



2004/12

**SIMULATIONS DES GRANDES ECHELLES EN CANAL
PLAN TURBULENT : EFFETS DE COMPRESSIBILITE
ET PROPAGATION ACOUSTIQUE**

Marie HABERKORN

**Université Louis Pasteur - CNRS
Institut de Mécanique des Fluides et des Solides
UMR 7507**



LAUM

Thèse présentée pour obtenir le grade
de Docteur de l'Université Louis
Pasteur Strasbourg I

Discipline : Mécanique des Fluides par
Marie HABERKORN

Simulations des grandes échelles en canal plan turbulent : effets de compressibilité et propagation acoustique

Soutenue le 20-12-2004

Membres du jury

Directeur de thèse :	M. P. COMTE, Professeur, ULP Strasbourg
Co-Directeur de thèse :	M. Y. AURÉGAN, CR CNRS, LAUM Le Mans
Rapporteur interne :	M. N. RIVIER, Professeur, ULP Strasbourg
Rapporteur externe :	M. B. OESTERLÉ, Professeur, LEMTA Nancy
Rapporteur externe :	M. J.P. DUSSAUGE, DR CNRS, Polytech'Marseille
Examineur :	M. D. JUVÉ, Professeur, ECL Lyon
Membre invité :	M. V. PAGNEUX, CR CNRS, LAUM Le Mans
Membre invité :	M. G. BOUCHET, CR CNRS, IMPS Strasbourg
Membre invité :	M. C. BRUN, MC, LME Polytech'Orléans

Table des matières

Remerciements	i
Nomenclature	vii
1 Introduction	1
2 Méthode numérique - Outils de post-traitement	5
2.1 Equations de Navier-Stokes compressibles	5
2.2 Simulation des Grandes Echelles	6
2.2.1 Principe	6
2.2.2 Filtre	7
2.2.3 Equations filtrées	9
2.2.4 Modélisation sous-maille	11
2.2.5 Fermeture du système	16
2.3 Méthode Numérique	17
2.3.1 Configuration et simulation temporelle	17
2.3.2 Schéma numérique	21
2.3.3 Conditions aux limites	24
2.4 Outils de post-traitement	25
2.4.1 Analyse statistique	26
2.4.2 Visualisations instantanées	28
3 Simulation numérique de canal plan	31
3.1 Historique des simulations de canaux plans	31
3.1.1 Simulations numériques incompressibles	31
3.1.2 Simulations numériques compressibles	32
3.1.3 Simulations numériques pulsées	32
3.2 Taille du domaine	32
3.3 Discrétisation	33
3.4 Validation du canal quasi-incompressible en régime stationnaire	34

4	Étude compressible	39
4.0.1	Origine des effets de compressibilité	40
4.0.2	Nature des effets de compressibilité	41
4.0.3	Modélisation des écoulements compressibles cisailés	41
4.1	Canal compressible	42
4.1.1	Particularités	42
4.1.2	Interprétation physique	43
4.1.3	Paramètres des simulations	43
4.1.4	Solution laminaire	44
4.1.5	Moyenne de Favre - Moyenne de Reynolds	46
4.2	Effets de compressibilité	46
4.2.1	Écoulement moyen	46
4.2.2	Structure de la turbulence	50
4.2.3	Structures cohérentes	56
4.3	Modélisation	59
4.3.1	Correction de masse volumique	59
4.3.2	Echelle intégrale	68
4.3.3	Double correction masse volumique/viscosité	69
4.4	Analogie forte de Reynolds	78
4.5	Conclusion	82
5	Étude pulsée : propagation acoustique	83
5.1	Problématique	83
5.2	Canal pulsé	88
5.2.1	Solution laminaire	88
5.2.2	Bibliographie sur les écoulements turbulents pulsés	92
5.2.3	Canal pulsé turbulent	96
5.3	Modélisation : viscosité turbulente	118
5.3.1	Viscosité turbulente moyenne	118
5.3.2	Prise en compte de l'effet de la pulsation sur ν_t	121
5.4	Approche scalaire passif	123
5.4.1	Equation de convection/diffusion : solution laminaire	124
5.4.2	$Sc = 1$	126
5.4.3	$Sc < 1$	131
5.5	Conclusion	137
6	Synthèse finale	139
6.1	Conclusions	139
6.2	Perspectives	142

Nomenclature

Variables et coefficients de l'écoulement :

u_i , (u,v,w)	composantes du vecteur vitesse
ρ	masse volumique
p	pression
T	température
e	énergie totale
μ	viscosité dynamique
ν	viscosité cinématique
γ	rapport des chaleurs spécifiques
λ	conductivité thermique
T_i	température totale
u_τ	vitesse de frottement
τ_w	frottement pariétal
ν_t	viscosité turbulente
τ_{ij}	composantes du tenseur des contraintes
S_{ij}	composantes du tenseur des déformations
\mathcal{F}_i	composantes du vecteur des flux
U_i	composantes des variables conservatives

Écoulement pulsé - scalaire passif :

c	concentration de scalaire
ω	pulsation de forçage - pulsation de l'onde
l_s	épaisseur de couche de Stokes
l_a	épaisseur de couche limite acoustique
l_t	épaisseur de couche de Stokes turbulente
δ_i	épaisseur de la sous-couche visqueuse
κ	diffusivité du scalaire
Z_τ	impédance de frottement pariétal
Z_q	impédance de flux de chaleur pariétal
A_f	amplitude de la composante périodique de la variable f
Φ_f	phase de la composante périodique de la variable f
\hat{A}_f	amplitude complexe de la composante périodique de la variable f
A_τ	amplitude du gradient pariétal de scalaire
Φ_τ	phase du gradient pariétal de scalaire
$A_\tau(KS)$	A_τ analytique laminaire
$\Phi_\tau(KS)$	Φ_τ analytique laminaire

NOMENCLATURE

Grandeurs de référence :

h	demi-hauteur du canal
ρ_b	masse volumique
U_b	vitesse débitante
T_w	température de paroi
c_0	concentration de scalaire de référence

Nombres adimensionnés :

R_e	nombre de Reynolds débitant
M	nombre de Mach débitant
M_l	nombre de Mach local
R_{e_r}	nombre de Reynolds de frottement
P_r	nombre de Prandtl
S_c	nombre de Schmidt

Simulation des grandes échelles :

NOMENCLATURE

Δ	longueur de coupure du filtre
k_c	nombre d'onde de coupure
G_Δ	fonction de filtrage
$\bar{\cdot}$	filtrage (Δ, G_Δ)
$\bar{\cdot}'$	composante sous-maille issue du filtrage
$\bar{\cdot}''$	filtrage de Favre
$\bar{\cdot}'''$	composante sous-maille issue du filtrage de Favre
$\bar{\cdot}''''$	filtrage ($\Delta' \geq \Delta$)
ν_{sm}	viscosité cinématique sous-maille
ν_{ts}	viscosité turbulente spectrale
ν_{sm}^{SF}	viscosité cinématique sous-maille de la fonction de structure
ν_{sm}^{SFF}	viscosité cinématique sous-maille de la fonction de structure filtrée
λ_{sm}	conductivité thermique sous-maille
T_{ij}	composantes du tenseur des contraintes sous-maille
T_{ij}^d	partie déviatrice de T_{ij}
$ \bar{S} $	second invariant du tenseur de déformation
L_{ij}	composantes du tenseur de Léonard
Q_i	composantes du flux d'enthalpie totale sous-maille
$Q_{statique}$	partie statique du flux d'enthalpie totale sous-maille
W	partie cinétique du flux d'enthalpie totale sous-maille
E	énergie cinétique
ϖ	macro-pression
ϑ	macro-température

Opérateurs de moyenne - statistiques :

$\langle \cdot \rangle$ (notée $\langle q \rangle$ ou Q)	moyenne statistique temporelle et par plan d'homogénéité
$\bar{\cdot}'$	fluctuation turbulente $q = \langle q \rangle + q'$
$\langle \cdot \rangle_\phi$	moyenne de phase (avec moyenne dans les directions homogènes)
$\bar{\cdot}''$	fluctuation aléatoire $q = \langle q \rangle_\phi + q''$
$\hat{q} = \langle q \rangle_\phi - \langle q \rangle$	composante périodique
$q = \langle q \rangle + \hat{q} + q''$	décomposition tripple
$= Q + \hat{q} + q''$	
$R_{u_i u_j}$	corrélations spatiales

Simulation numérique :

NOMENCLATURE

x_i	coordonnées spatiales
U_i	composantes du vecteur des variables conservatives
E, F, G	composantes du vecteur des flux
f	terme de forçage
Q_{in}	débit volumique
$ \cdot ^n$	grandeur à l'indice temporel n
$ \cdot _i$	grandeur à l'indice spatial i
$\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$	pas d'espace
Δ_t	pas de temps
C_{visc}	coefficient pour le critère visqueux
CFL	Condition de courant

Indices - exposants :

\cdot^+	grandeur en unités de paroi
\cdot^{c+}	grandeur en unités de paroi modifiées
\cdot_{VD}	grandeur en transformée de Van Driest
\cdot_w	grandeur pariétale
\cdot_c	grandeur au centre du canal
δ_{ij}	symbole de Kronecker

Abréviations :

SGE	Simulation des Grandes Échelles
SND	Simulation Numérique Directe
TI	Turbulence Isotrope
RA	Reynolds analogy
SRA	Strong Reynolds analogy
HSRA	Huang Strong Reynolds analogy
ESRA	Extended Strong Reynolds analogy
CESRA	Channel Extended Strong Reynolds analogy

Chapitre 1

Introduction

L'avancée des simulations numériques, tant en raison du développement des moyens de calculs que de l'effort des modélisateurs, nous permet à ce jour d'aborder des problèmes turbulents particuliers dans des situations réelles. On parvient ainsi à être prédictif pour des écoulements dans des configurations industrielles complexes assez appliquées pour lesquelles on atteint désormais des nombres de Reynolds équivalents aux valeurs expérimentales. Pour ne citer que deux exemples, on peut mentionner les simulations de cavités tridimensionnelles (Larchevêque *et al.* (2004)) ou encore la simulation de la combustion turbulente en géométrie complexe (Selle *et al.* (2004)).

Parallèlement, la compréhension d'aspects plus fondamentaux tels que la cascade de Kolmogorov ou l'existence de lois logarithmiques continue de faire l'objet de controverses et nécessite des moyens d'ampleur comparable à ceux mis en oeuvre pour les problèmes industriels plus appliqués. En effet, des moyens considérables, tant numériques qu'expérimentaux, sont mis en oeuvre pour atteindre des régimes où la dépendance en fonction du nombre de Reynolds ne se fait plus sentir. Ainsi, on peut donner l'exemple de Kaneda *et al.* (2003) qui étudie la turbulence homogène et isotrope en simulations numériques directes avec un maillage de 4096^3 points, sur Earth Simulator au Japon, ou encore celui des expériences en "Superpipe" menées à Princeton par Zagarola *et al.* (1997) pour tenter de discriminer entre loi puissance ou loi logarithmique. Aussi, même s'il existe des résultats impressionnants dans l'application en SGE, un travail de validation et d'identification des mécanismes fondamentaux dans des configurations aussi simples que possible est toujours nécessaire.

Dans ce travail de thèse, nous nous sommes intéressés au canal plan, configuration test depuis les simulations de Deardoff (1970) et de Moin & Kim (1982), qui constitue un cas intéressant pour clarifier certaines situations industrielles. En effet, dans le cadre du programme "Recherche aéronautique sur le supersonique" des ministères de la Recherche et des Transports français, nous avons simulé des écoulements turbulents de canal afin d'étudier, d'une part, les effets de compressibilité sur la turbulence lors d'une montée en nombre de Mach et, d'autre part, la pulsation de l'écoulement. L'introduction d'une instationnarité dans le canal présente un intérêt double : d'une part, en introduisant un niveau suffisant pour modifier la turbulence, on va pouvoir étudier la turbulence instationnaire et, d'autre part, en se plaçant au contraire à basse amplitude, on peut assimiler la pulsation à une instationnarité d'origine acoustique, ce qui nous permettra d'étudier l'al-

ténuation sonore d'une onde acoustique se propageant en milieu turbulent. Ce deuxième point de vue s'inscrit dans le cadre d'une collaboration avec le Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM).

Un des objectifs du programme mentionné ci-dessus concerne l'étude de la réduction des bruits de soufflante, de combustion et de turbine des moteurs d'avion par l'utilisation de traitement acoustique passif des parois. Pour le Supersonique, des contraintes supplémentaires sont à prendre en compte, telles que des vitesses d'écoulement importantes et des températures élevées.

La mesure des caractéristiques acoustiques de matériaux poreux hautes températures destinés aux nouveaux traitements des parois et l'étude expérimentale de l'effet de l'écoulement sur ces traitements acoustiques sont menées au LAUM. Parallèlement, à l'Institut de Mécanique des Fluides et des Solides de Strasbourg, nous avons démarré une étude dont l'objectif concerne la simulation numérique des traitements en présence d'écoulement. Avant de considérer le problème complet de la turbulence compressible pulsée, il est nécessaire au préalable de clarifier certains mécanismes intervenant à bas Mach. Tout en gardant un outil commun, nous avons scindé l'étude en deux parties : une première partie, dans laquelle on va chercher à comprendre le rôle du nombre de Mach et des flux de chaleur sur les propriétés statistiques de ce genre d'écoulement en régime stationnaire, et une seconde partie, dans laquelle on s'assure que l'approche pulsée est adaptée au problème de propagation acoustique, avec notamment la reproduction de la zone critique correspondant à une atténuation sonore plus faible en régime turbulent qu'en régime laminaire, puis dans laquelle on teste la linéarité de cette zone critique.

Le mémoire s'organise de la façon suivante.

Dans le chapitre 2, on rappelle les équations de Navier-Stokes pour un fluide compressible, la notion de filtrage associée à la Simulation des Grandes Échelles (SGE) ainsi que les termes sous-maille qui apparaissent après filtrage des équations et qu'il faut modéliser pour fermer le système. Dans la présentation des différents modèles sous-maille utilisés en SGE, l'accent est mis sur le modèle de la fonction de structure qui est utilisé dans cette étude. Dans le cadre de simulations temporelles, nous présentons la procédure de forçage, puis les schémas de discrétisation spatiale et temporelle. Enfin, nous définissons les outils statistiques et de visualisation qui ont été utilisés dans le post-traitement.

Le chapitre 3 débute par un petit historique sur les simulations de canaux plans, incompressibles, compressibles puis pulsés. Nous présentons ensuite brièvement la validation des simulations de canal plan incompressible non pulsé, qui servent de base aux deux thèmes abordés dans la suite de l'étude.

Le chapitre 4 est consacré à l'étude des effets de compressibilité. La première partie de ce chapitre consiste en une introduction plus spécifique sur les écoulements compressibles, dans laquelle on cite les principales références bibliographiques. L'origine et la nature des effets de compressibilité sont évoquées et nous présentons également les différentes modélisations de ces effets. Dans une seconde partie, on présente quelques particularités du canal compressible, en définissant tout d'abord les paramètres de l'étude, en donnant une interprétation physique de nos simulations et en exposant rapidement la solution laminaire. La troisième partie est consacrée à la présentation des résultats et à l'analyse des effets de compressibilité. Enfin dans une quatrième partie, on se penche sur la modélisation des effets de compressibilité avant de consacrer la dernière partie aux relations entre

flux de chaleur et flux de quantité de mouvement correspondant à l'analogie de Reynolds. On termine le chapitre par une conclusion propre à ce volet de la thèse.

Le chapitre 5 est ensuite consacré à la partie pulsée de l'étude. Il se décompose principalement en trois parties. Dans la première, nous exposons les principaux résultats de la littérature concernant l'atténuation sonore en milieu turbulent. Après avoir présenté la solution laminaire du canal pulsé qui permet de normaliser le frottement pariétal cohérent, nous faisons une rapide revue des études numériques et expérimentales d'écoulements pulsés. La seconde partie de ce chapitre met l'accent sur les effets de la pulsation sur la turbulence alors que la troisième partie concerne les effets de la turbulence sur la perturbation (acoustique ou pulsation). Après avoir exposé les résultats, cette dernière partie aborde la modélisation du phénomène critique correspondant à une réduction de l'atténuation sonore en régime turbulent par rapport au cas laminaire. Deux approches distinctes ont été envisagées, une modélisation faisant intervenir uniquement un profil de viscosité turbulente, et une approche de scalaire passif permettant de prendre en compte la présence des structures turbulentes. Le chapitre se termine alors par une conclusion propre à cette partie de la thèse.

L'ensemble des résultats est finalement synthétisé dans le chapitre 6, et la thèse se termine par l'évocation des perspectives communes possibles aux deux thèmes abordés durant ce travail de thèse.

Chapitre 2

Méthode numérique - Outils de post-traitement

2.1 Equations de Navier-Stokes compressibles

Les équations de Navier-Stokes sont écrites sous forme conservative, pour un fluide compressible. Elles impliquent la masse volumique, la quantité de mouvement et l'énergie totale, représentées par le vecteur colonne des variables conservatives $U = (\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3, \rho e)^t$. L'énergie totale par unité de volume, ρe , est donnée par :

$$\rho e = \rho C_v T + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2), \quad (2.1)$$

C_v étant la chaleur spécifique à volume constant. Le fluide compressible est un fluide newtonien vérifiant l'hypothèse de Stokes et la loi des gaz parfaits. Les équations conservatives s'écrivent à partir de la divergence d'un flux :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \text{div} \mathcal{F} = 0 \quad (2.2)$$

où \mathcal{F} est une matrice qui se décompose en trois vecteurs \mathcal{F}_1 , \mathcal{F}_2 et \mathcal{F}_3 suivant les directions x_1 , x_2 et x_3 respectivement et qui s'écrivent $\forall i \in \{1, 2, 3\}$:

$$\mathcal{F}_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} - \mu S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} - \mu S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} - \mu S_{i3} \\ (\rho e + p) u_i - u_j \mu S_{ij} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$S_{ij} = \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \delta_{ij} \right]$ est le tenseur des taux de déformation ; $\lambda = \rho C_p \kappa$ et κ correspondent respectivement à la conductivité et à la diffusivité thermiques. La viscosité moléculaire suit généralement la loi de Sutherland :

$$\mu(T) = \mu(273.15) \sqrt{\frac{T}{273.15}} \frac{1 + \frac{S}{273.15}}{1 + \frac{S}{T}} \quad (2.4)$$

avec $\mu(273.15) = 1.711.10^{-5} \text{kg.m}^{-1}\text{s}^{-1}$ et $S = 110.4K$

Lors de la résolution numérique, cette loi est approximée par une loi puissance plus simple, utilisée par Coleman *et al.* (1995) :

$$\mu(T) = \mu(273.15) \left(\frac{T}{273.15} \right)^{0.7}$$

La conductivité thermique λ s'obtient à partir du nombre de Prandtl $Pr = C_p \mu / \lambda$, en supposant celui-ci constant pour l'écoulement considéré.

Le système d'équations est fermé avec l'équation d'état des gaz parfaits :

$$p = R\rho T \quad (2.5)$$

avec $R = C_p - C_v$, constante du gaz donnée par $R = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}}$, où \mathcal{M} correspond à la masse molaire et $\mathcal{R} = \mathcal{A}k_B$ est la constante universelle des gaz donnée par le nombre d'Avogadro \mathcal{A} et la constante de Boltzman k_B .

