transmission. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 31 :1035, 1959.
- [50] U. Ingard and H. Ising. Acoustic non-linearity of an orifice. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 42(1) :6–17, 1967.
- [51] U. Ingard and V.K. Singhal. Upstream and downstream sound radiation into a moving fluid. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 54 :306, 1973.
- [52] S.H. Jang and J.G. Ih. On the multiple microphone method for measuring in-duct acoustic properties in the presence of mean flow. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103 :1520, 1998.
- [53] X. Jing, S. Peng, and X. Sun. A straightforward method for wall impedance eduction in a flow duct. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 124(1) :227–234, 2008.
- [54] X. Jing and X. Sun. Sound-excited flow and acoustic nonlinearity at an orifice. *Physics of Fluids*, 14 :268, 2002.
- [55] M.G. Jones and T.L. Parrott. Evaluation of a multi-point method for determining acoustic impedance. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 3(1) :15–35, 1989.
- [56] M.G. Jones, W.R. Watson, and T.L. Parrott. Benchmark data for evaluation of aeroacoustic propagation codes with grazing flow. *AIAA paper*, 2853 :2005, 2005.
- [57] S.Z. Kassab. A Preston tube calibration chart. *Review of Scientific Instruments*, 64(1) :253–256, 2009.
- [58] S.M. Kay. *Fundamentals of statistical signal processing : estimation theory*. Prentice-Hall, 1993.
- [59] Y.B. Kim and Y.H. Kim. A measurement method of the flow rate in a pipe using a microphone array. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 112 :856, 2002.
- [60] R. Kirby and A. Cummings. The impedance of perforated plates subjected to grazing gas flow and backed by porous media. *Journal of Sound and Vibration*, 217(4) :619–636, 1998.
- [61] S.H. Ko. Theoretical prediction of sound attenuation in acoustically lined annular ducts in the presence of uniform flow and shear flow. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 54 :1592, 1973.
- [62] J.W. Kooi and S.L. Sarin. An experimental study of the acoustic impedance of helmholtz resonator arrays under a turbulent boundary layer. In *American Institute of Aeronautics and Astronautics, Aeroacoustics Conference, 7 th, Palo Alto, CA, Research supported by the Netherlands Instituut voor Vliegtuigontwikkeling en Ruimtevaart*, volume 5, 1981.
- [63] R. Kumaresan and D. Tufts. Estimating the parameters of exponentially damped sinusoids and pole-zero modeling in noise. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 30(6) :833–840, 1982.
- [64] S. Y. Kung, K. S. Arun, and D. V. Bhaskar Rao. State-space and singular-value decomposition-based approximation methods for the harmonic retrieval problem. *J. Opt. Soc. Am.*, 73(12) :1799–1811, 1983.
- [65] A. Lallemand. Ecoulement des fluides. Analyse dimensionnelle. Similitude. Technical report, Techniques de l'Ingénieur, December 2008.

- [66] S.-H. Lee and J.-G. Ih. Empirical model of the acoustic impedance of a circular orifice in grazing mean flow. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114(1) :98–113, 2003.
- [67] M. Leroux. *Propagation acoustique en conduit traité : influence de l'écoulement sur la propagation acoustique avec impédance de paroi*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, 2005.
- [68] Y. Li, K.J.R. Liu, and J. Razavilar. A parameter estimation scheme for damped sinusoidal signals based on low-rank Hankel approximation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(2) :481–486, 1997.
- [69] Abramowitz M. and Stegun I.A. *Handbook of Mathematical Functions*. Online Edition, <http://people.math.sfu.ca/cbm/aands/toc.htm>.
- [70] C. Malmary. *Etude théorique et expérimentale de l'impédance acoustique de matériaux en présence d'un écoulement d'air tangentiel*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, 2000.
- [71] D. Marx, Y. Aurégan, H. Bailliet, and J.C. Valière. PIV and LDV evidence of hydrodynamic instability over a liner in a duct with flow. *Journal of Sound and Vibration*, 329(18) :3798–3812, 2010.
- [72] T.H. Melling. The acoustic impedance of perforates at medium and high sound pressure levels. *Journal of Sound and Vibration*, 29 :1–65, 1973.
- [73] A. Minotti, F. Simon, and F. Gantié. Characterization of an acoustic liner by means of Laser Doppler Velocimetry in a subsonic flow. *Aerospace Science and Technology*, 12(5) :398–407, 2008.
- [74] R.T. Muehleisen and C.W. Beamer IV. Comparison of errors in the three-and four-microphone methods used in the measurement of the acoustic properties of porous materials. *Acoustics Research Letters Online*, 3 :112, 2002.
- [75] M.K. Myers. On the acoustic boundary condition in the presence of flow. *Journal of Sound and Vibration*, 71(3) :429 – 434, 1980.
- [76] R.T. Nagel and R.S. Brand. Boundary layer effects on sound in a circular duct. *Journal of Sound and Vibration*, 85(1) :19–29, 1982.
- [77] K. Narayana Rao and ML Munjal. Experimental evaluation of impedance of perforates with grazing flow. *Journal of Sound and Vibration*, 108(2) :283–295, 1986.
- [78] K. Narayana Rao and M.L. Munjal. Experimental evaluation of impedance of perforates with grazing flow. *Journal of Sound and Vibration*, 108(2) :283 – 295, 1986.
- [79] A. H. Nayfeh, J. E. Kaiser, and D. P. Telionis. Acoustics of Aircraft Engine-Duct Systems. *AIAA Journal*, 13 :130–153, February 1975.
- [80] C. Ozalp, A. Pinarbasi, and D. Rockwell. Self-excited oscillations of turbulent inflow along a perforated plate. *Journal of Fluids and Structures*, 17(7) :955–970, 2003.
- [81] J.P. Padet and P. Germain. *Fluides en écoulement : méthodes et modèles*. Masson Paris, 1991.
- [82] V. Pagneux. *Propagation acoustique dans les guides à section variable et effets d'écoulement*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, 1994.
- [83] J.M. Papy, L. De Lathauwer, and S. Van Huffel. A shift invariance-based order-selection technique for exponential data modelling. *IEEE signal processing letters*, 14(7) :473–476, 2007.