2.2 Simulation des Grandes Echelles

2.2.1 Principe

Le schéma classique de la turbulence développée est celui de la cascade d'énergie cinétique des grosses structures vers les plus petites structures présentes dans l'écoulement, qui dissipent finalement l'énergie en énergie interne par les effets de viscosité. Ces plus petites échelles sont les échelles dites de Kolmogorov, caractéristiques des plus petites longueurs d'onde des mouvements pouvant se développer dans l'écoulement.

Une première façon de simuler numériquement un écoulement consiste à prendre en compte toutes les échelles du mouvement, des plus grandes imposées par les conditions limites, aux plus petites imposées par la viscosité. Dans cette approche de Simulation Numérique Directe (SND), l'intégralité des degrés de liberté est calculée. Ainsi la taille de la maille de calcul doit être inférieure à la taille caractéristique des plus petites structures présentes dans l'écoulement, *ie* inférieure à l'échelle de Kolmogorov. Or on peut montrer, en turbulence homogène et isotrope, que le rapport entre l'échelle de Kolmogorov η et l'échelle \mathcal{L} des gros tourbillons est proportionnelle à la puissance $\frac{3}{4}$ du nombre de Reynolds basé sur l'échelle \mathcal{L} . Ce niveau de raffinement étant nécessaire dans les trois directions d'espace, le nombre de degrés de liberté nécessaires pour la SND est donc proportionnel à $R_{\mathcal{L}}^{\frac{9}{4}}$, ce qui représente un coût de calcul considérable dès lors que le nombre de Reynolds est grand. Kaneda *et al.* (2003), dans le cadre de la TI, ont réalisé, à notre connaissance, la plus grande SND à l'heure actuelle. Elle comporte 4096^3 points avec un nombre de Reynolds (basé sur la micro-échelle de Taylor) $R_{e_\lambda} = 1201$.

Lorsque le nombre de Reynolds est trop élevé, la résolution explicite de toutes les échelles n'est pas envisageable. Une autre approche consiste à exploiter la séparation d'échelle des structures de l'écoulement. En Simulation des Grandes Echelles (SGE), seules les grosses structures porteuses de la majorité de l'énergie cinétique de l'écoulement sont résolues.

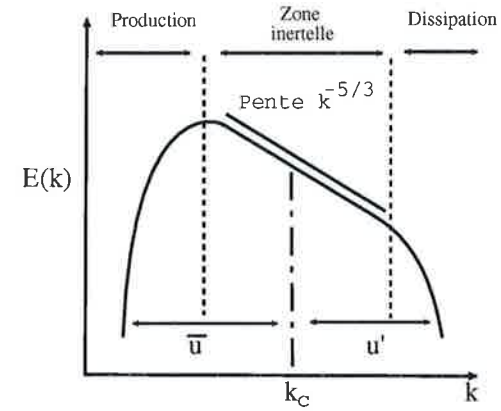


FIG. 2.1: Spectre d'énergie en turbulence homogène isotrope

Les plus petites échelles, dont le rôle est principalement dissipatif, sont quant à elles modélisées.

En pratique, la séparation d'échelle s'effectue par l'application aux équations de Navier-Stokes d'un filtre passe-bas en longueur d'onde, de largeur Δ . A la largeur Δ de ce filtre correspond un nombre d'onde k_c dit de coupure dans le spectre d'énergie cinétique turbulente. Les échelles dont le nombre d'onde est inférieur à k_c sont résolues, alors que celles dont le nombre d'onde est supérieur à k_c , qualifiées de sous-maille, sont modélisées. Cela est schématisé sur la figure 2.2.1.

2.2.2 Filtre

On applique ainsi aux équations de Navier-Stokes un filtre qui élimine les fluctuations des échelles les plus petites. Le filtre est caractérisé par sa longueur de coupure Δ et par son noyau G_Δ . Δ correspond généralement à la longueur caractéristique du maillage utilisé pour la discrétisation. Nous traitons ci-après le cas d'un filtre homogène. Le cas un peu plus complexe d'un maillage inhomogène est abordé juste après.

Filtrage homogène

L'opération de filtrage $\bar{\cdot}$ d'une variable f caractéristique de l'écoulement est définie par un produit de convolution appliqué à f sur Ω , le domaine considéré. Ainsi, la partie résolue \bar{f} de f s'écrit :

$$\bar{f}(\vec{x}, t) = \int_{\Omega} f(\vec{y}, t) G_\Delta(\vec{x} - \vec{y}) d\vec{y} \quad (2.6)$$

f , grandeur vectorielle ou scalaire, se décompose alors en une partie moyenne \bar{f} et une fluctuation f' qui représente la contribution sous-maille :

$$f = \bar{f} + f' = \bar{f} + (1 - G_\Delta) * f \quad (2.7)$$

Le noyau G_Δ doit vérifier la relation suivante :

$$\int_{\Omega} G_\Delta d\vec{y} = 1 \quad (2.8)$$

afin de permettre à l'opérateur de filtrage homogène de vérifier :

$$\bar{a} = a \quad \text{si} \quad a = cste \quad (2.9)$$

L'opérateur $\bar{\cdot}$ introduit définit ainsi un opérateur linéaire tel que pour des constantes a et b et deux variables f et g :

$$\overline{af + bg} = a\bar{f} + b\bar{g} \quad (2.10)$$

Les filtres ainsi définis ne sont pas a priori des opérateurs de Reynolds et ne sont donc pas nécessairement idempotents. Ceci implique que l'opération de filtrage peut être inversée et qu'elle n'induit pas de perte d'information.

Pour assurer la commutativité des opérateurs de filtrage avec les opérateurs de dérivation spatiale et temporelle, il est impératif que le noyau soit homogène. Geurts & Fröhlich (2002) montrent que si cette hypothèse n'est pas vérifiée, l'erreur de commutation commise est du second ordre. Les filtres "boîte", "gaussien" ou encore "porte", sont des opérateurs homogènes classiquement utilisés en SGE.

Filtrage inhomogène

La simulation d'écoulements présentant des inhomogénéités tels que des écoulements pariétaux nécessite de définir un maillage inhomogène avec une taille caractéristique plus petite près des parois. Ainsi, la longueur de coupure n'est pas identique dans les trois directions de l'espace. En général, Δ est alors calculée comme la racine cubique du volume de la maille (Deardoff (1970)) :

$$\Delta = \sqrt[3]{\Delta_x \Delta_y \Delta_z} \quad (2.11)$$

Filtrage de Favre

Dans le cas de la turbulence compressible, on introduit en plus une pondération par la masse volumique de la variable que l'on veut filtrer. Il s'agit d'effectuer le changement de variable :

$$\tilde{f} = \frac{\rho \bar{f}}{\bar{\rho}} \quad (2.12)$$

Ainsi, on obtient, pour une variable f , la décomposition suivante :

$$f = \tilde{f} + f'' \quad (2.13)$$

L'opérateur défini ici n'est pas exactement un filtre au sens de la définition donnée plus haut, car bien que linéaire, il ne commute pas avec les opérateurs de dérivation. Cet opérateur est nommé filtrage de Favre, par similarité de ce changement de variable avec la moyenne de Favre (1965). Il a l'avantage, comme on le verra dans la suite, de n'introduire aucun terme sous-maille dans l'équation de continuité et de donner des équations structurellement proches, aux termes sous-maille près, de leurs homologues non filtrées.

2.2.3 Equations filtrées

Equation de continuité

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.14)$$

Pour cette équation, l'opération de filtrage n'induit aucun terme sous-maille, ce qui est la raison principale de l'utilisation du filtre de Favre.

Equation de quantité de mouvement

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \tilde{\mu} \tilde{S}_{ij} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \overbrace{[\bar{\rho} (-\tilde{u}_i \tilde{u}_j + \tilde{u}_i \tilde{u}_j)]}^{A_1} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{(\tilde{\mu} \tilde{S}_{ij} - \mu \tilde{S}_{ij})}_{A_2} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Deux termes sous-maille apparaissent, A_1 et A_2 . Le premier terme A_1 correspond au tenseur des contraintes sous-maille; il est noté T_{ij} dans la suite du mémoire :

$$T_{ij} = (-\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = \bar{\rho} (-\tilde{u}_i \tilde{u}_j + \tilde{u}_i \tilde{u}_j) \quad (2.16)$$

Le second terme A_2 , dû à la non-linéarité des contraintes visqueuses, fait intervenir $\overline{\mu \tilde{S}_{ij}}$, obtenu après filtrage, et $\tilde{\mu} \tilde{S}_{ij}$, le tenseur défini comme :

$$\tilde{\mu} \tilde{S}_{ij} = \mu(\tilde{T}) \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) \quad (2.17)$$

Le tenseur T_{ij} est classiquement décomposé en une partie déviatrice et une partie isotrope :

$$T_{ij} = T_{ij}^d + \frac{1}{3} T_{ll} \delta_{ij} \quad (2.18)$$

(T_{ll} est la trace de T_{ij}). Ainsi, les termes $-\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j$ s'écrivent de la façon suivante :

$$-\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j = T_{ij} - \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j = T_{ij}^d + \frac{1}{3} T_{ll} \delta_{ij} - \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (2.19)$$

ce qui donne pour l'équation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \left(\bar{p} - \frac{1}{3} T_{II} \right) \delta_{ij} - \bar{\mu} \tilde{S}_{ij} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} (T_{ij}^d + A_2) \quad (2.20)$$

Pour traiter la partie isotrope du tenseur sous-maille, Comte & Lesieur (1998) ont introduit une macro-pression :

$$\varpi = \bar{p} - \frac{T_{II}}{3} \quad (2.21)$$

A partir de la définition de l'énergie totale, on définit également une macro-température :

$$\bar{\rho} \tilde{e} = \bar{\rho} C_v \tilde{T} + \frac{1}{2} \bar{\rho} \tilde{u}_i^2 - \frac{1}{2} T_{II} \quad (2.22)$$

$$= \bar{\rho} C_v \left(\tilde{T} - \frac{1}{2 \bar{\rho} C_v} T_{II} \right) + \frac{1}{2} \bar{\rho} \tilde{u}_i^2 \quad (2.23)$$

soit :

$$\vartheta = \tilde{T} - \frac{1}{2 \bar{\rho} C_v} T_{II} \quad (2.24)$$

L'équation d'état filtrée $\bar{p} = R \bar{\rho} \tilde{T}$ s'écrit alors :

$$\varpi = R \bar{\rho} \vartheta + \frac{(3\gamma - 5)}{6} T_{II} \quad (2.25)$$

T_{II} n'étant pas connu, Eribacher *et al.* (1992) proposent de le négliger devant la pression thermodynamique dès lors que le nombre de Mach sous-maille vérifie $\gamma M_{sm} \ll 1$, le nombre de Mach sous-maille s'écrivant $M_{sm}^2 = T_{II} / \bar{\rho} c^2$. On peut cependant remarquer que le changement de variable de la pression thermodynamique vers la macro-pression rend la contribution du tenseur sous-maille isotrope nulle pour des gaz monoatomiques comme l'argon et l'hélium avec $\gamma = \frac{5}{3}$. Pour des gaz polyatomiques (air $\gamma = 1.4$), négliger la contribution de T_{II} est analogue à faire l'hypothèse de faible nombre de Mach sous-maille. La condition obtenue, $\frac{|3\gamma - 5|}{6} \gamma M_{sm}^2 \ll 1$, est moins restrictive que $\gamma M_{sm} \ll 1$ et permet d'obtenir l'équation d'état des gaz parfaits suivante :

$$\varpi \simeq R \bar{\rho} \vartheta \quad (2.26)$$

Equation de conservation de l'énergie

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{e}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\bar{\rho} e + \varpi) \tilde{u}_i - \bar{\mu} \tilde{S}_{ij} \tilde{u}_j - \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x_i} \right] &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\overbrace{-(\bar{\rho} e + p) u_i + (\bar{\rho} e + \varpi) \tilde{u}_i}^{B_1} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\overbrace{\mu S_{ij} u_j - \bar{\mu} \tilde{S}_{ij} \tilde{u}_j}^{B_2} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\overbrace{\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} - \lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x_i}}^{B_3} \right] \end{aligned} \quad (2.27)$$

Il y a trois termes sous-maille, B_1 , B_2 et B_3 . B_3 résulte, au terme T_{II} près, de la non-linéarité du terme de diffusion. B_1 correspond à un flux d'enthalpie totale sous-maille; il sera noté Q dans la suite.

2.2.4 Modélisation sous-maille

L'application du double filtrage aux équations de Navier-Stokes a fait apparaître des termes sous-maille qui représentent l'action des échelles sous-maille sur les échelles résolues. Ces termes ne sont pas directement calculables; il faut les modéliser ou les négliger afin de fermer le système d'équations.

Concernant l'équation de quantité de mouvement, Vreman *et al.* (1995) ont montré, sur la base de SND d'une couche de mélange, que la contribution du terme visqueux sous-maille A_2 était négligeable devant la contribution du tenseur sous-maille. Aussi, ce terme A_2 sera-t-il négligé. De même, les termes B_2 et B_3 obtenus après filtrage de l'équation de l'énergie totale sont négligés devant le terme B_1 représentant un flux d'enthalpie sous-maille. B_2 et B_3 sont à rapprocher des termes sous-mailles B_5 , B_6 et B_7 dont la contribution dans l'équation d'énergie de Vreman *et al.* (1995) a été montrée négligeable sur la base de tests a priori. On rappelle :

$$\begin{aligned} B_5 &= \overline{S_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} - \bar{S}_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \\ B_6 &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{S}_{ij} \tilde{u}_i - \tilde{S}_{ij} \tilde{u}_i \right) \\ B_7 &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} - \tilde{\lambda} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \right) \end{aligned}$$

Dans un premier temps, on s'intéresse principalement à la modélisation du terme T_{ij} qui est le seul à apparaître dans le cas d'un fluide incompressible. Le terme sous-maille Q provenant de l'équation de l'énergie sera traité par la suite.

Tenseur T_{ij}

On cherche à modéliser la partie déviatrice du tenseur des contraintes sous-maille, la partie isotrope ayant été intégrée dans la formulation macro-pression/macro-température.

Il existe deux types de modèles :

- les modèles basés sur un concept de similarité d'échelles, qui cherchent à modéliser directement les différents termes du tenseur T_{ij}^d ;
- les modèles basés sur le concept de viscosité sous-maille, qui modélisent l'action du tenseur T_{ij}^d .

Cette classification a été reprise par Sagaut (1995) selon deux catégories : les modèles structurels (modélisation des différents termes du tenseur sous-maille) et les modèles fonctionnels (modélisation de l'effet dissipatif du tenseur sous-maille). Les modèles basés sur le concept de similarité d'échelles (Bardina *et al.* (1980), Meneveau & Katz (2001)), qui ne seront pas présentés ici, ne nécessitent pas de connaissances sur la nature de l'interaction inter-échelles. Ils visent à améliorer la corrélation entre le tenseur modélisé et le tenseur réel, le tenseur sous-maille étant construit à partir des plus petites échelles résolues. En pratique, ces modèles donnent de bons résultats lors de tests a priori en prédisant correctement la structure du tenseur sous-maille. En revanche, ils sous-estiment généralement la dissipation et peuvent conduire à des instabilités numériques, particulièrement dans les zones turbulentes de l'écoulement. Pour palier ce problème, on couple souvent ces modèles avec un modèle dit fonctionnel, qui prédit correctement les échanges d'énergie entre les échelles, ce qui permet de mieux contrôler la dissipation. On parle alors de modèles mixtes ou hybrides.

A côté de ces modèles, on trouve les modèles basés sur le concept de viscosité tourbillonnaire. Ils s'inscrivent dans le cadre de la théorie de la turbulence développée par Kolmogorov (1941), et tendent à rendre compte de l'action principalement dissipative des petites échelles. Le bilan des transferts d'énergie entre les différentes gammes d'échelles suffit à décrire l'action des échelles sous-maille. De façon analogue à l'hypothèse de Boussinesq, le tenseur sous-maille T_{ij}^d et le tenseur de taux de déformation S_{ij} sont reliés linéairement à l'aide d'une viscosité sous-maille ν_{sm} :

$$T_{ij}^d = \bar{\rho} \nu_{sm} \widetilde{S}_{ij} \quad (2.28)$$

Historiquement, l'un des premiers modèles à avoir été développé suivant le concept de viscosité tourbillonnaire est le modèle de Smagorinski. Ce modèle et ses variantes sont largement utilisés : la viscosité sous-maille est exprimée à l'aide d'une hypothèse de longueur de mélange et d'arguments dimensionnels et prend l'expression :

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 |S| \quad (2.29)$$

Δ est une échelle caractéristique des plus grands mouvements sous-maille et est souvent choisie en fonction de la largeur du filtre, $|S|$ correspond au second invariant du tenseur de déformation et C_s est la constante de Smagorinski. Cette constante peut être évaluée en TI à $C_s \simeq 0.2$, en faisant l'hypothèse d'un spectre de Kolmogorov de type $E(k) = C_k \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$ à la coupure (avec C_k constante de Kolmogorov estimée à 1.4). En raison du grand nombre de modèles proposés dans la littérature, ne seront présentés dans la suite uniquement

les modèles du code numérique utilisé lors de ce travail de thèse. Ainsi, les différents modèles basés sur la fonction de structure vont être présentés ; le point de départ de cette modélisation se trouve dans l'espace spectral en régime incompressible, avec notamment la notion de viscosité turbulente spectrale.

- Viscosité turbulente spectrale :

dans le contexte de la turbulence isotrope, les équations de Navier-Stokes pour le champ de vitesse, dans le cas d'un fluide incompressible, s'écrivent dans l'espace spectral de la façon suivante :

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \nu k^2 \right] \widehat{u}_i(\vec{k}, t) = -ik_m (\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}) \int_{\vec{k}=\vec{p}+\vec{q}} \widehat{u}_j(\vec{p}, t) \widehat{u}_m(\vec{q}, t) d\vec{p} \quad (2.30)$$

Comme dans l'espace physique, on filtre cette équation en introduisant une coupure spectrale à $|\vec{k}| = k_c = \frac{\pi}{\Delta}$.