- [84] M. Peters, A. Hirschberg, A.J. Reijnen, and A.P.J. Wijnands. Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low Mach and low Helmholtz numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 256 :499–534, 1993.
- [85] Pridmore-Brown, D.-C. Sound propagation in a fluid flowing through an attenuating duct. *Journal of Fluid Mechanics*, 4 :393–406, 1958.
- [86] M. Åbom. Measurement of the scattering-matrix of acoustical two-ports. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 5(2) :89 – 104, 1991.
- [87] L. Rayleigh. *The Theory of Sound* (2nd edition), Vol. 2, 1945.
- [88] E.J. Rice. Model for the Acoustic Impedance of a Perforated Plate Liner with Multiple Frequency Excitation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 51 :94, 1972.
- [89] S. W. Rienstra, , and M. Darau. Boundary layer thickness effects of the hydrodynamic instability along an impedance wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 2010.
- [90] S. W. Rienstra. Sound propagation in slowly varying lined flow ducts of arbitrary cross-section. *Journal of Fluid Mechanics*, 495(-1) :157–173, 2003.
- [91] J. Rissanen. Modeling by shortest data description. *Automatica*, 14(5) :465–471, 1978.
- [92] D. Ronneberger. The acoustical impedance of holes in the wall of flow ducts. *Journal of Sound and Vibration*, 24(1) :133 – 150, 1972.
- [93] D. Ronneberger and C.D. Ahrens. Wall shear stress caused by small amplitude perturbations of turbulent boundary layer flow : an experimental investigation. *Journal of Fluid Mechanics*, 83(03) :433–464, 1977.
- [94] R. Roy and T. Kailath. Esprit-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, 37(7) :984 –995, jul. 1989.
- [95] R. Roy, A. Paulraj, and T. Kailath. ESPRIT : a subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 34(5) :1340–1342, 1986.
- [96] H. Schlichting. *Boundary Layer Theory*. McGraw-Hill, New York, 1979, 1979.
- [97] G. Schwarz. Estimating the dimension of a model. *The annals of statistics*, 6(2) :461–464, 1978.
- [98] A.F. Sobolev. A semiempirical theory of a one-layer cellular sound-absorbing lining with a perforated face panel. *Acoustical Physics*, 53(6) :762–771, 2007.
- [99] M.R. Stinson and E.A.G Shaw. Acoustic impedance of small, circular orifices in thin plates. *Journal of Acoustical Society of America*, 77 :2039–2042, 1985.
- [100] J. W. Sullivan and M. J. Crocker. Analysis of concentric-tube resonators having unpartitioned cavities. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 64(1) :207–215, 1978.
- [101] J.W. Sullivan. A method for modeling perforated tube muffler components. I. Theory. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 66 :772, 1979.
- [102] J.W. Sullivan. A method for modeling perforated tube muffler components. II. Applications. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 66 :779, 1979.