Kraichnan (1976) introduit la notion de viscosité turbulente spectrale ν_{ts} , qui dépend de k et qui est définie à partir de la relation suivante :

$$\nu_{ts}(\vec{k}, k_c, t) k^2 \widehat{u}_i(\vec{k}, t) = ik_m \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \int_{\vec{k}=\vec{p}+\vec{q}}^{|\vec{p}| \leq |\vec{q}| \leq k_c} \widehat{u}_j(\vec{p}, t) \widehat{u}_m(\vec{q}, t) d\vec{p} \quad (2.31)$$

ce qui donne finalement comme équation :

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\nu + \nu_{ts}) k^2 \right] \widehat{u}_i(\vec{k}, t) = -ik_m \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \int_{\vec{k}=\vec{p}+\vec{q}}^{|\vec{p}| \leq |\vec{q}| \leq k_c} \widehat{u}_j(\vec{p}, t) \widehat{u}_m(\vec{q}, t) d\vec{p} \quad (2.32)$$

Cette équation est exacte mais il faut introduire une hypothèse de fermeture afin d'évaluer ν_{ts} . Les théories de fermeture en deux points permettent d'obtenir des informations quantitatives sur la normalisation de ν_{ts} . Contrairement à Kraichnan (1976), qui a normalisé la viscosité turbulente par $\epsilon^{2/3} k^{-4/3}$, Chollet & Lesieur (1981) la normalisent par $[E(k_c)/k_c]^{1/2}$ mais toujours en supposant un spectre de Kolmogorov $E(k) = C_k \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$ s'étendant à l'infini.

$$\nu_{ts} \left(\frac{k}{k_c}, t \right) = \nu_{ts}^+ \left(\frac{k}{k_c} \right) \sqrt{\frac{E(k_c, t)}{k_c}} \quad (2.33)$$

La théorie EDQNM (Eddy-Damped Quasi-Normal Markovian) permet de calculer $\nu_{ts}^+(k/k_c)$. Chollet (1985) en a déduit la relation :

$$\nu_{ts}^+ \left(\frac{k}{k_c} \right) = 0.267 + 9.21 e^{-3.03(k_c/k)} \quad (2.34)$$

ν_{ts}^+ présente un plateau pour $\frac{k}{k_c} \leq 0.3$ puis s'élève au voisinage de k_c (pic ou *cusp* en anglais). On peut souligner que ce modèle 'plateau-pic' présente l'avantage de se débrancher automatiquement. En effet, si $E(k_c, t) = 0$, la viscosité turbulente spectrale est nulle.

Cependant, l'usage d'une viscosité spectrale n'est possible que pour des écoulements permettant l'usage de méthodes numériques spectrales. Le modèle de la fonction de structure transpose dans l'espace physique le concept de viscosité turbulente spectrale.

- Modèle de la fonction de structure :

Metais & Lesieur (1992) proposent d'évaluer la viscosité sous-maille ν_{sm} sur la base d'une fonction de structure d'ordre 2 qui représente l'énergie de l'écoulement stockée localement à l'échelle Δ . Le modèle doit avoir la même dissipation que le modèle plateau-pic précédant dans une cascade de Kolmogorov infinie.

- 1^{ère} étape, modèle standard sans pic : En faisant le bilan entre la dissipation et le flux d'énergie cinétique turbulente sous-maille (Leslie & Quarini (1979)), on obtient :

$$\nu_{sm}(k_c) = \frac{2}{3} C_k^{-\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{E(k_c)}{k_c}} \quad (2.35)$$

Le modèle obtenu pourrait être utilisé tel quel dans l'espace physique; cependant, $[E(k_c)/k_c]^{\frac{1}{2}}$ moyenne les fluctuations de vitesse dans tout le domaine, alors que, dans l'espace physique, il est uniquement essentiel de dissiper dans les zones à forte intensité turbulente telles que les structures cohérentes. Metais & Lesieur (1992) prennent une viscosité sous-maille dans l'espace physique de la forme :

$$\nu_{sm}(x, \Delta) = \frac{2}{3} C_k^{-\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{E_x(k_c)}{k_c}} \quad (2.36)$$

où $E_x(k_c)$ représente un spectre local d'énergie cinétique, qu'il reste à évaluer.

- 2^{ème} étape :

On évalue alors $E_x(k_c)$ à l'aide de la fonction de structure d'ordre 2 des vitesses résolues à l'échelle Δ :

$$F_{2\Delta}(\vec{x}, t) = \langle \|\vec{u}(\vec{x} + \vec{r}, t) - \vec{u}(\vec{x}, t)\|^2 \rangle_{|\vec{r}|=\Delta} \quad (2.37)$$

Batchelor (1953) a relié cette fonction de structure à l'énergie cinétique disponible à la coupure dans le cas de la TI :

$$F_{2\Delta}(\vec{x}, t) = 4 \int_0^{k_c} E(k, t) \left[1 - \frac{\sin k \Delta}{k \Delta} \right] dk \quad (2.38)$$

Ainsi, pour un nombre d'onde de coupure $k_c = \pi/\Delta$ situé dans la zone inertielle du spectre d'énergie de type Kolmogorov, l'énergie cinétique s'écrit :

$$E\left(\frac{\pi}{\Delta}\right) = \frac{1}{4.82} \pi^{-\frac{5}{3}} \Delta F_{2\Delta}(\vec{x}, t) \quad (2.39)$$

En remplaçant cette énergie dans la relation 2.36, et en considérant la fonction de structure associée au champ de vitesse filtré, on obtient finalement :

$$\nu_{sm}^{SF}(\vec{x}, t) = 0.105 C_k^{-\frac{2}{3}} \Delta \sqrt{F_{2\Delta}(\vec{x}, t)} \quad (2.40)$$

- Modèle de la fonction de structure filtrée :

Le modèle de la fonction de structure a donné de bons résultats, mais il reste néanmoins trop de fluctuations des petits nombres d'onde pour pouvoir simuler certains phénomènes comme par exemple la transition à la turbulence. Pour résoudre le problème de sur-dissipation, Ducros (1995) propose de supprimer ces fluctuations à l'aide d'un filtre

passé-haut. En effet, les oscillations hautes fréquences affectent $E(k, t)$ dans le modèle de la fonction de structure. Pratiquement, le filtre correspond à l'opérateur Laplacien, discrétisé à l'aide d'une différence centrée du second ordre et itéré trois fois. Ducros (1995) a montré que le spectre du champ filtré passé-haut $\widehat{E}(k, t)$ s'écrit en fonction du spectre non-filtré :

$$\frac{\widehat{E}(k, t)}{E(k, t)} \simeq 40^3 \left(\frac{k}{k_c}\right)^9 \quad (2.41)$$

La fonction de structure filtrée satisfait une relation analogue à 2.38 :

$$\widehat{F}_{2\Delta}(\vec{x}, t) = 4 \int_0^{k_c} \widehat{E}(k, t) \left[1 - \frac{\sin k \Delta}{k \Delta} \right] dk \quad (2.42)$$

On remplace $E(k, t)$ par un spectre de Kolmogorov et on substitue 2.41 dans 2.42. On peut alors déterminer $\widehat{F}_{2\Delta}$ à partir d'un spectre à la coupure qui n'est plus sensible aux fluctuations des petits nombres d'onde. Finalement, la viscosité sous-maille pour le modèle de la fonction de structure filtrée s'écrit :

$$\nu_{sm}^{SFF}(\vec{x}, t) = 0.0014 C_k^{-\frac{2}{3}} \Delta \sqrt{\widehat{F}_{2\Delta}(\vec{x}, t)} \quad (2.43)$$

- Modèle de la fonction de structure sélective (David 1993) :

L'idée est de pouvoir débrancher ν_{sm} lorsque l'écoulement n'est pas suffisamment tridimensionnel à petite échelle. Le critère de tridimensionnalité repose sur l'estimation d'une fonction angulaire du vecteur vorticité. On mesure l'angle formé entre le vecteur vorticité en un point et la vorticité moyennée sur les points voisins. Si cet angle excède 20° , valeur la plus probable en TI pour des résolutions entre 34^3 et 64^3 , on applique le modèle sous-maille. En effet, dans ce cas, les plus petites échelles résolues sont représentatives de la turbulence homogène et isotrope, ce qui signifie que la coupure a bien lieu dans la zone inertielle du spectre d'énergie cinétique turbulente et que les échelles sous-maille existent. En revanche, si l'angle est inférieur à 20° , on considère qu'il n'y a pas d'échelle sous-maille et seule la dissipation visqueuse est active. Le modèle de ν_{sm}^{SF} est donc multiplié par une fonction de sélection basée sur les fluctuations angulaires de la vorticité.

Pour compléter la revue des modèles de fonction de structure, il faut également mentionner le modèle de la fonction de structure dynamique, bien que non disponible dans le code.

Les constantes qui interviennent dans les modèles à viscosité tourbillonnaire que l'on vient de présenter, sont estimées à partir de l'hypothèse de l'existence, dans la zone inertielle, d'un spectre de Kolmogorov du type $E(k) = C_k \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$. Cependant, pour des écoulements à nombre de Reynolds modérés, des écoulements transitionnels ou encore dans les régions de proches parois, cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée. Germano *et al.* (1991) ont développé la procédure dynamique afin de déterminer la constante adéquate. Cette procédure consiste à introduire un second filtre, appelé filtre test, de largeur caractéristique supérieure au premier filtre afin de tirer profit de la connaissance des mouvements à grande échelle. On retrouve donc l'hypothèse de similarité d'échelles introduite par Bardina *et al.* (1980) en faisant l'analogie entre le même modèle utilisé à deux échelles différentes. La constante du modèle est calculée de manière à réduire

localement en espace et en temps une estimation de l'erreur commise avec le modèle considéré, au sens des moindres carrés.

Dubief (2000) en collaboration avec U. Piomelli a développé l'application d'une procédure dynamique Germano-Lilly (Germano *et al.* (1991), Lilly (1992)) à la fonction de structure. Sans rentrer dans les détails, il s'agit d'un modèle Lagrangien dynamique, qui consiste à transporter la constante au court du temps. La procédure est identique à celle utilisée pour le modèle dynamique de Smagorinski, le noyau "Smagorinski" étant remplacé par la fonction de structure.

Flux Q

Parmi les trois termes sous-maille obtenus dans l'équation de l'énergie totale filtrée, on a uniquement retenu le premier terme correspondant au flux d'enthalpie sous-maille. L'hypothèse de viscosité turbulente a été utilisée (Erlebacher *et al.* (1992)) pour relier le flux d'enthalpie sous-maille au gradient de la température :

$$Q_i \simeq \lambda_{sm} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} = \frac{\bar{\rho} C_p \nu_{sm}}{P_{r,sm}} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad (2.44)$$

Le nombre de Prandtl sous-maille $P_{r,sm}$ est fixé à 0.6. Chollet (1985) a obtenu cette valeur à partir de la théorie EDQNM pour un scalaire passif (la température). Le choix des constantes de corrélation triple vitesse-scalaire, qui interviennent dans l'équation d'évolution du spectre de scalaire passif, permet de définir la diffusivité sous-maille. Pour le choix qui a été retenu, la diffusivité sous-maille est quasi proportionnelle à la viscosité sous-maille, avec un nombre de Prandtl sous-maille proche d'une constante de l'ordre de 0.6.

2.2.5 Fermeture du système

Finalement, dans le cadre de cette étude, nous avons fermé le système d'équations de Navier-Stokes en introduisant des modèles de viscosité et de diffusivité sous-maille de la forme suivante :

$$T_{ij}^d \simeq \bar{\rho} \nu_{sm}^{FFF} \widetilde{S}_{ij} \quad (2.45)$$

$$Q_i \simeq \bar{\rho} C_p \frac{\nu_{sm}^{FFF}}{P_{r,sm}} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad (2.46)$$

La viscosité sous-maille est calculée à partir du modèle de la fonction de structure filtrée. On utilise les variables ϖ et ϑ (macro-pression et macro-température), qui sont des grandeurs relatives. Dans la suite du mémoire, on notera toutefois ces variables p et T par commodité.

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \widetilde{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \widetilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} \widetilde{u}_i \widetilde{u}_j + \varpi \delta_{ij} - (\mu + \bar{\rho} \nu_{sm}) \widetilde{S}_{ij} \right) = 0 \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \widetilde{e}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\bar{\rho} \widetilde{e} + \varpi) \widetilde{u}_j - \bar{\mu} \widetilde{u}_i \widetilde{S}_{ij} - (\widetilde{\lambda} + \lambda_{sm}) \frac{\partial \vartheta}{\partial x_j} \right) = 0 \quad (2.49)$$

où l'énergie totale et la macro-pression thermodynamique sont définies par :

$$\bar{\rho} \widetilde{e} = \bar{\rho} C_v \vartheta + \frac{1}{2} \bar{\rho} \widetilde{u}_i^2 \quad (2.50)$$

$$\varpi = R \bar{\rho} \vartheta \quad (2.51)$$

$$\widetilde{S}_{ij} = \left(\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \widetilde{u}_k}{\partial x_k} \right) \quad (2.52)$$

Finalement, on a un système analogue aux équations de Navier-Stokes compressibles, avec les modifications suivantes : $u_i \Rightarrow \widetilde{u}_i$, $\rho \Rightarrow \bar{\rho}$, $T \Rightarrow \vartheta$, $p \Rightarrow \varpi$, $e \Rightarrow \widetilde{e}$, $\mu \Rightarrow \bar{\mu} + \bar{\rho} \nu_{sm}$ (sauf dans l'équation de l'énergie) et $\lambda \Rightarrow \widetilde{\lambda} + \bar{\rho} C_p \nu_{sm} / P_{r,sm}$.

2.3 Méthode Numérique

2.3.1 Configuration et simulation temporelle

Configuration et grandeurs de référence

La figure 2.2 représente le domaine d'étude pour lequel on résout les équations présentées précédemment.

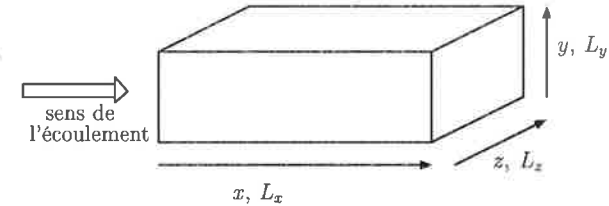


FIG. 2.2: Canal plan

Les équations de Navier-Stokes sont adimensionnées au moyen de grandeurs de références :

- h la demi-hauteur du canal,
- $(\rho U)_b$ le débit volumique,
- ρ_b la masse volumique,
- T_w la température de paroi,
- P_0 la pression basée sur les grandeurs thermodynamique : $P_0 = \rho_b R T_w$ (non locale).

Cet adimensionnement fait intervenir :

- le nombre de Reynolds : $Re = \frac{(\rho U)_b h}{\mu_w}$
- le nombre de Mach : $M = \frac{(\rho U)_b / \rho_b}{\sqrt{\gamma RT_w}}$

Pour plus de simplicité, dans la suite du mémoire, toute grandeur notée f correspondra à la grandeur adimensionnée et filtrée \tilde{f}^* , obtenue après résolution des équations par le code.

Le système d'équations de Navier-Stokes compressibles, sous forme conservative et adimensionnée, s'écrit alors pour le vecteur des variables résolues $U = (\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3, \rho e)^t$:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \text{div} \mathcal{F} = 0 \quad (2.53)$$

avec

$$\mathcal{F}_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + \frac{1}{\gamma M^2} p \delta_{i1} + \left(\frac{\mu}{Re} + \rho \nu_{sm} \right) S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + \frac{1}{\gamma M^2} p \delta_{i2} - \left(\frac{\mu}{Re} + \rho \nu_{sm} \right) S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + \frac{1}{\gamma M^2} p \delta_{i3} - \left(\frac{\mu}{Re} + \rho \nu_{sm} \right) S_{i3} \\ (\rho e + p) u_i - \gamma M^2 \frac{\mu}{Re} u_j S_{ij} - \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{\mu}{Re P_r} + \frac{\rho \nu_{sm}}{P_{r,sm}} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

où l'énergie totale et la pression sont données par :

$$\rho e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\gamma M^2}{2} \rho u_i^2 \quad (2.55)$$

$$p = \rho T \quad (2.56)$$

Simulations temporelles : forçage

Actuellement, il reste fort coûteux de reproduire numériquement la situation expérimentale naturelle pour laquelle l'écoulement évolue spatialement. Cela nécessite un domaine de calcul considérable. De plus, si l'on souhaite étudier l'écoulement d'un point de vue statistique, il faudra réaliser une simulation très longue pour obtenir un échantillonnage satisfaisant. Un autre problème lié à la simulation spatiale d'écoulements réside dans la difficulté à bien traiter les conditions d'entrée/sortie du canal, en particulier pour les écoulements compressibles. Aussi, notre étude se place-t-elle dans le cadre de l'approximation temporelle, qui consiste à introduire une périodicité dans la direction principale de l'écoulement.

Dans un écoulement de canal, le gradient de pression permet de compenser les pertes par frottement, il peut donc être vu comme le terme moteur de l'écoulement. Or, dans le cadre d'une approche temporelle, l'homogénéité spatiale est appliquée à toutes les variables, il faut donc introduire un terme de forçage supplémentaire f , qui va permettre d'entretenir l'écoulement. Ce terme de forçage f peut être exprimé de différentes façons, mais sa signification est toujours la même : f correspond à un gradient de pression favorable destiné

à compenser les pertes par frottement dues à la viscosité.

Cela revient donc à décomposer la pression P en une composante linéaire Pl et une composante périodique p ($P = Pl + p$), de sorte que la différentiation suivant la direction longitudinale donne : $\frac{\partial P}{\partial x} = f_x + \frac{\partial p}{\partial x}$ avec $f_x = \frac{\partial Pl}{\partial x}$.

Il y a deux principales façons d'exprimer f_x :

- on peut considérer un gradient de pression constant au cours du temps, ce qui revient à poser $f_x = cste$;
- on peut tenir compte de l'évolution du cisaillement à la paroi afin de recalculer f_x à chaque pas de temps pour maintenir un débit constant au cours du temps.

Maintenir le débit constant permet d'atteindre plus rapidement un état de turbulence développée en accélérant la fin de la transition. Cela permet aussi de fixer précisément le nombre de Reynolds ce qui correspond à la situation réelle d'un écoulement spatial, pour laquelle le débit est identique en chaque plan perpendiculaire à l'écoulement.

Par contre, maintenir un gradient de pression constant correspond moins bien à la réalité des écoulements de conduite pour lesquels la perte de charge augmente brutalement dans la région où s'effectue la transition à la turbulence. Cette soudaine augmentation du gradient de pression est conservée lorsque l'on maintient le débit constant.

Nous avons opté pour le maintien d'un débit constant : $(\rho u)_b = cste$.

Dans le cas incompressible, le terme f_x est souvent exprimé par une force extérieure, considérée comme un terme source dans l'équation de conservation de quantité de mouvement. Cette approche a été transposée au cas compressible par Coleman *et al.* (1995) et se traduit par l'ajout du travail de cette force extérieure dans l'équation d'énergie. Ainsi, le système des équations de Navier-Stokes adimensionnées s'écrit :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \text{div} \mathcal{F} = \vec{f} \quad \text{avec} \quad \vec{f} = \begin{pmatrix} 0 \\ f_{ext} \\ 0 \\ 0 \\ w_{ext} \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

où

$$\begin{cases} f_{ext} \simeq -\frac{1}{\gamma M^2} \frac{dP}{dx} \\ w_{ext} \simeq \gamma M^2 u f_{ext} = -u \frac{dP}{dx} \end{cases} \quad (2.58)$$

Or, en régime compressible, la masse volumique varie dans le canal. Aussi, afin de préserver l'homogénéité longitudinale de l'écoulement, on considère une force volumique uniforme spatialement. f_{ext} et w_{ext} sont remplacés par ρf_{body} et $w_{body} = \rho u f_{body}$.

On peut toutefois remarquer, en regardant plus particulièrement les propriétés thermodynamiques d'un canal compressible qui évolue spatialement, que le concept de gradient de pression équivalent uniquement à une force extérieure ne suffit pas. La loi des gaz parfaits nous rappelle que, lorsque la pression diminue dans le canal, la variable ρT , et de ce fait l'énergie interne, doivent aussi décroître. A des nombres de Reynolds suffisamment grands, ($Re > 100$) Poinot & Lele (1992), cela entraîne un refroidissement moindre par rapport à la hausse de température aux parois en raison des conditions

limites. Cela ne modifie pas qualitativement la physique de l'écoulement mais l'altère quantitativement, puisque le système d'équation devrait prendre en compte une force interne qui représenterait les variations d'énergie interne dans l'écoulement (Merad (2003), Petrovan (2004)). On considère alors f_{int} et w_{int} , respectivement :

$$f_{int} = \frac{-1}{\gamma M^2} \frac{dP}{dx} \quad (2.59)$$

$$w_{int} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} u \frac{dP}{dx} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} u f_{int} \quad (2.60)$$

L'énergie w_{int} apportée au système est $\gamma/(\gamma - 1) = 3.5$ fois plus grande que le travail de f_{int} .

Nous avons toutefois conservé l'hypothèse d'une force extérieure, dans le but de comparer nos simulations avec les résultats des simulations de référence de canaux compressibles de Coleman *et al.* (1995) et Lechner *et al.* (2001). Ainsi, on rajoute une force volumique dans l'équation de quantité de mouvement et on tient compte du travail de cette force dans l'équation de conservation de l'énergie totale. Pour le calcul de la force volumique, on considère l'équation longitudinale de conservation de la quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho u^2 + \frac{1}{\gamma M^2} p - \frac{1}{R_e} (\mu + \rho \nu_{sm}) \left[\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right] \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho u v - \frac{1}{R_e} (\mu + \rho \nu_{sm}) \left[\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right] \right) \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho u w - \frac{1}{R_e} (\mu + \rho \nu_{sm}) \left[\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right] \right) = \rho f_{body} \end{aligned} \quad (2.61)$$

Après avoir introduit l'opérateur de moyenne spatiale par plan d'homogénéité (x, z) :

$$\langle \cdot \rangle = \frac{1}{L_x} \frac{1}{L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_z} \cdot dx dz$$

toute grandeur f , scalaire ou vectorielle, peut s'écrire sous la forme $f = \langle f \rangle + f'$ où f'

correspond à la partie fluctuante d'un champ moyenné par l'opérateur $\langle \cdot \rangle$ et non plus à celle liée à l'opérateur de filtrage. Par définition de l'opérateur $\langle \cdot \rangle$ introduit précédemment, $\frac{\partial \langle \cdot \rangle}{\partial x} = \frac{\partial \langle \cdot \rangle}{\partial z} = 0$.

L'équation (2.61) moyennée s'écrit alors :

$$\frac{\partial \langle \rho u \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \rho u v \rangle}{\partial y} = \frac{1}{R_e} \frac{\partial}{\partial y} \left(\langle (\mu + \rho \nu_{sm}) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \rangle \right) + \langle \rho \rangle f_{body} \quad (2.62)$$

Or, on a aussi :

$$\begin{aligned} \langle (\mu + \rho \nu_{sm}) \frac{\partial u}{\partial y} \rangle &= \langle (\mu + \rho \nu_{sm}) \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \rangle + \langle (\mu + \rho \nu_{sm})' \frac{\partial u'}{\partial x} \rangle \\ \langle (\mu + \rho \nu_{sm}) \frac{\partial v}{\partial x} \rangle &= \langle (\mu + \rho \nu_{sm})' \frac{\partial v'}{\partial x} \rangle \end{aligned}$$

En injectant ces deux relations dans l'équation 2.62, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \rho u \rangle}{\partial t} &= - \frac{\partial \langle \rho u v \rangle}{\partial y} + \frac{1}{R_e} \frac{\partial}{\partial y} \left[\langle (\mu) \rangle + \langle \rho \nu_{sm} \rangle \right] \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \\ &+ \langle (\mu' + (\rho \nu_{sm})') \frac{\partial u'}{\partial y} \rangle + \langle (\mu' + (\rho \nu_{sm})') \frac{\partial v'}{\partial x} \rangle + \langle \rho \rangle f_{body} \end{aligned} \quad (2.63)$$

On intègre ensuite selon la direction normale à la paroi :

$$\frac{1}{L_y} \int_0^{L_y} \cdot dy$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial t} = \frac{1}{L_y R_e} \left[\langle \mu \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right]_0^{L_y} + \frac{1}{L_y R_e} \left[\langle \mu' \frac{\partial u'}{\partial y} \rangle + \langle \mu' \frac{\partial v'}{\partial x} \rangle \right]_0^{L_y} + f_{body} \rho_b \quad (2.64)$$

avec Q_b et ρ_b respectivement le débit volumique et la masse volumique :

$$Q_b = \frac{1}{L_x L_y L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \rho u dx dy dz \quad (2.65)$$

$$\rho_b = \frac{1}{L_x L_y L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^{L_z} \rho dx dy dz \quad (2.66)$$

On a finalement, après simplification, la relation entre le débit volumique, le cisaillement à la paroi et la force :

$$f_{body} = \frac{1}{\rho_b} \left(\frac{\partial Q_b}{\partial t} + \frac{1}{R_e} \langle \mu \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \Big|_w \right) \quad (2.67)$$

Cette relation est codée afin de calculer la force à chaque pas de temps pour maintenir le débit constant ($\partial Q_b / \partial t = 0$). De plus, pour l'énergie, on tient compte de la relation obtenue de façon similaire à partir de l'équation d'énergie moyennée, qui relie la force au gradient pariétal de température :

$$f_{body} = \frac{1}{\gamma M^2 u_b \rho_b} \left(\frac{\gamma}{h R_e P_r (\gamma - 1)} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial y} \Big|_w \right) \quad (2.68)$$

Ainsi, à chaque pas de temps, nous rajoutons aux membres de droite des équations (2.48 avec $i = 1$) et (2.49) respectivement :

$$f_{body} \rho \text{ et } \gamma M^2 \rho u \left[f_{body} + \left(\frac{1}{R_e} \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \Big|_w - \frac{\gamma}{R_e P_r (\gamma - 1)} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial y} \Big|_w \right) \right]$$

2.3.2 Schéma numérique

La résolution des équations de Navier-Stokes conservatives filtrées se fait par un schéma de Mac Cormack (1969) explicite globalement centré, qui a été modifié par Gottlieb & Turkel (1976) pour obtenir une précision d'ordre 4 en espace et 2 en temps.

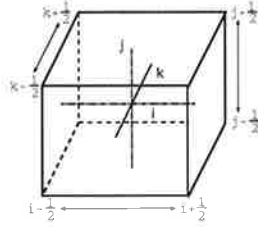


FIG. 2.3: Volume de contrôle, maillage collocalisé

Discretisations spatiale et temporelle

Pour avoir un schéma conservatif, l'équation (2.53) doit être discrétisée sous la forme suivante :

$$\frac{U_{i,j,k}^{n+1} - U_{i,j,k}^n}{\Delta t} = \frac{E_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta x} + \frac{F_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - F_{i,j-\frac{1}{2},k}^n}{\Delta y} + \frac{G_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - G_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} \quad (2.69)$$

Δt , Δx , Δy et Δz étant les pas de discrétisation temporelle et spatiale. De plus, pour être consistant, les flux $E_{i\pm\frac{1}{2},j,k}$ sont calculés à partir d'une fonction :

$\mathcal{E}(U_{i-q+1,j,k}^n, \dots, U_{i,j,k}^n, \dots, U_{i+q,j,k}^n)$ avec q entier ($q = 2$ pour avoir une précision d'ordre 4). Cette fonction vérifie $\mathcal{E}(U_{i,j,k}^n, \dots, U_{i,j,k}^n) = E(U_{i,j,k}^n)$. De même les flux $F_{i,j\pm\frac{1}{2},k}$ et $G_{i,j,k\pm\frac{1}{2}}$ sont calculés à partir de fonctions \mathcal{F} et \mathcal{G} des variables conservatives. Ces fonctions \mathcal{E} , \mathcal{F} et \mathcal{G} correspondent à une combinaison linéaire des flux au voisinage du point (i, j, k) .

$E_{i\pm\frac{1}{2},j,k}$, $F_{i,j\pm\frac{1}{2},k}$ et $G_{i,j,k\pm\frac{1}{2}}$ peuvent être interprétés comme les flux de la quantité $U_{i,j,k}^n$ à travers les surfaces du volume de contrôle défini autour du point (i, j, k) (cf figure 2.3), donnant ainsi une connotation 'volumes-finis' à la formulation conservative utilisée. Ceci se retrouve dans l'équation 2.69, pour laquelle la variation temporelle de U dans une maille est égale au flux total de U à travers les faces de cette maille. On utilise alors un développement en série de Taylor pour exprimer les fonctions de reconstruction des flux aux interfaces \mathcal{E} , \mathcal{F} et \mathcal{G} sous la forme de combinaison linéaire de r flux, où r est l'ordre du schéma.

$$E_{i+\frac{1}{2},j,k}^n = \sum_{l=0}^{r-1} \alpha_{q,l}^r E_{i_r+1+l,j,k} \quad (2.70)$$

Les coefficients de reconstruction $\alpha_{q,l}^r$ sont donnés par Comte & Lesieur (1998) jusqu'à l'ordre 7. On considère les schémas centrés d'ordre 2 et 4 pour lesquels on peut écrire respectivement :

$$E_{i+\frac{1}{2},j,k}^n = \frac{1}{2} E_{i+1,j,k}^n + \frac{1}{2} E_{i,j,k}^n \quad (2.71)$$

$$E_{i-\frac{1}{2},j,k}^n = \frac{1}{2} E_{i-1,j,k}^n + \frac{1}{2} E_{i,j,k}^n \quad (2.72)$$

$$E_{i+\frac{1}{2},j,k}^n = -\frac{1}{12} E_{i-1,j,k}^n + \frac{7}{12} E_{i,j,k}^n + \frac{7}{12} E_{i+1,j,k}^n - \frac{1}{12} E_{i+2,j,k}^n \quad (2.73)$$

$$E_{i-\frac{1}{2},j,k}^n = -\frac{1}{12} E_{i-2,j,k}^n + \frac{7}{12} E_{i-1,j,k}^n + \frac{7}{12} E_{i,j,k}^n - \frac{1}{12} E_{i+1,j,k}^n \quad (2.74)$$

La discrétisation temporelle s'effectue alors en deux étapes. Une étape prédictive avec une interpolation aval de ces schémas, suivie d'une étape correctrice avec une interpolation amont. L'alternance, à chaque pas de temps, du sens de ces interpolations aux étapes prédictive et correctrice garantit l'ordre du schéma globalement centré et une diffusivité faible. Gottlieb & Turkel (1976) ont proposé la séquence suivante :

- étape prédictive :

$$U_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = U_{i,j,k}^n + \Delta t \left[\frac{-7E_{i,j,k}^n + 8E_{i+1,j,k}^n - E_{i+2,j,k}^n}{6\Delta x} \right] + \Delta t \left[\frac{-7F_{i,j,k}^n + 8F_{i,j+1,k}^n - F_{i,j+2,k}^n}{6\Delta y} \right] + \Delta t \left[\frac{-7G_{i,j,k}^n + 8G_{i,j,k+1}^n - G_{i,j,k+2}^n}{6\Delta z} \right] \quad (2.75)$$

- étape correctrice :

$$U_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{2} \left[U_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + U_{i,j,k}^n \right] + \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{7E_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - 8E_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{2}} + E_{i-2,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{6\Delta x} \right] + \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{7F_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - 8F_{i,j-1,k}^{n+\frac{1}{2}} + F_{i,j-2,k}^{n+\frac{1}{2}}}{6\Delta y} \right] + \frac{\Delta t}{2} \left[\frac{7G_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - 8G_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{2}} + G_{i,j,k-2}^{n+\frac{1}{2}}}{6\Delta z} \right] \quad (2.76)$$

Toutes les dérivées intervenant dans les termes visqueux sont discrétisées au sens de l'interpolation. Les dérivées du tenseur des contraintes sont centrées d'ordre 2, sauf dans la direction d'interpolation, où elles sont déterminées au moyen d'un schéma premier ordre décentré dans le sens opposé à celui de l'interpolation. La précision en temps du schéma est d'ordre 2. Les termes diffusifs sont discrétisés à l'ordre 2 et les termes convectifs à l'ordre 4.

Critère de stabilité - calcul du pas de temps

Le pas de temps est réglé en fonction de deux critères :

- un critère advectif classique avec une condition de courant $\Rightarrow \Delta t_1$
- un critère diffusif $\Rightarrow \Delta t_2$

Le pas de temps de la simulation est imposé par le plus contraignant des deux critères :

$$\Delta t = \min(\Delta t_1, \Delta t_2)$$

$$\Delta t_1 = \frac{CFL}{\max \left(\frac{|u|+c}{\Delta x}, \frac{|v|+c}{\Delta y}, \frac{|w|+c}{\Delta z} \right)} \quad \Delta t_2 = \frac{C_{visc}}{\max \frac{1}{Re} \left(\frac{1}{\Delta x^2}, \frac{1}{\Delta y^2}, \frac{1}{\Delta z^2} \right)}$$

CFL et C_{visc} sont fixés respectivement à 0.4 et 0.2.

Le critère visqueux est significatif, surtout pour des écoulements en présence de parois. En effet, le maillage étant plus fin dans les régions pariétales, $1/\Delta y^2$ devient important et Δt_2 diminue. De même, si le nombre de Mach diminue, la vitesse du son c augmente entraînant une baisse de Δt_1 . (Le code est donc plus performant en régime compressible qu'à faible nombre de Mach)

2.3.3 Conditions aux limites

La discrétisation utilisée fait intervenir un maillage colocalisé s'appuyant sur le centre des volumes de contrôle. Les faces du domaine sont donc localisées sur les faces des volumes de contrôle extrêmes. Les différents types de conditions aux limites doivent être envisagées en terme de flux. Afin de conserver le schéma numérique prédicteur-correcteur, deux points de calcul extérieurs au domaine seront utilisés pour calculer les flux nécessaires.

Condition de périodicité

Le code utilisé est capable de gérer un domaine subdivisé en sous-domaines ; il traite alors les frontières entre les sous-domaines comme une condition aux limites. La connexion s'opère en transmettant, d'un domaine à un autre, les flux et les variables requis par le schéma numérique 2.75-2.76. L'approche temporelle retenue impose une condition de périodicité dans la direction longitudinale, condition qui est également appliquée dans la direction transverse de l'écoulement. L'hypothèse de périodicité est un cas particulier de la connexion d'un domaine sur lui-même. Suivant les deux directions homogènes x et z , on impose donc au vecteur des variables résolues les conditions suivantes :

$$U(x + L_x, y, z, t) = U(x, y, z, t) \quad (2.77)$$

$$U(x, y, z + L_z, t) = U(x, y, z, t) \quad (2.78)$$

Condition d'adhérence

Sur les parois inférieure et supérieure du canal, on fixe une condition d'adhérence. Pour un cycle prédicteur-correcteur, on a besoin, dans l'avancement temporel, d'introduire deux points de calcul extérieur au domaine, $j = 0$ et $j = -1$. En effet, sur le schéma 2.4, on a mis en évidence les points critiques où les flux doivent être calculés pour l'avancement temporel de U au point $j = 1$.

Concernant la passe aval de l'étape prédicteur, il faut donc calculer les flux aux points $j = 1, 2, 3$. Pour le flux convectif, cela ne nécessite pas de traitement particulier, toutes les variables étant déterminées en ces points. En revanche, le flux diffusif en $j = 1$ est calculé à l'aide des dérivées premier ordre décentrées amont (sens opposé à celui de la passe) de la vitesse et de la température. Il faut donc connaître les variables au point $j = 0$.

Pour la passe amont de l'étape prédicteur, l'emploi de deux flux fictifs en $j = 0$ et $j = -1$ est indispensable. Pour les déterminer, on calcule les flux convectifs et diffusifs en ces deux points. A partir des variables imposées à la paroi, on estime les flux diffusif et convectif

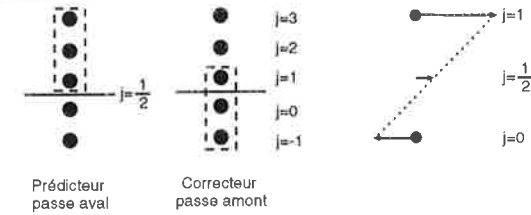


FIG. 2.4: Gauche : points critiques impliqués dans la divergence du flux total au point $j = 1$; droite : détermination de la vitesse et de la température au point $j = 0$.

pariétaux. Connaissant le flux à la paroi $F_{j=1/2}$, on en déduit :

$$F_{j=0} = 2F_{j=1/2} + F_{j=1}$$

$$F_{j=-1} = 2F_{j=1/2} + F_{j=2}$$

La condition d'adhérence, nécessite donc de connaître les valeurs de la vitesse et de la température à la paroi, ainsi que les gradients de température et de vitesse pariétaux (pour estimer les variables en $j = 0$).

Les gradients de température et de vitesse sont imposés selon le schéma de droite de la figure 2.4 à partir des valeurs pariétales suivantes :

- on annule la vitesse à la paroi,

$$\begin{aligned} u(x, 0, z) &= u(x, L_y, z) = 0 \\ v(x, 0, z) &= v(x, L_y, z) = 0 \\ w(x, 0, z) &= w(x, L_y, z) = 0 \end{aligned} \quad (2.79)$$

- et comme on considère des parois isothermes, et que la température est adimensionnée par la température de paroi :

$$T(x, 0, z) = T(x, L_y, z) = 1 \quad (2.80)$$

Concernant la pression, en projetant l'équation de conservation de la quantité de mouvement suivant y sur la paroi, on obtient une relation entre le gradient de pression et les termes visqueux. Bien que cela soit discutable, la contribution des termes visqueux est négligée, et on impose un gradient de pression nul à la paroi :

$$\partial_y p|_w = 0 \quad (2.81)$$

2.4 Outils de post-traitement

Pour analyser les résultats des simulations présentés dans les chapitres suivants, nous avons utilisé différents outils de post-traitement qui vont être décrits dans ce chapitre. Ces outils sont couramment utilisés et ne seront donc que brièvement décrits. Parmi les outils de traitement de la turbulence, on distingue les outils statistiques et les outils

de visualisation instantanée. L'observation, par la visualisation, des variables instantanées a l'avantage de fournir une information directe, *ie* non modifiée par un quelconque traitement. Les techniques de visualisations, expérimentales ou numériques, ont notamment permis d'identifier les structures cohérentes bien marquées présentes dans les écoulements turbulents. Cette approche de la turbulence reste néanmoins complexe et incomplète. L'analyse statistique permet de simplifier et de quantifier les résultats, tout en leur garantissant une parfaite répétitivité. Cependant, la méthode peut être à l'origine du filtrage de certains aspects dus au caractère imprédictible de la turbulence. Aussi, pour traiter les simulations, on couple les deux approches complémentaires, visualisation et analyse statistique.

2.4.1 Analyse statistique

Moyenne d'ensemble

En turbulence stationnaire, on utilise l'hypothèse d'ergodicité afin d'accélérer la convergence des statistiques. En effet, il y a équivalence statistique entre une expérience répétée un grand nombre de fois et un grand nombre d'expériences réalisées une seule fois. Autrement dit, une moyenne temporelle faite dans le canal sera équivalente à une moyenne spatiale faite sur une multitude de canaux. C'est pourquoi on a défini la moyenne d'ensemble comme une moyenne sur les directions homogènes et sur le temps.