- [103] D.H. Tack and R.F. Lambert. Influence of shear flow on sound attenuation in a lined duct. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 38 :655, 1965.
- [104] M. Taktak, J.-M. Ville, M. Haddar, G. Gabard, and F. Foucart. A 3d multiport scattering matrix based-method for educing wall impedance of cylindrical lined duct section : Simulation and error evaluation. *Advances in Acoustics and Vibration*, 2009.
- [105] M. Taktak, J.-M. Ville, M. Haddar, G. Gabard, and F. Foucart. An indirect method for the characterization of locally reacting liners. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 127(6) :3548–3559, 2010.
- [106] B.J. Tester. Some aspects of sound attenuation in lined ducts containing inviscid mean flows with boundary layers. *Journal of Sound and Vibration*, 28(2) :217 – 245, 1973.
- [107] B.J. Tester. The propagation and attenuation of sound in lined ducts containing uniform or plug flow. *Journal of Sound and Vibration*, 28(2) :151–203, 1973.
- [108] D. Tufts and R. Kumaresan. Singular value decomposition and improved frequency estimation using linear prediction. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 30(4) :671–675, 1982.
- [109] S. Van Huffel. Enhanced resolution based on minimum variance estimation and exponential data modeling. *Signal Processing*, 33(3) :333–355, 1993.
- [110] S. Van Huffel, H. Chen, C. Decanniere, and P. Vanhecke. Algorithm for time-domain NMR data fitting based on total least squares. *Journal of Magnetic Resonance, Series A*, 110(2) :228–237, 1994.
- [111] Eversman W. and Okunbor D. aft fan duct acoustic radiation. *Journal of Sound and Vibration*, 213(2) :235 – 257, 1998.
- [112] W. Watson, M. Jones, and T. Parrott. Validation of an Impedance Eduction Method in Flow. *AIAA Journal*, 37 :818–824, July 1999.
- [113] W.R. Watson, M.G. Jones, S. E. Tanner, and T.L. Parrott. A finite element propagation model for extracting normal incidence impedance in nonprogressive acoustic wave fields. *Journal of Computational Physics*, 125(1) :177 – 186, 1996.
- [114] M. Wax and T. Kailath. Detection of signals by information theoretic criteria. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 33(2) :387–392, 1985.
- [115] LC Zhao, PR Krishnaiah, and ZD Bai. On detection of the number of signals in presence of white noise. *Journal of Multivariate Analysis*, 20(1) :1–25, 1986.

Résumé

Ce travail de thèse vise à la caractérisation des matériaux absorbants à réaction localisée utilisés pour l'atténuation acoustique des systèmes de propulsion des aéronefs. Cette atténuation est principalement fonction du matériau lui-même mais également de la géométrie d'accueil des absorbants et de l'interaction entre l'acoustique et l'écoulement turbulent. Dès lors, les description et modélisation précises des facteurs d'influence pesant sur la performance des traitements acoustiques en présence d'écoulement turbulent, bien que largement étudiés, sont encore imparfaits en partie due à la complexité des phénomènes de dissipation présents dans les couches limites. L'expérimentation reste donc indispensable, afin de fournir notamment l'impédance acoustique des absorbants, principale grandeur d'intérêt dans ce domaine de recherche. C'est pourquoi, une large partie de ces travaux, effectués au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, sont fondés sur l'approche expérimentale. C'est par ce biais que sont étudiées les méthodes de caractérisation acoustique classiques en conduit traité ainsi que les modèles d'impédance semi-empiriques présents dans la littérature. Une contribution à chacun de ces deux champs d'étude est apportée. D'autre part, une étude théorique concernant les phénomènes de dissipation en couche limite turbulente et leur influence sur l'impédance de traitement et sur la condition à la limite qui s'applique à la paroi est proposée.

Mots-clés : Impédance des traitements acoustiques, atténuation en conduit, effets de l'écoulement turbulent rasant et de la couche limite, caractérisation expérimentale.

Abstract

This PhD thesis work deals with the acoustic characterization of locally reacting materials widely used for induct attenuation of engine systems in the aeronautic domain. This latter depends mainly on the material itself and also on the geometry of the duct and the interaction between acoustic and turbulent flow. Although a lot of attention is paid on this topic until now, more insights concerning the physical phenomena responsible of induct attenuation in presence of a turbulent grazing flow are still requiring. To this end, the experiments are an essential way to obtain accurate lined wall impedance in particular. This is why a large part of this thesis is based on the experimental approach. On one hand, the classical methods for measuring the acoustic impedance of lined wall and the semi-empiric lined wall impedance models are then studied. A contribution is brought for each topic. On the other hand, a theoretical study concerning the dissipative phenomena in the turbulent boundary layer and their influence on the lined wall impedance and on the lined wall boundary condition is proposed.

Keywords : Lined wall acoustic impedance, induct attenuation, effects of turbulent grazing flow and boundary layer, experiments.