On considère une variable f et $\langle f \rangle$ sa moyenne d'ensemble définie par :

$$\langle f \rangle(y) = \frac{1}{N_x N_z N_t} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{k=1}^{N_z} \sum_{q=1}^{N_t} f(x, y, z, q\delta t) \quad (2.82)$$

où N_x , N_z et N_t correspondent respectivement au nombre d'échantillons spatiaux dans les directions homogènes de l'écoulement et au nombre d'échantillons temporels. Ainsi, les variables du problème sont décomposées en une partie moyenne et une partie fluctuante :

$$f = \langle f \rangle + f' \quad (2.83)$$

Les propriétés vérifiées par cet opérateur, pour la configuration étudiée, sont les suivantes :

- stationnarité en moyenne (pour les écoulements non-pulsés) : $\frac{\partial \langle \cdot \rangle}{\partial t} = 0$
- homogénéité selon x : $\frac{\partial \langle \cdot \rangle}{\partial x} = 0$
- homogénéité selon z : $\frac{\partial \langle \cdot \rangle}{\partial z} = 0$
- écoulement unidirectionnel : $\langle v \rangle = \langle w \rangle = 0$

Moyenne de phase

La moyenne d'ensemble n'est cependant pas adaptée aux variables dont le comportement est périodique. En l'occurrence, lors de la pulsation du canal ou de l'oscillation

d'un scalaire, on utilise une moyenne conditionnée par la phase du signal de forçage. L'usage de telles moyennes a été introduit au début des années 70 par Hussain & Reynolds (1970). Il y a alors une décomposition triple des variables :

$$f(x, y, z, t) = \langle f \rangle(y) + \tilde{f}(y, t) + f''(x, y, z, t) \quad (2.84)$$

avec $\langle f \rangle$ la composante moyenne, \tilde{f} la composante périodique ou cyclique et f'' la fluctuation aléatoire. Cette décomposition correspond également à la séparation des parties cohérente et incohérente du signal. En effet, on verra dans le cas du canal pulsé, que, quelle que soit la pulsation imposée, on obtient un seul harmonique dans le spectre de la vitesse pour cette fréquence de forçage. La réponse du système au forçage peut donc s'extraire par moyenne de phase :

$$\langle f \rangle_{\Phi}(y, t') = \frac{1}{N N_x N_z} \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{k=1}^{N_z} f(x, y, z, t' + nT) \quad , \quad t' \in [0, 2\pi/\omega] \quad (2.85)$$

avec $T = 2\pi/\omega$, la période de forçage et N , le nombre de périodes dans l'échantillon. Ainsi on a une décomposition double qui sépare le signal en partie cohérente et incohérente :

$$f(x, y, z, t) = \langle f \rangle_{\Phi}(y, t') + f''(x, y, z, t) \quad (2.86)$$

On peut également définir l'amplitude complexe \hat{A}_f à partir de la composante périodique \tilde{f} :

$$\tilde{f}(y, t) = \hat{A}_f(y) e^{i\omega t} \quad (2.87)$$

Les propriétés suivantes sont relatives aux moyennes d'ensemble et de phase :

1. la moyenne d'ensemble de la composante cyclique est nulle :

$$\langle \tilde{f} \rangle = 0 \Rightarrow \langle \langle f \rangle_{\Phi} \rangle = \langle f \rangle \quad (2.88)$$

2. les moyennes d'ensemble et de phase de la fluctuation aléatoire sont nulles :

$$\langle f'' \rangle = \langle f'' \rangle_{\Phi} = 0 \quad (2.89)$$

3. la moyenne d'ensemble et la composante périodique de f sont décorrelées de la moyenne de phase de g :

$$\begin{cases} \langle \langle f \rangle_{\Phi} g \rangle_{\Phi} = \langle f \rangle \langle g \rangle_{\Phi} \\ \langle \tilde{f} g \rangle_{\Phi} = \tilde{f} \langle g \rangle_{\Phi} \end{cases} \quad (2.90)$$

4. la composante périodique de f et la fluctuation aléatoire de g sont décorrelées :

$$\langle \tilde{f} g'' \rangle = 0 \quad (2.91)$$

On admettra l'ergodicité des moyennes d'ensemble et de phase, bien qu'à notre connaissance, il n'existe pas à ce jour de preuve que la turbulence soit un processus ergodique.

Corrélations spatiales

Pour se faire une idée de la structure spatiale de l'écoulement à l'aide des statistiques, il faut considérer les corrélations spatiales en deux points. En effet, l'analyse de ces corrélations fournit une image moyennée de l'écoulement qui conserve une variabilité spatiale dans les directions homogènes. Ainsi, ces corrélations vont permettre d'estimer les échelles spatiales caractéristiques des phénomènes étudiés. Les corrélations spatiales que nous utilisons sont des auto-corrélations : il s'agit de la corrélation entre les valeurs d'une variable scalaire prises à deux points différents de l'espace :

$$R_{ff} = \frac{\langle f(\vec{x})f(\vec{x} + \vec{r}) \rangle}{\sqrt{\langle f(\vec{x})^2 \rangle} \sqrt{\langle f(\vec{x} + \vec{r})^2 \rangle}} \quad (2.92)$$

où $\langle \cdot \rangle$ correspond à une moyenne spatiale suivant les directions d'homogénéité x et z .

2.4.2 Visualisations instantanées

Les visualisations instantanées sont utilisées pour étudier la topologie des champs turbulents, et plus particulièrement les structures cohérentes présentes dans l'écoulement. Dans notre étude, on s'intéresse, entre autre, à la question de l'universalité de ces structures avec une hausse du nombre de Mach. La connaissance précise de la localisation et de la forme de ces structures nous paraît primordiale, car elles sont susceptibles d'interagir avec la propagation acoustique. Il n'existe pas de définition universelle de ces structures, néanmoins, deux définitions sont souvent utilisées :

- la définition de Hussain (1983) : "Une structure cohérente est une masse de fluide cohérente de grande échelle, dont la vorticité evolue en cor relation de phase sur l'ensemble de son étendue spatiale";
- la définition de Lesieur (1997) : les structures cohérentes sont des régions de l'écoulement qui ont une vorticité suffisamment forte pour induire un enroulement local du fluide, et qui conserve une forme caractéristique durant un temps suffisamment grand devant le temps local de retournement.

Parmi les structures cohérentes présentes en écoulement de paroi, on trouve des tourbillons et des filaments longitudinaux. Les filaments longitudinaux sont aisément identifiables par des isosurfaces de fluctuations de vitesse ; en revanche, l'identification des tourbillons est plus délicate. Les tous premiers critères, servant à l'identification des tourbillons, étaient basés sur la norme de la vorticité ou des fluctuations de vorticité. Cependant, afin de distinguer les zones de cisaillement des zones de rotation, une autre approche a été considérée. Elle s'appuie sur le caractère rotationnel local induit par le tourbillon. Autour du centre d'un tourbillon, on s'attend à une réduction de la pression afin de contrebalancer la force centrifuge. En effet, si l'on écrit l'équation d'Euler incompressible, dans le repère du tourbillon,

$$\omega \times u = -\frac{1}{\rho} \nabla P \quad (2.93)$$

on peut considérer en régime incompressible, qu'un tourbillon correspond à un minimum local de pression dynamique ($p + 1/2\rho u^2$). Les isosurfaces de pression permettent de capter principalement les fréquences spatiales les plus basses Jeong & Hussain (1995). Tout

en conservant l'idée de minimum local de pression, plusieurs critères basés sur le tenseur gradient de vitesse \mathcal{W} ont été développés.

$$\mathcal{W}_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.94)$$

Pour cela, on considère les valeurs propres de \mathcal{W} , calculées, pour un écoulement incompressible, à partir de :

$$\lambda^3 + Q\lambda + R = 0 \quad (2.95)$$

avec Q et R respectivement le second et le troisième invariant de \mathcal{W} définis par :

$$Q = -\frac{1}{2} \mathcal{W}_{ij} \mathcal{W}_{ij} = -\frac{1}{2} (S_{ij} S_{ij} - \Omega_{ij} \Omega_{ij}) \quad (2.96)$$

$$R = -\frac{1}{3} \mathcal{W}_{ij} \mathcal{W}_{jk} \mathcal{W}_{ki} = \frac{1}{3} (S_{ij} S_{jk} S_{ki} + 3\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki}) \quad (2.97)$$

où (Ω , S) correspondent respectivement aux parties antisymétrique et symétrique du tenseur gradient :

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.98)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.99)$$

La nature complexe ou réelle des valeurs propres est déterminée par le signe du déterminant :

$$\Delta = \left(\frac{1}{3} Q \right)^3 + \left(\frac{1}{2} R \right)^2 \quad (2.100)$$

Un premier critère consiste à localiser les régions de l'écoulement pour lesquelles les valeurs propres du tenseur gradient de vitesse sont complexes. Si une valeur propre est complexe en un point, les lignes de courant autour de ce point forment des spirales dans un plan défini par les parties réelle et imaginaire du vecteur propre associé à la valeur propre complexe. Ainsi, une valeur propre complexe peut être regardée comme un vortex. Le critère utilisé pour détecter les structures est alors $\Delta > 0$.

Le critère basé sur Q a été introduit par Hunt *et al.* (1988) pour des écoulements tridimensionnels. Il s'agit d'une extension au critère bidimensionnel introduit par Weiss (1981). Les isosurfaces positives de Q isolent les régions à fort taux de rotation de celles à fort taux de cisaillement et permet ainsi d'identifier les tourbillons. Q , qui correspond au second invariant du tenseur gradient, peut aussi s'écrire sous la forme $Q = -\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$.

Ainsi, l'équation de Poisson devient :

$$\nabla^2 p = 2\rho Q \quad (2.101)$$

et le critère $Q > 0$ coincide avec la notion de minimum local de pression. Il s'agit d'un critère nécessaire, mais pas suffisant. En effet, un minimum de pression ne correspond pas toujours à une structure tourbillonnaire.

Jeong & Hussain (1995) ont développé le critère λ_2 pour lequel on localise les minima de pression, après avoir supprimé les contributions de cisaillement irrotationnel instationnaire et d'effets visqueux. Si l'on écarte ces deux effets, qui n'ont aucune connexion avec les mouvements tourbillonnaires, on obtient une relation entre Ω , S et le Hessian de la pression :

$$S^2 + \Omega^2 = -\frac{1}{\rho} (\partial^2 / \partial x_i \partial x_j) p \quad (2.102)$$

Un minimum local de pression correspond à deux valeurs propres négatives de $S^2 + \Omega^2$. Comme $S^2 + \Omega^2$ est symétrique, il y a trois valeurs propres réelles que l'on peut classer de la façon suivante : $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$. Deux valeurs propres négatives impliquent $\lambda_2 < 0$.

Kida & Miura (1998) ont développé une méthode 'sectional-swirl-and-pressure-minimum' qui se compose de deux étapes. La première consiste à déterminer le squelette du tourbillon en traçant des lignes de section de pression minimale ; la seconde concerne la construction du corps. Cette reconstruction fait intervenir un niveau de pression ainsi qu'une condition de rotation. Ce schéma permet de réduire la taille des données en ne représentant les vortex que par leur axe central (squelette). De plus, il est possible de marquer individuellement chaque tourbillon, facilitant ainsi leur étude.

Toutes ces méthodes restent objectives, car elles nécessitent un seuil pour la détection et l'observation des structures. Nous avons choisi d'utiliser le critère Q , pour sa facilité de mise en oeuvre et la qualité de ses résultats dans le cas du canal plan. En effet, pour cette configuration, il donne des résultats comparables à ceux obtenus par le critère λ_2 . De plus, il semble qu'en approche compressible, le critère Q donne également des résultats satisfaisants. Il en est fait mention dans l'article de Dubief & Delcayre (2000), où l'on retrouve, entre autre, la définition des différents critères ainsi que leur application à des écoulements turbulents, dont le canal plan. Ainsi, pour un canal faiblement compressible ($M = 0.3$), le critère Q et la détermination à l'aide des niveaux de pression ont donné des résultats comparables, bien que la relation mathématique reliant Q aux minima de pression ne soit plus valable en régime compressible. Les auteurs ont souligné que la propriété du critère Q la mieux adaptée à la détection des tourbillons concerne essentiellement la qualité de la rotation.

Chapitre 3

Simulation numérique de canal plan

Dans cette partie, on commence par présenter brièvement les études numériques de canal plan turbulents. Après un retour historique sur l'évolution des simulations de canaux plans incompressibles, on précisera les travaux portants sur des canaux compressibles et pulsés auxquels il sera fait référence dans la suite du travail. Enfin, la taille du domaine et le maillage seront présentés.

3.1 Historique des simulations de canaux plans

3.1.1 Simulations numériques incompressibles

Parmi les premières simulations de canal, on citera tout d'abord Deardoff (1970), pionnier de la simulation numérique de canal plan, qui, avec seulement 6720 points, prédit les grosses structures de la turbulence et démontre ainsi la faisabilité d'un calcul tridimensionnel de la turbulence. Schumann (1975) raffine le maillage et retrouve des vitesses moyennes et une énergie turbulente en accord avec l'expérience pour un nombre de Reynolds supérieur à 10^4 . Grotzbach & Schumann (1979), avec 65536 points, prendront également en compte le transfert thermique. Il faut toutefois noter que, pour ces trois références, la dynamique de la région interne de la couche limite, regroupant la sous-couche visqueuse et la zone tampon, n'était pas prise en compte, mais modélisée par l'introduction de conditions limites loin des parois, dans la zone logarithmique. Les premières simulations qui calculent également l'écoulement de proche paroi apparaissent à la fin des années 70, début des années 80, avec la simulation de Moin *et al.* (1978) et celle de Orszag & Kells (1980) qui ont simulé la transition à la turbulence en utilisant une méthode spectrale. Dès lors, les simulations proposées n'ont cessé de croître en nombre de Reynolds et en nombre de points. Dans cette liste non-exhaustive limitée aux SND, on peut citer les SND de Kim *et al.* (1987) à $Re_\tau = 180$, effectuées avec plus de 4 millions de points et où toutes les échelles significatives de l'écoulement semblent être résolues. Cette simulation a fourni une large base de données numériques, très utilisée par la communauté scientifique et contenant entre autre les moments d'ordre 1 à 4, les auto-corrélations spatiales et les spectres. On peut également citer les SND de Moser *et al.* (1999) à $Re_\tau = 395$ et $Re_\tau = 590$, que l'on utilisera comme référence, et celle de ? à $Re_\tau = 640$ avec plus de 33 millions de points.

3.1.2 Simulations numériques compressibles

Les études de canal plan compressibles sont moins nombreuses, les effets de compressibilité ayant été plus largement étudiés en couche limite adiabatique. On citera essentiellement trois références :

- Coleman *et al.* (1995) avec un nombre de Mach allant jusqu'à $M = 3$ pour $Re = 4880$;
- Lechner *et al.* (2001) qui reprennent le cas Mach $M = 1.5$ de Coleman *et al.* (1995) avec une formulation vitesse-vorticité-entropie ;
- Foysi *et al.* (2004) qui considèrent un nombre de Mach allant jusqu'à $M = 3.5$ pour $Re = 11310$.

3.1.3 Simulations numériques pulsées

On trouve beaucoup de références concernant des oscillations transverses du canal, utilisées comme contrôle de la trainée. En revanche, les oscillations longitudinales (ou pulsation) de l'écoulement sont moins étudiées. On peut citer les travaux numériques de Spalart & Baldwin (1987) sur la transition en couche limite oscillante, de Hsu *et al.* (2000) toujours en couche limite oscillante, de Yakhot *et al.* (1999) en conduit rectangulaire laminaire, ou encore de Rida & Dan Tran (1991), SND à hautes et très hautes fréquences. On utilisera la simulation de Scotti & Piomelli (2001) comme référence dans la suite du travail.

3.2 Taille du domaine

Jimenez & Moin (1991) ont montré qu'il existait une taille minimum du domaine de calcul en dessous de laquelle la turbulence ne peut être maintenue. Cette taille correspond à 100 unités de paroi (u_τ/ν_w) dans la direction transversale et à 250-350 dans la direction longitudinale. Les auteurs ont relié cette taille aux dimensions caractéristiques des stries basse-vitesse présentes dans la zone de proche paroi.

Dans un premier temps, nous avons choisi un domaine de taille $(4\pi h, 2h, 4/3\pi h)$ (domaine n°1), identique à celui utilisé dans les simulations de Coleman *et al.* (1995). Avec ce domaine, Coleman *et al.* (1995) ont vérifié que les corrélations en deux points des composantes de vitesse étaient négligeables pour des distances de séparations égales à la demi-longueur (ou largeur) du domaine. Ainsi, la taille du domaine est compatible avec la présence de plusieurs structures longitudinales (stries), et la condition de périodicité n'influe pas sur la structure à grande échelle de l'écoulement. Toutes les simulations de canal compressible ainsi qu'une partie des simulations pulsées (scalaire passif cf chapitre 5) ont été réalisées avec ce domaine.

En revanche pour les simulations d'écoulement pulsé, nous avons utilisé un canal plus petit $(2\pi h, 2h, \pi h)$ (domaine n°2), en raison du coût très important des simulations. En effet, avec le domaine n°2, 10 périodes de pulsations basse fréquence ($\omega^+ = 0.01$) représentent à elles seules environ 600 heures CPU de Nec SX5 allouées par l'IDRIS, le centre de calcul du CNRS. Pour les différents types de simulations considérées, on a établi les performances du code réalisées sur Nec SX5 (la puissance crête de la machine est de 8

Gflops) :

- domaine n°1 "compressible" : le code tourne à environ 1.5 Gflops, une itération correspondant à 0.28s CPU. Ainsi, il effectue environ 590 opérations par itération et point de maillage. A Mach 0.3, la fréquence d'échantillonnage est de $0.0014\nu/u_\tau^2$; il faut donc 200s CPU pour avancer d'une unité de temps adimensionnée (ν/u_τ^2). A Mach 3, en revanche, le code compressible est plus performant, la fréquence d'échantillonnage étant de $0.017\nu/u_\tau^2$ et l'avancée d'une unité de temps adimensionnée équivalant alors à 17s CPU. Ces valeurs peuvent être comparées à celles obtenues pour les simulations de références :
 - Coleman *et al.* (1995) (Mach 3) : fréquence d'échantillonnage de $0.03\nu/u_\tau^2$ et 960s CPU pour avancer d'une unité de temps adimensionnée sur C-90.
 - Kim *et al.* (1987) (Mach 0) : fréquence d'échantillonnage de $0.08\nu/u_\tau^2$ et 500s CPU pour avancer d'une unité de temps adimensionnée sur CRAY-XMP.
- domaine n°1 "scalaire" (Mach 0.3) : le code tourne à environ 2.5 Gflops, une itération correspondant à 0.625s CPU. Ainsi, il effectue environ 1650 opérations par itération et point de maillage. La fréquence d'échantillonnage est de $0.0014\nu/u_\tau^2$ et une unité de temps adimensionnée coûte environ 450s CPU.
- domaine n°2 "pulsé" (Mach 0.3) : le code tourne à environ 1.0 Gflops, une itération correspondant à 0.4s CPU. Ainsi, il effectue environ 896 opérations par itération et point de maillage. La fréquence d'échantillonnage est de $0.0014\nu/u_\tau^2$ et une unité de temps adimensionnée coûte environ 290s CPU.

Nous avons également réalisé une partie des simulations sur un cluster de PC Linux local, composé de machines Intel Pentium 4 à 1.8, 2.4 et 2.8 GHz.

3.3 Discrétisation

Pour les deux domaines, on considère un maillage de collocation régulier suivant les directions homogènes x et z. Dans la direction normale, le maillage suit une loi de type tangente hyperbolique :

$$Y_j = A \left(1 - \frac{\tanh(g_y * (A - dy * (j - 1)))}{\tanh(g_y * A)} \right), \quad j = 1 : N_y + 1$$

avec h la demi-hauteur du canal, $dy = 2h/N_y$, g_y est un coefficient de contraction qui permet d'ajuster le premier point à la paroi. Nous avons considéré des maillages symétriques, ce qui fixe $A = 1$. La figure 3.3 indique qu'avec cette distribution, on obtient un maillage plus resserré près des parois où se situent principalement les petites structures.

Il y a $N_y + 1$ points de grille Y_j , et les variables sont calculées au centre des mailles en N_y points : $y_j = (Y_{j+1} + Y_j)/2$.

Dans le tableau 3.1, on a récapitulé les tailles de domaine et les discrétisations utilisées dans les simulations.

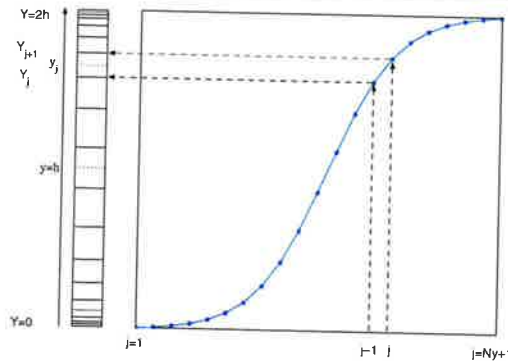


FIG. 3.1: Génération du maillage dans la direction normale aux parois

Cas	Re	Re_τ	$L_x L_y L_z$	$N_x \times N_y \times N_z$	Δx^+	Δy_w^+	Δz^+
Kim <i>et al.</i> (1987) Mach=0	3000	180	$4\pi h \ 2h \ 2\pi h$	$192 \times 160 \times 129$	12	0.05	7
Moser <i>et al.</i> (1999) Mach=0	3000	180	$4\pi h \ 2h \ \frac{4}{3}\pi h$	$128 \times 128 \times 129$	17.7		5.9
Coleman <i>et al.</i> (1995) Mach=1.5 Mach=3	3000 4880	222 451	$4\pi h \ 2h \ \frac{4}{3}\pi h$	$144 \times 119 \times 80$	19 39	0.2 0.4	12 24
Scotti & Piomelli (2001) LES1 LES2	7250	350	$4\pi h \ 2h \ \frac{4}{3}\pi h$ $3\pi h \ 2h \ \pi h$	$32 \times 49 \times 32$ $64 \times 65 \times 64$	137.3 51.5		45.8 17.1
Compressible Mach=0.3 Mach=5	3000 4880	188 693	$4\pi h \ 2h \ \frac{4}{3}\pi h$ "	$128 \times 65 \times 80$ "	19 68	0.2 0.6	10 37
Pulsé (scalaire) $Mach=0.3$	3000	180	"	"	19	0.2	10
Pulsé $Mach=0.3$	3000	180	$2\pi h \ 2h \ \pi h$	$64 \times 109 \times 64$	19	0.2	10

TAB. 3.1: Domaines et maillages des simulations

3.4 Validation du canal quasi-incompressible en régime stationnaire

On termine ce chapitre par une validation de l'écoulement à Mach 0.3, quasi-incompressible, non-pulsé, dont les paramètres sont représentés dans la ligne grisée du tableau 3.1. Cet écoulement a servi d'une part, de point de départ pour l'étude des effets de compressibilité sur la turbulence cisailée, et d'autre part, de base pour les écoulements

pulsés. Nous avons choisi de présenter quelques caractéristiques des écoulements turbulents comme les spectres unidirectionnels, le profil de vitesse moyenne, les fluctuations rms de vitesse, le tenseur de Reynolds et des corrélations statistiques en deux points. Les résultats ne sont pas commentés en détail, la comparaison à la SND de référence de Moser *et al.* (1999) nous permettant principalement de valider le code de calcul dans le régime incompressible. Tous les résultats ont été obtenus à l'aide de la moyenne d'ensemble définie au chapitre 2, exceptés les spectres en nombre d'onde, qui sont toutefois moyennés dans les directions homogènes x et y . La moyenne temporelle a été réalisée sur une durée de $68h/U_b$, ce qui correspond à un peu plus de cinq traversées de canal. La chute de densité d'énergie dans les grands nombres d'onde (k_x et k_z) observée sur la figure 3.4 semble indiquer que la résolution suivant les directions longitudinale et transversale est acceptable. De plus, il y a un bon accord général avec les spectres incompressibles proposés par Kim *et al.* (1987).

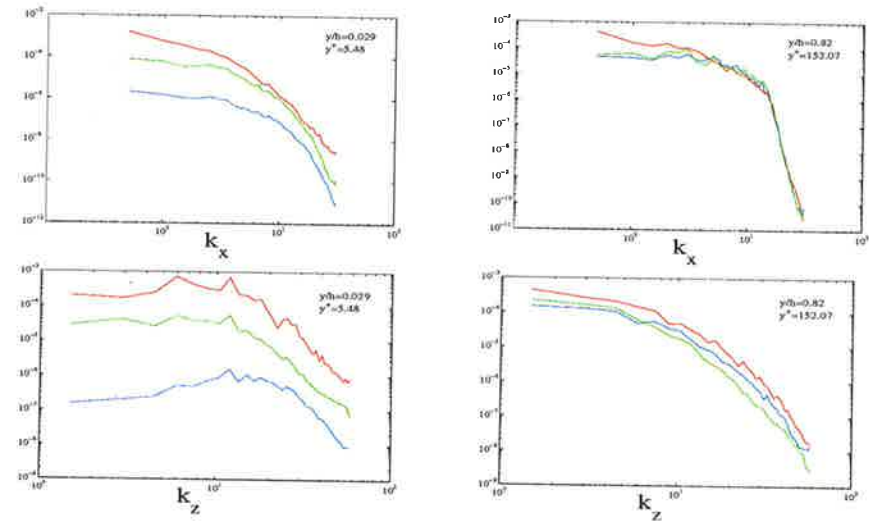


FIG. 3.2: Spectres longitudinaux (haut) et transversaux (bas), à la paroi (gauche) et au centre (droite) du canal : — E_{uu} , — E_{vv} , — E_{wv} .

Sur les figures 3.3 et 3.4, nous avons représenté respectivement le profil de vitesse moyenne et les intensités turbulentes, normalisés dans les deux cas à l'aide de la vitesse de frottement $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho_0}$ avec $\tau_w = \mu_w \partial u / \partial y|_w$. La vitesse moyenne est proche du cas incompressible avec néanmoins une constante pour la loi logarithmique légèrement supérieure à la valeur 5.5 correspondant au profil de Kim *et al.* (1987). L'allure générale des fluctuations rms de vitesse est également correcte; Le pic de $\sqrt{\langle u'u' \rangle} / u_\tau^2$, souvent assimilé au maximum de production turbulente, est bien reproduit en amplitude, en revanche, il est légèrement décalé vers le centre du canal par rapport à la simulation de référence. Les composantes normale et transversale sont, quant à elles, sous-estimées en région de

proche paroi et surestimées au centre du canal, ce qui constitue un résultat typique des SGE de canal avec la plupart des modèles sous-maille.

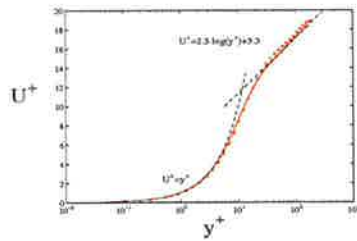


FIG. 3.3: Profil de vitesse moyenne : — Kim *et al.* 1987; + simulation Mach 0.3, - - - lois de parois.

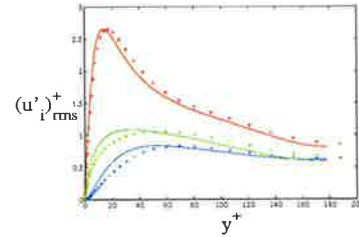


FIG. 3.4: Intensités turbulentes normalisées par la vitesse de frottement : $u_{rms}^+, v_{rms}^+, w_{rms}^+, \omega_{rms}^+$; — Kim *et al.* 1987, + simulation Mach 0.3.

Nous avons également choisi de représenter deux rapports statistiques afin de s'assurer de la convergence de la simulation. La contrainte de Reynolds normalisée $\langle u'v' \rangle / u_\tau^2$ ainsi que la corrélation des contraintes de Reynolds $\langle u'v' \rangle / (u'_{rms} v'_{rms})$ présentent des comportements asymptotiques tout à fait correctes et l'accord qualitatif avec la DNS incompressible est bon. Même si l'on ne peut pas exclure les effets directement liés aux choix du domaine, de la discrétisation et du modèle SGE, les différences observées entre le cas Mach 0.3 et la référence incompressible vont dans le sens d'une augmentation du nombre de Mach, comme on le verra dans le chapitre suivant.

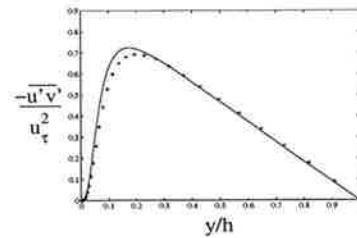


FIG. 3.5: Tenseur de Reynolds normalisé par la vitesse de frottement : — Kim *et al.* 1987; + simulation Mach 0.3

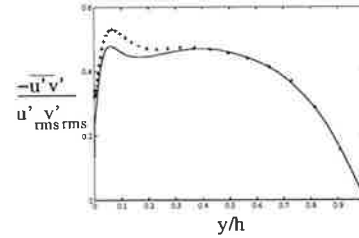


FIG. 3.6: Coefficient de corrélation des contraintes de Reynolds : — Kim *et al.* 1987, + simulation Mach 0.3.

Les corrélations spatiales en deux points longitudinales et transversales, représentées sur la figure 3.7, sont également proches des données incompressibles. Il semble que le domaine soit assez large, en regard de la valeur des corrélations transversales pour des grandes distances de séparation. Pour les corrélations longitudinales, les résultats sont légèrement moins bons, avec une cohérence accrue de la vitesse longitudinale. Néanmoins,

la valeur atteinte est sensiblement la même pour des distances de séparation supérieures ou égales à un quart du canal. C'est pourquoi nous avons estimé que nous pouvions tout de même travailler dans un canal moins long pour l'étude pulsée. Les corrélations sont également source d'information à propos des structures cohérentes de l'écoulement. En effet, le minimum de corrélation transversale de la vitesse longitudinale représente la moitié de l'espacement préférentiel des courants de haute et basse vitesse présents en région de proche paroi, appelés stries. L'accord, au sujet de cet espacement préférentiel, avec la DNS de référence est très bon, indiquant une valeur de 100 unités pariétales.

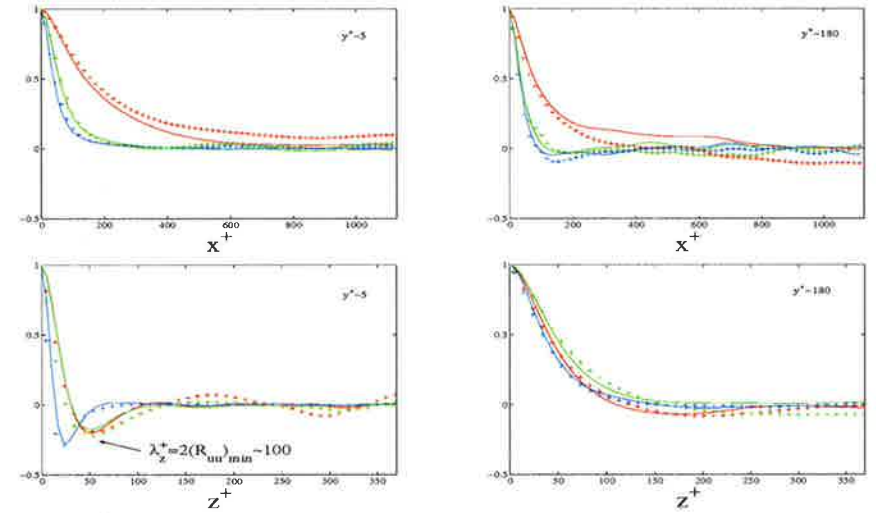


FIG. 3.7: Corrélations spatiales statistiques en 2 points : longitudinales (haut) et transversales (bas), à la paroi (droite) et au centre (gauche) du canal. R_{uu}, R_{vv}, R_{ww} ; — Kim *et al.* 1987, + simulation Mach 0.3

Sur la figure 3.8, on peut voir les stries de haute et basse vitesse présentes près des parois du canal. Enfin, pour mettre en évidence les structures cohérentes de l'écoulement, nous avons tracé, d'une part, des contours de vorticité normale dans le plan $y^+ = 4.5$ (figure 3.9), et d'autre part, des isosurfaces positives du critère Q (figure 3.10).

Remarque : aucune étude poussée sur la discrétisation, la taille du domaine ou encore sur les modèles SGE n'a été réalisée; cela fait partie des suites à donner au travail réalisé lors de la thèse et sera évoqué dans les perspectives.

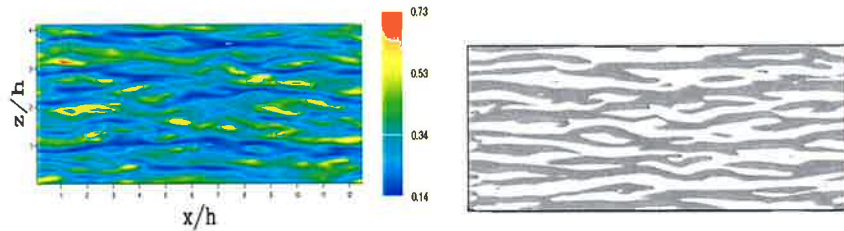


FIG. 3.8: Coupe de vitesse longitudinale à $y^+ \simeq 4.5$.

FIG. 3.9: Coupe de la composante normale de vorticité à $y^+ \simeq 4.5$; $w_y \leq 0$ en gris.

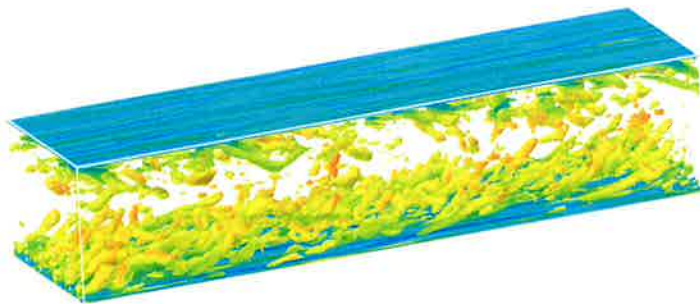


FIG. 3.10: Isosurfaces positives du critère Q : $Q = 0.6U_b^2/h^2$

Chapitre 4

Étude compressible

Depuis les années 50 environ, les expériences en couches limites compressibles se sont multipliées, fournissant ainsi une base de données expérimentale importante. Ce n'est que vers la fin des années 80 qu'apparaissent les premières simulations d'écoulements compressibles, et malgré certaines limitations, elles permettent d'accéder à des données impossibles à obtenir expérimentalement. En effet, ces simulations concernent souvent la turbulence homogène pour laquelle on peut utiliser les algorithmes de résolution spectraux plus précis. De plus, les résolutions accessibles aux moyens actuels, restent encore faibles pour pouvoir résoudre la large gamme d'échelles présentes dans les écoulements à masse volumique variable et à grands nombres de Reynolds. En revanche, les simulations fournissent des champs tridimensionnels de différentes variables difficiles à mesurer expérimentalement, notamment dans les régions de proche paroi. Elles représentent donc un complément indispensable au jeu de données expérimentales. Concernant les études expérimentales et théoriques sur la turbulence compressible, le lecteur est renvoyé aux travaux de Kovaszny (1953), Chu & Kovaszny (1958), Morkovin (1962), Bradshaw (1977), Gaviglio (1987), Carvin *et al.* (1988) et pour une revue plus générale sur les données compressibles expérimentales, le lecteur pourra se référer aux travaux de Fernholz & Finley (1981), de Spina *et al.* (1994) et de Smits & Dussauge (1996). Les premières SND d'écoulements compressibles ont été réalisées en couche limite; Lele (1994) et Smits & Dussauge (1996) en proposent une revue. Plus récemment, Guo & Adams (1994), Rai *et al.* (1995), Guarini *et al.* (2000) et Pirozzoli *et al.* (2004) ont travaillé sur des couches limites adiabatiques. Guo *et al.* (1996) et Ducros *et al.* (1996), dans leurs études sur la transition de couche limite compressible, ainsi que Hatay & Biringen (1995) en couche limite ont aussi considéré des parois adiabatiques. En revanche, l'étude de Maeder *et al.* (2001) en couche limite isotherme et les SND de canaux plans de Coleman *et al.* (1995), Huang *et al.* (1995), Lechner *et al.* (2001) et Foyi *et al.* (2004) permettent de prendre en compte des flux de chaleur non nuls aux parois.

Toutes ces études ont permis de progresser dans la compréhension de la turbulence compressible cisailée, notamment sur les deux points suivants :

- tout d'abord, elles se sont penchées sur les effets de compressibilité sur la turbulence en tentant de déterminer quelles en étaient l'origine et la nature ;
- ensuite, elles se sont intéressées à la modélisation de ces écoulements compressibles cisailés.

4.0.1 Origine des effets de compressibilité

Les effets de compressibilité peuvent être répertoriés selon principalement deux catégories :

1. les effets liés aux variations des propriétés moyennes de l'écoulement (masse volumique, viscosité) : lorsque le nombre de Mach est supérieur à 1, la forte dissipation visqueuse près des parois entraîne le développement d'un gradient de température, qui modifie fortement la distribution de masse volumique et de viscosité. Cette variation des propriétés de l'écoulement est comparable à celle qui est observée lors du chauffage d'un écoulement incompressible.
2. les effets liés aux fluctuations qui se développent dans un écoulement turbulent compressible : Kovasznay (1953) suggère qu'on peut intuitivement s'attendre à ce que les fluctuations de vorticité soient accompagnées d'ondes sonores et que les particules fluides soient soumises à des variations d'entropie en raison des différentes zones de cisaillement qu'elles sont amenées à traverser. Sous les hypothèses d'un gaz parfait à viscosité, conductivité thermique et chaleur spécifique constantes, il fournit une décomposition des fluctuations selon trois modes en faisant une analyse en petites perturbations se développant dans un milieu au repos ($u = 0$, $\rho = cste$, $p = cste$, $T = cste$). Les trois modes linéairement indépendants sont les suivants :
 - le mode vortical dont la variable principale est la vorticité. Ce mode représente le champ de vitesse à divergence nulle, et peut être identifié à la turbulence incompressible ;
 - le mode acoustique ou le mode de pression : il concerne les ondes sonores et inclut les champs de vitesse irrotationnelle ;
 - le mode entropique avec l'entropie comme variable principale, relié au champ de température.

Finalement au premier ordre, les fluctuations de vitesse se décomposent en une partie solénoïdale, incluse dans le mode vortical, et une partie irrotationnelle, incluse dans le mode acoustique. Les fluctuations de pression font partie du mode entropique. Les fluctuations de masse volumique et de température se décomposent en une partie isentropique appartenant au mode acoustique et une partie non-isentropique, incluse dans le mode entropique. Le mode vortical ne contient pas de fluctuations de pression, masse volumique ou température.

Les interactions non-linéaires entre ces modes ont été étudiées plus précisément par Chu & Kovasznay (1958). On ne citera que deux interactions bi-linéaires, un tableau détaillé étant consultable dans Smits & Dussauge (1996) :

- l'interaction vorticité-vorticité, à l'origine du mécanisme de l'étirement tourbillonnaire,
- l'interaction entre le gradient de vorticité et le gradient de pression (vorticité-acoustique), à l'origine de la production de vorticité connue sous le nom de terme de Bjerknes ou encore de couple barocline.

L'ensemble des études portant sur des écoulements compressibles non-hypersoniques, ie pour des nombres de Mach inférieurs à 5, tendent à montrer que les effets de compressibilité sont essentiellement ceux répertoriés dans la première catégorie, ie ceux liés à la variation des propriétés moyennes de l'écoulement.

Les fluctuations de température et de masse volumique restent faibles et même si des

fluctuations acoustiques relativement importantes ont été mises en évidence par Coleman *et al.* (1995) en canal supersonique isotherme, elles n'altèrent pas la turbulence, spécialement dans les régions de proche paroi. Maeder *et al.* (2001) précisent que la production de vorticité liée à l'interaction acoustique-entropie par le couple barocline reste faible.

4.0.2 Nature des effets de compressibilité

Concernant la nature des effets de compressibilité, toutes les études citées précédemment détaillent l'évolution des différentes quantités moyennes ou turbulentes en fonction du nombre de Mach. Ainsi, l'évolution des grandeurs moyennes telles que la vitesse, la température, la masse volumique ou la viscosité en fonction du nombre de Mach a été étudiée, tout comme l'évolution des quantités turbulentes comme le coefficient de frottement, les coefficients de corrélation ou la forme des spectres. Les effets sur les contraintes turbulentes, la modification du tenseur de Reynolds ou encore l'évolution des structures de la turbulence ont également été étudiés. Le comportement spécifique de chaque grandeur sera abordé dans la deuxième partie de ce chapitre lors de l'évocation des résultats propres à notre étude.

4.0.3 Modélisation des écoulements compressibles cisailés

Sur les bases d'analyses de résultats expérimentaux de couche limite supersonique, Morkovin (1962) conclut que pour des nombres de Mach non-hypersoniques, la dynamique d'une couche limite compressible suit de près les schémas incompressibles. Les hypothèses de Morkovin font la supposition que les fluctuations de masse volumique, pression et température sont faibles et ont pour conséquence de lier les effets de compressibilité aux variations de propriétés moyennes de l'écoulement. Ces hypothèses sont formulées de manière assez vague, on peut néanmoins donner quelques formulations rencontrées dans la littérature :

- les fluctuations rms de masse volumique doivent être faibles devant la masse volumique moyenne $\rho_{rms}/\bar{\rho} < 0.1$;
- le nombre de Mach turbulent ne doit pas dépasser 0.3 ;
- dans le cas de forts gradients spatiaux de masse volumique moyenne, le critère sur les fluctuations rms de masse volumique n'est pas concluant, Coleman *et al.* (1995) reviennent à la formulation originale de Morkovin, qui consiste à dire que les fluctuations de pression et de température totale sont négligeables devant leurs grandeurs moyennes respectives.

Lorsque les hypothèses de Morkovin sont remplies, on peut dire que le mode acoustique est négligeable et que le mode entropique est faible (Bradshaw (1977)). En corrigeant les variations des propriétés moyennes de l'écoulement, la dynamique compressible est alors sensiblement comparable à la dynamique incompressible. Les conséquences des hypothèses de Morkovin, en terme de modélisation, sont donc importantes. Les principales modélisations utilisées sont la transformation de van Driest (van Driest (1951)), et les relations liant les fluctuations de température et de vitesse, connues sous le nom d'analogie forte de Reynolds (SRA pour Strong Reynolds Analogy).

Les hypothèses de Morkovin ont été développées pour des couches limites supersoniques

adiabatiques, on peut donc s'attendre à quelques différences concernant les écoulements supersoniques avec transfert de chaleur, notamment en ce qui concerne les analogies fortes de Reynolds.

Comme pour les effets de compressibilité, on reviendra sur la validité des hypothèses de Morkovin et sur les modélisations qui en découlent, directement lors de l'évocation des résultats, et plus précisément dans la troisième partie de ce chapitre.

La première partie de ce chapitre est consacrée aux caractéristiques propres des écoulements de canaux plans supersoniques, avec quelques particularités comme la condition de parois isothermes, la divergence nulle de la vitesse en moyenne de Favre ou encore la solution laminaire compressible. On profitera également de cette partie pour établir un parallèle entre nos simulations et les expériences physiques.

La deuxième partie est consacrée, comme il a été mentionné précédemment, à l'évocation des effets de compressibilité sur les grandeurs moyennes, sur les quantités turbulentes et sur les structures présentes dans les écoulements turbulents pariétaux. La troisième partie aborde le volet modélisation des écoulements compressibles cisailés. On revient sur les transformations classiques de van Driest pour la vitesse et la température moyennes. Une nouvelle transformation est présentée, et on discutera des dépendances en Reynolds et en Mach des écoulements compressibles. Avant de conclure sur ce volet de la thèse, on présentera une analogie de Reynolds, propre au canal.

4.1 Canal compressible

4.1.1 Particularités

Le choix de la configuration de canal plan pour l'étude des écoulements cisailés compressibles correspond à deux particularités.

- Dans un premier temps, contrairement aux simulations de couches limites, on n'est pas confronté à la croissance spatiale de l'écoulement, l'homogénéité longitudinale de l'écoulement de canal nous facilitant la mise en oeuvre des simulations temporelles en canal périodique ;
- deuxièmement, l'homogénéité longitudinale de l'écoulement nous impose une condition isotherme sur les parois. Les flux de chaleur, présents dans la majorité des écoulements industriels, sont alors pris en compte. Les simulations en canal viennent donc compléter les études en couche limite adiabatiques.

Une autre particularité du canal, est d'être non-divergent en moyenne de Favre. En effet, le canal est un écoulement homogène et stationnaire en moyenne. La moyenne d'ensemble définie dans le chapitre 2 du mémoire, dans la partie post-traitement, vérifie donc les propriétés suivantes :

$$\partial(\cdot)/\partial t = 0 \quad \text{et} \quad \partial(\cdot)/\partial x = \partial(\cdot)/\partial z = 0$$

En faisant intervenir la moyenne de Favre, l'équation moyennée de conservation de la masse s'écrit :

$$\text{div}(\langle \rho \vec{u} \rangle) = \text{div}(\langle \rho \rangle \vec{\tilde{u}}) = \langle \rho \rangle \text{div} \vec{\tilde{u}} + \vec{\tilde{u}} \cdot \text{grad}(\langle \rho \rangle) = 0$$

Les relations d'homogénéité et de stationnarité restant vraies pour la moyenne de Favre, la relation précédente est équivalente à :

$$\partial(\langle \rho \rangle) / \partial y = \langle \rho \rangle \partial \tilde{v} / \partial y + \tilde{v} \partial \langle \rho \rangle / \partial y = 0$$

et en intégrant ceci entre les parois du canal, on obtient $\langle \rho \rangle \tilde{v} = \text{cste}$ or la vitesse est nulle à la paroi donc elle est nulle partout, et finalement on obtient : $\text{div} \vec{\tilde{u}} = \partial \tilde{v} / \partial y = 0$. Quelque soit le nombre de Mach, l'écoulement moyen est incompressible.

4.1.2 Interprétation physique

On peut se poser la question de savoir, à quelles expériences physiques correspondent nos simulations numériques. Concrètement, à quoi correspond une augmentation du nombre de Mach, $U_b / \sqrt{\gamma R T_w}$, lorsqu'on maintient le nombre de Reynolds, $(\rho U)_b h / \mu_w$, constant ? Il y a deux possibilités :

- soit on augmente la vitesse débitante dans le canal, $U_b \nearrow$, tout en fixant la température de paroi T_w ,
- soit le débit dans le canal est constant, et on refroidit les parois, $T_w \searrow$

Dans les deux cas, la conséquence est une augmentation du nombre de Mach, mais pour maintenir le nombre de Reynolds constant, il faut soit diminuer la hauteur h du canal, soit changer les propriétés du fluide. Si on considère qu'on travaille toujours avec de l'air, on considère une diminution de la hauteur du canal. Dans le tableau 4.1, on a représenté les valeurs de la vitesse débitante, de la température de paroi et de la hauteur du canal en fonction du Mach, pour un nombre de Reynolds fixé à 3000. On s'est placé dans le cas de l'air, d'une part à température ambiante (293.15K) et d'autre part à vitesse débitante constante de 330 m.s⁻¹. Pour l'air, $\gamma = 1.4$, $R = 287 \text{ J.kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ et pour la viscosité, on approxime la relation de Sutherland par la loi puissance $\mu(T) = \mu(273, 15) (T/273.15)^{0.7}$ avec $\mu(273, 15)_{\text{air}} = 1.711.10^{-5} \text{ kg.m}^{-1} \text{ .s}^{-1}$; Bien que numériquement on ne soit pas confronté au problème de raréfaction, il ressort de ce tableau, que pour des températures pariétales et des vitesses débitantes réalisables expérimentalement, le canal se réduit à un capillaire.

Mach	$T_w = 293, 15 \text{ K}$		$U_b = 330 \text{ m.s}^{-1}$	
	$U_b [\text{m.s}^{-1}]$	$h [\text{mm}]$	$T_w [\text{K}]$	$h [\text{mm}]$
0.3	103	0.386	3011.4	0.616
1	343	0.116	271	0.114
5	1716	0.023	10.84	0.012

TAB. 4.1: Comparaisons simulations-expériences

4.1.3 Paramètres des simulations

On présente maintenant les paramètres, nombres de Mach et de Reynolds, utilisés pour les différentes simulations. Dans la suite du travail, chaque cas sera représenté par une

couleur et un symbole, qui sont répertoriés dans le tableau 4.2. On a également référencé les simulations incompressible de Moser *et al.* (1999) et supersonique de Coleman *et al.* (1995), auxquelles nous avons confronté nos résultats.

cas	M	Re	$T_{stat} [h/U_b]$	légende
Moser <i>et al.</i> 1999	0	3000	-	—
Coleman <i>et al.</i> 1995	1.5	3000	13.88	—
	3	4880		—
SGE	0.3	3000	46.43	+
	1		59.99	o
	1.5		12.00	<
	2	47.99	*	
	1	4880	47.99	x
	3		383.99	□
	5		172.78	▽

TAB. 4.2: Paramètres des simulations

Les statistiques présentées dans la suite du travail, ont été obtenues à l'aide de la moyenne d'ensemble, définie dans la partie post-traitement du deuxième chapitre. Elle se compose d'une moyenne spatiale dans les directions homogènes x et y et d'une moyenne temporelle, la moyenne temporelle étant effectuée sur une durée T_{stat} , indiquée dans le tableau 4.2. Pour comparaison, une traversée de canal correspond à $12.56h/U_b$. Aussi dans la quasi-totalité des cas, excepté pour la simulation à Mach 1.5, $Re=3000$, les statistiques sont moyennées sur au moins trois traversées de canal. On verra dans la suite du mémoire, que la simulation à Mach 1.5, bien que moyennée sur moins d'une traversée de canal, donne des résultats acceptables, comparables à ceux obtenus par Coleman *et al.* (1995). Les simulations Mach 1.5, $Re=3000$ et Mach 3, $Re=4880$, nous permettent de comparer nos simulations (SGE) aux résultats de la SND de Coleman *et al.* (1995), ce qui nous servira de validation du code dans le domaine compressible.

Avant de présenter les résultats, on rappelle que les différentes variables sont adimensionnées par les grandeurs de références ($\rho_b, U_b, T_w, \mu_w, h$). Les grandeurs dimensionnées seront notées à l'aide d'un exposant *. De plus par commodité, on notera F la moyenne d'ensemble $\langle f \rangle$ de la variable f .

4.1.4 Solution laminaire

Avant de passer aux résultats des simulations turbulentes compressibles, on présente brièvement la solution laminaire du canal compressible. On se place dans le cas de nos simulations temporelles, c'est à dire un canal stationnaire et homogène (y compris pour la pression), entraîné par un forçage de type force extérieure. De plus, on fait l'hypothèse, que la viscosité ne dépend pas de la température (condition non physique mais nécessaire pour discuter d'une solution analytique). Les équations laminaires dimension-

nées de quantité de mouvement et de température s'écrivent alors :

$$-\mu^* \frac{\partial^2 U^*}{\partial y^{*2}} = f_{ext}^* \quad (4.1)$$

$$-\lambda^* \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} - \mu^* \left(\frac{\partial U^*}{\partial y^*} \right)^2 - \mu^* U^* \frac{\partial^2 U^*}{\partial y^{*2}} = U^* f_{ext}^* \quad (4.2)$$

En intégrant successivement de 0 à y , puis de y à h , 0 et h correspondant respectivement au centre et à la paroi supérieure du canal, on obtient pour l'équation 4.1, la relation :

$$U^*(y^*) = \frac{3}{2} U_b^* \left(1 - \frac{y^{*2}}{h^2} \right) \quad (4.3)$$

De la même façon, les intégrations successives de l'équation 4.2 nous fournissent le profil analytique de la température dans le canal laminaire :

$$\frac{T^*(y) - T_w^*}{T_w^*} = \frac{3}{4} M^2 P_r (\gamma - 1) \left(1 - \frac{y^{*4}}{h^4} \right) \quad (4.4)$$

A partir de ces deux relations obtenues pour la vitesse et la température, on peut également écrire :

$$\frac{T^*(y) - T_w^*}{T_w^*} = M^2 P_r (\gamma - 1) \left[\frac{U^*}{U_b^*} - \frac{1}{3} \left(\frac{U^*}{U_b^*} \right)^2 \right] \quad (4.5)$$

Cette relation est le pendant pour le canal, de la relation de type Crocco-Buseman (Crocco (1932), Busemann (1935), Schlichting (1968)) obtenue en couche limite laminaire, qui exprime la température comme une fonction quadratique de la vitesse. Sur les figures 4.1 et 4.2, nous avons représenté les profils de vitesse et de température obtenus en canal compressible laminaire ($Re = 1000$), pour trois nombres de Mach : 0.3, 2 et 5.

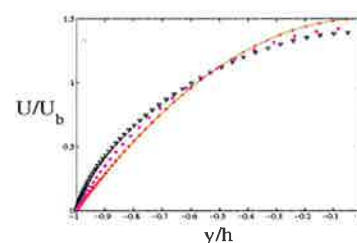


FIG. 4.1: Profils de vitesse moyenne normalisée par la vitesse débitante : solution analytique (equation 4.3) : — ; simulations : ▽ + *

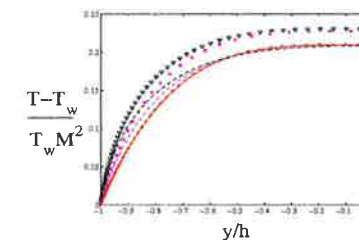


FIG. 4.2: Profils de température moyenne normalisée par la température de paroi $(T - T_w)/(M^2 T_w)$: solution analytique : — ; solution "Crocco canal" : - - - ; simulations : ▽ + *

Bien que l'hypothèse d'indépendance de la viscosité, utilisée pour établir les profils de vitesse de température, soit très forte, la relation de type Crocco-Buseman donne une très bonne modélisation du profil de la température près des parois, même à Mach 5.

4.1.5 Moyenne de Favre - Moyenne de Reynolds

La formulation des équations à partir des grandeurs obtenue après filtrage de Favre a souvent été adoptée, en raison de la simplification qu'elle apporte au niveau des équations, notamment pour l'équation de continuité. Outre le fait qu'en simulation numérique, l'utilisation du filtrage de Favre n'induit aucun terme sous-maille pour l'équation de continuité, la vitesse \tilde{u}_i représente physiquement la vitesse de transport de masse sur laquelle s'appuient les lignes de courant. En ce qui concerne le traitement statistique des quantités résolues, il n'y a pas de justification physique quant à l'utilisation d'une moyenne pondérée par la masse volumique. Historiquement, Reynolds a pondéré ses moyennes par la masse volumique, cependant, par abus de langage, on qualifera de moyenne de Reynolds, la moyenne d'ensemble sans pondération définie dans la partie post-traitement. Par analogie au filtrage de Favre, la moyenne de Favre correspond au traitement statistique des quantités résolues avec pondération de la masse volumique. L'emploi systématique de la moyenne de Favre en écoulement compressible, en particulier, quand on transpose en compressible certains concepts, tels que l'hypothèse de longueur de mélange définie en incompressible par la moyenne de Reynolds, n'a pas de justification. Les contraintes normales et de cisaillement du tenseur de Reynolds, définies respectivement comme $\langle \rho u_i' u_i' \rangle$ et $\langle \rho u_i' u_j' \rangle$ en incompressible, deviennent $\langle \rho \tilde{u}_i \tilde{u}_i \rangle$ et $\langle \rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle$ en compressible. Qu'est-ce qui justifie physiquement l'utilisation d'une moyenne plutôt qu'une autre ?

Pour une grandeur f , la différence entre les deux moyennes s'écrit : $\bar{f} - \langle f \rangle = \langle \rho' f' \rangle / \langle \rho \rangle$. Smits & Dussauge (1996) rapportent que pour une couche limite adiabatique à Mach 3, cette différence reste de l'ordre de 1.5% pour la vitesse. De même, Huang *et al.* (1995) ont évalué cette différence à 3% dans le cas du canal plan à Mach 3.

Nous n'avons pas réalisé de bilan d'énergie ou d'analyse détaillée des différents termes qui apparaissent dans les équations de quantité de mouvement et d'énergie, ce qui nécessiterait de prendre en compte les différentes moyennes. Aussi, seule la moyenne de Reynolds a été utilisée.

4.2 Effets de compressibilité

4.2.1 Écoulement moyen

L'écoulement moyen d'un canal compressible est très différent de celui obtenu dans le cas d'une couche limite adiabatique. En effet, les conditions isothermes induisent un transfert de chaleur vers l'extérieur de l'écoulement, à travers les parois du canal, qui sont donc plus froides que le reste de l'écoulement. Le maximum de température et le minimum de masse volumique ne sont alors plus localisés sur les parois, comme dans le cas de la couche limite adiabatique, mais au centre du canal.

Les figures 4.3 et 4.4 indiquent effectivement que le flux de chaleur pariétal augmente avec le nombre de Mach, d'où les forts gradients de température et de masse volumique observés dans la région de proche paroi.

Une mesure du flux de chaleur est donnée par le paramètre Bq , dans le tableau 4.3. Le flux de chaleur pariétal s'écrit $q_w^* = -\lambda^* \partial T^* / \partial y^* |_{y=0}$, l'exposant $*$ faisant référence à

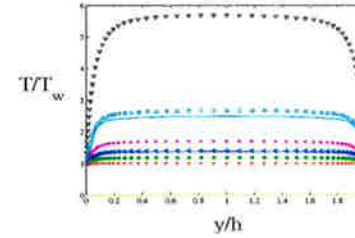


FIG. 4.3: Profils de température moyenne : légende tableau 4.2.

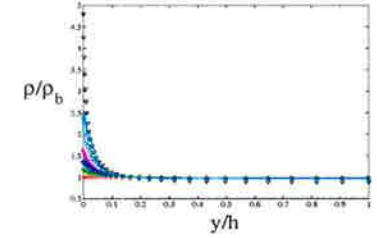


FIG. 4.4: Profils de masse volumique moyenne : légende tableau 4.2.

des grandeurs dimensionnées. Il est négatif puisque le transfert de chaleur s'effectue de l'écoulement vers l'extérieur du canal. Lorsqu'on normalise ce flux à l'aide des grandeurs pariétales, on obtient :

$$Bq = \frac{q_w^*}{\rho_w^* C_p u_\tau^* T_w^*} = \frac{-1}{Pr Re} \frac{1}{\langle \rho \rangle u_\tau} \left. \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial y} \right|_w \quad (4.6)$$

De la même manière que l'on définit la vitesse de frottement u_τ à partir du frottement pariétal, on peut définir une température de frottement, T_τ , à partir du flux pariétal :

$$T_\tau = \frac{-q_w}{\rho_w C_p u_\tau} \quad (4.7)$$

Bq s'écrit alors comme le rapport entre la température de frottement et la température de paroi, au signe près : $Bq = -T_\tau / T_w$. Ce rapport varie de -0.0022 à Mach 0.3 à 0.28 à Mach 5, ce qui correspond à un refroidissement important des parois du canal. En effet, le cas Mach 3 de Coleman *et al.* (1995) pour lequel $Bq = -0.137$, correspond à une couche limite à Mach 4.5 fortement refroidie, pour laquelle $T_w / T_{aw} = 0.15$, T_{aw} étant la température de paroi adiabatique.

cas	M	Re	Re_τ	M_τ	$-Bq$	T_c / T_w	T_c / T_w Crocco
SGE	0.3	3000	188	0.018	0.0022	1.016	1.018
"	1	3000	201	0.057	0.029	1.1791	1.1999
"	1	4880	315	0.055	0.022	1.1916	1.1996
"	1.5	3000	220	0.079	0.05	1.4027	1.4504
Coleman <i>et al.</i> 1995	1.5	3000	222	0.082	0.049	1.378	1.45
SGE	2	3000	245	0.098	0.08	1.7169	1.8052
"	3	4880	469	0.114	0.137	2.669	2.8124
Coleman <i>et al.</i> 1995	3	4880	451	0.116	0.137	2.49	2.68
SGE	5	4880	693	0.138	0.28	5.69	6.105

TAB. 4.3: Paramètres de paroi

Dans le tableau 4.3, figure également M_τ , le nombre de Mach de frottement défini

comme le rapport entre la vitesse de frottement $u_\tau^* = \sqrt{\tau_w^*/\rho_w^*}$, où $\tau_w^* = \mu_w^* \left. \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right|_w$ et la vitesse du son à la paroi :

$$M_\tau = \frac{u_\tau^*}{\sqrt{\gamma R T_w^*}} = \frac{u_\tau}{\sqrt{\gamma T_w}} \quad (4.8)$$

D'après une analyse dimensionnelle en couche limite supersonique, Rotta (1960) a montré que ces deux paramètres M_τ et Bq permettent de prendre en compte l'influence du nombre de Mach dans l'expression des lois de paroi pour la vitesse. Ceci sera abordé dans la partie modélisation.

L'évolution de la température au centre du canal, ainsi que les valeurs obtenues par la loi de type Crocco-Buseman établie pour le canal laminaire, sont également reportées dans le tableau 4.3. Sur la figure 4.5, on peut observer que les forts gradients de température près des parois sont correctement modélisés par la relation 4.5.

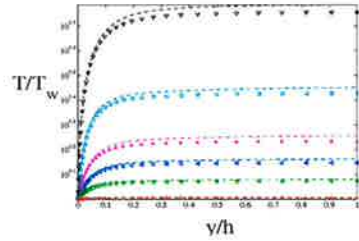


FIG. 4.5: Comparaison entre le profil moyen de température (symboles) et le profil de type Crocco-Buseman (pointillés).

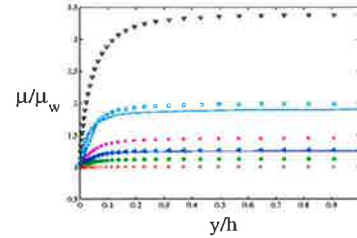


FIG. 4.6: Profils de viscosité moyenne.

De plus, malgré la forte variation de la viscosité ($\mu/\mu_w = (T/T_w)^{0.7}$), observable sur la figure 4.6, les écarts entre la température relevée au centre du canal lors des simulations et celle obtenue à partir du profil de vitesse d'après la relation 4.5 restent inférieurs à 7% pour tous les nombres de Mach considérés. Ces résultats nous ont incité à utiliser la relation 4.5, pour établir une analogie de Reynolds propre au canal, comme on le verra dans la partie 4.4.

Les profils de vitesse moyenne adimensionnée, figure 4.7, semblent relativement indépendants du nombre de Mach et du nombre de Reynolds, excepté pour le cas Mach 5. En revanche, si on normalise ces profils par la vitesse de frottement u_τ , on observe une forte dépendance des profils avec le nombre de Mach. L'allure générale du profil incompressible est retrouvée, avec une zone tampon, et une zone logarithmique, cependant, à mesure que le nombre de Mach augmente, on s'éloigne de la courbe classique incompressible déterminée par la loi de paroi $U^+ = y^+$ et la loi $\log U^+ = 2.44 \ln(y^+) + 5.2$. En particulier la pente et la constante de la zone log, respectivement 2.44 et 5.2 en incompressible, augmentent avec le nombre de Mach, pour atteindre approximativement 3.8 et 8.7 à Mach 3. Sur la figure 4.8, on peut également observer la diminution de l'échelle visqueuse ν_w/u_τ ,

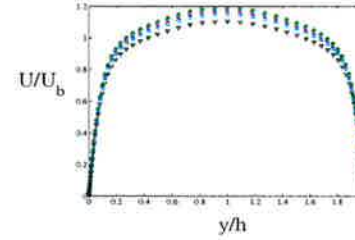


FIG. 4.7: Profils de vitesse moyenne ($\langle U \rangle / \langle U_b \rangle$).

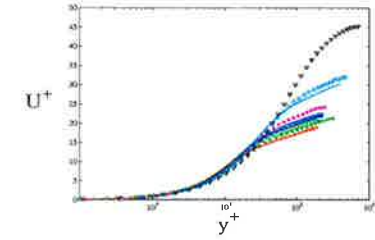


FIG. 4.8: Profils de vitesse moyenne normalisée par la vitesse de frottement u_τ .

conséquence de la chute de la viscosité près des parois du canal. De façon équivalente, le nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement, la demi-hauteur du canal et la viscosité à la paroi :

$$Re_\tau = \frac{u_\tau^* h}{\nu_w^*} \quad (4.9)$$

subit une forte augmentation avec Mach, comme le montrent les valeurs reportées dans le tableau 4.3. A Mach 5, on obtient le même Reynolds de frottement que pour un écoulement incompressible avec un nombre de Reynolds débitant d'approximativement 11600. Pourtant, il semble que la zone logarithmique devienne de plus en plus courte, et à Mach 5 elle est quasiment inexistante, ce qui suggère une tendance à la relaminarisation de cet écoulement.

Ces deux comportements, qui semblent contradictoires, s'expliquent par la variation des quantités moyennes de l'écoulement. En effet, à partir des variations de masse volumique et de viscosité dans le canal, on détermine le comportement du nombre de Reynolds local :

$$Re(y) = \frac{\rho(T) U y}{\mu(T)} \quad (4.10)$$

Pour un nombre de Reynolds débitant donné, les profils, représentés sur la figure 4.9, s'écrasent lorsque le nombre de Mach augmente. Près des parois, la masse volumique est maximum et la viscosité minimum, ce qui entraîne une hausse de $Re(y)$ par rapport à la valeur obtenue pour un nombre de Reynolds débitant identique en écoulement incompressible. Cela va dans le même sens que l'augmentation de Re_τ . En revanche, au centre du canal, $Re(y)$ diminue fortement pour n'atteindre que 1500 à Mach 5. Cette valeur est à comparer avec le seuil de stabilité généralement admis dans les écoulements de conduite compris entre 1000 et 2000. Pour Mach 5 et $Re=3000$ nous avons observé (résultats non montré ici) la relaminarisation de l'écoulement avec un nombre de Reynolds local maximum au centre du canal de 1312 et la zone logarithmique était inexistante. Pour les cas Mach 3 et Mach 5, nous avons opté pour la valeur de $Re=4880$, qui correspond à la SND de Coleman *et al.* (1995) pour un nombre de Mach de 3, afin de pouvoir comparer les résultats. De plus, pour étudier également les effets du nombre de Reynolds en écoulement compressible, nous avons complété le jeu des simulations par un canal à Mach 1 et $Re=4880$.

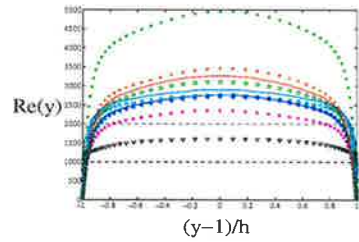


FIG. 4.9: Profils de Reynolds local.

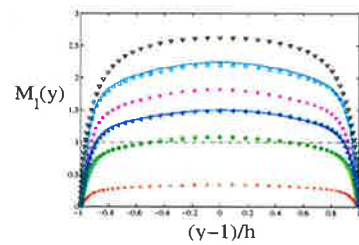


FIG. 4.10: Profils de Mach local.

Le nombre de Mach local,

$$M_l(y) = \frac{U}{\sqrt{\gamma RT}} \quad (4.11)$$

nous indique quelles sont les zones subsonique et supersonique de l'écoulement. La localisation de la ligne sonique, pour laquelle le nombre de Mach local est égal à 1 varie de $y/h = 0.4913$ à Mach 1 ($Re=3000$) à $y/h = 0.0338$ à Mach 5, une zone subsonique persistant donc toujours dans l'écoulement près des parois. On constate également, que la valeur du nombre de Mach débitant fixée n'est pas atteinte localement dès que $Mach > 1$, le maximum de Mach local au centre du canal n'étant que de 2.5 pour Mach 5.

En conclusion, on retiendra que l'écoulement moyen en canal isotherme est fortement influencé par de forts gradients de température, de masse volumique et de viscosité moyennes, localisés près des parois. Dans cette partie, on a vérifié que pour les grandeurs moyennes, les résultats issus de la simulation des grandes échelles sont en bon accord avec ceux obtenus par les SND de référence à Mach 1.5 et Mach 3. Enfin, on gardera en mémoire que le cas Mach 5 à $Re=4880$ présente une légère tendance à la relaminarisation dont il faudra tenir compte dans l'analyse de l'ensemble des résultats.

4.2.2 Structure de la turbulence

Après avoir présenté les statistiques en un point relatives à l'écoulement moyen, on s'intéresse au comportement turbulent. Les évolutions des fluctuations des différentes variables, du coefficient de frottement ou des composantes du tenseur de Reynolds sont autant d'éléments qui nous renseignent sur la structure de la turbulence.

Le coefficient de frottement, définit par :

$$C_f = \frac{\tau_w^*}{\frac{1}{2}\rho_b^* U_b^{*2}} = \frac{1}{Re} \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho_b U_b^2} \quad (4.12)$$

(l'exposant * faisant référence aux variables dimensionnées), est mesuré directement à partir du terme de force imposé dans les simulations. En effet, lorsque l'écoulement est établi, la force correspond à la moitié du coefficient de frottement. La masse volumique, la vitesse débitante et la température de paroi étant choisies comme grandeurs de références, ρ_b , U_b , T_w et μ_w sont égaux à 1. Aussi, dans la formule 4.12, seul τ_w est susceptible de

varier. Mais les profils de vitesse ne varient quasiment pas avec le nombre de Mach, fixant ainsi le gradient pariétal de la vitesse. Le coefficient de frottement est donc indépendant du nombre de Mach à nombre de Reynolds donné. Dans le tableau 4.2.2, on peut voir que cela est relativement bien vérifié. En particulier à $Re = 3000$, $C_f \simeq 7.6 \cdot 10^{-3}$, et pour $Re=4880$, le coefficient de frottement diminue autour de $C_f \simeq 6.7 \cdot 10^{-3}$. D'une part, on peut remarquer que pour le cas (Mach 1, $Re=4880$), C_f est légèrement supérieur à $6.7 \cdot 10^{-3}$; nous avons attribué cela à un manque de convergence de la simulation, comme on le verra plus tard. D'autre part, à Mach 5 la force est supérieure à la moitié du coefficient de frottement, sans doute en raison de la tendance à la relaminarisation déjà mentionnée précédemment.

Reynolds	3000				4880		
Mach	0.3	1	1.5	2	1	3	5
$C_f \cdot 10^{-3}$	7.69	7.58	7.6	7.7	7.04	6.76	6.736
$f \cdot 10^{-3}$	3.86	3.9	3.9	3.9	3.67	3.5	4

TAB. 4.4: Coefficient de frottement - forçage

Avant de tester les hypothèses de Morkovin en estimant le niveau des fluctuations de masse volumique, de pression et de température, on a regardé comment se comportaient les fluctuations rms des trois composantes de la vitesse, lorsque le nombre de Mach augmente. On a également considéré la contrainte croisée du tenseur de Reynolds $\langle u'v' \rangle$. Sur les figures 4.11, à 4.14, les composantes normales du tenseur de Reynolds sont normalisées par la vitesse de frottement et la contrainte de cisaillement est normalisée par les fluctuations rms des vitesses longitudinale et normale. Le maximum de l'intensité

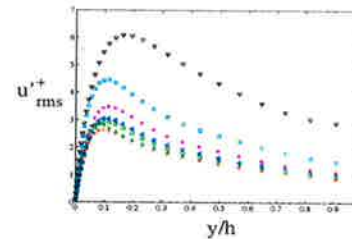


FIG. 4.11: Intensité turbulente longitudinale.

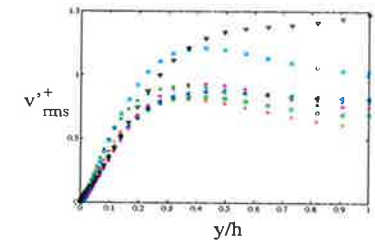


FIG. 4.12: Intensité turbulente normale.

turbulente longitudinale $\langle u'u' \rangle / u_w^{*2}$, augmente et se décale vers le centre du canal lorsque le nombre de Mach augmente. Les deux autres composantes augmentent également avec le nombre de Mach. La corrélation du tenseur de cisaillement est relativement indépendante du nombre de Mach. On observe néanmoins des comportements différents dans les zones départagées par $y/h = 0.2$: hausse avec le nombre de Mach près de la paroi et diminution au delà de la limite $y/h = 0.2$.

Sur les quatre courbes on peut noter le comportement légèrement singulier du cas Mach

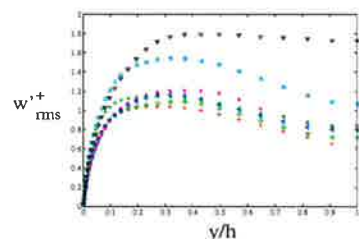


FIG. 4.13: Intensité turbulente transversale.

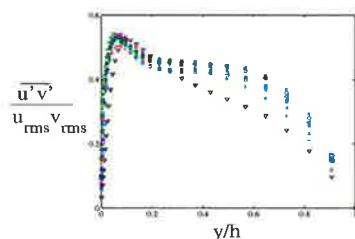


FIG. 4.14: Corrélation du tenseur de Reynolds.

5, que l'on attribue toujours au même phénomène lié à l'écrasement du profil de Reynolds local. L'utilisation des unités de parois, $y^+ = yu_\tau/\nu_w$, n'améliore pas les écarts entre les différents nombres de Mach, comme on peut le voir sur les figures 4.15, 4.16 et 4.17.

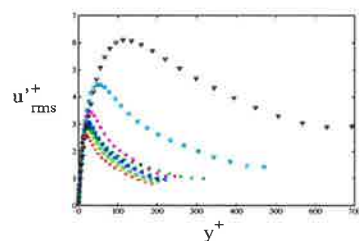


FIG. 4.15: Intensité turbulente longitudinale.

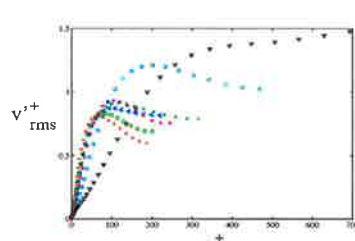


FIG. 4.16: Intensité turbulente normale.

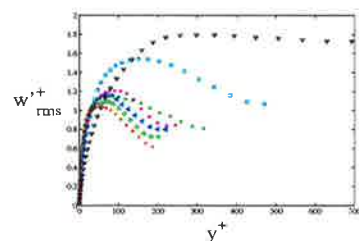


FIG. 4.17: Intensité turbulente transversale.

A partir de ces fluctuations et de la vitesse du son à la paroi, on peut définir le nombre de Mach turbulent :

$$M_t = \sqrt{\langle u'_i u'_i \rangle} / \sqrt{\gamma R \langle T_w \rangle} \quad (4.13)$$

Il est souvent utilisé comme mesure de compressibilité, la limite de 0.2 – 0.3 étant couramment considérée pour vérifier la validité des hypothèses de Morkovin. Sur la figure

4.18, on a représenté M_t pour les différentes simulations. Le maximum, dont la position ne varie pas, augmente en amplitude avec Mach. Les valeurs obtenues à Mach 1.5 et Mach 3, respectivement 0.22 et 0.343, sont en bon accord avec les données de Coleman *et al.* (1995), qui trouvent resp. 0.238 et 0.345. A Mach 5, le nombre de Mach turbulent atteint la valeur maximum de 0.403, ce qui n'est plus dans la limite des hypothèses de Morkovin. On notera la symétrie relativement bonne des courbes par rapport au centre du canal, qui témoigne de la convergence des simulations. Ce sera le cas pour l'ensemble des fluctuations qui vont être présentées.

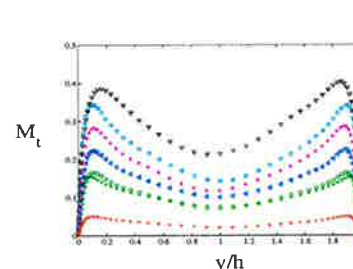


FIG. 4.18: Nombre de Mach turbulent.

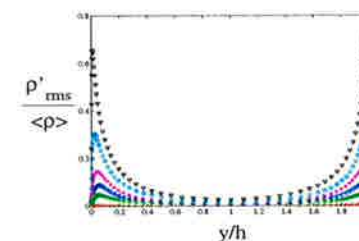


FIG. 4.19: Fluctuations rms de masse volumique normalisées par la masse volumique moyenne.

Outre le niveau du Mach turbulent, les fluctuations rms de masse volumique et de température sont également utilisées pour vérifier les hypothèses de Morkovin. En général, ces hypothèses sont formulées de la façon suivante : les fluctuations rms de densité et de température ne doivent pas représenter plus de 10% de leurs grandeurs moyennes respectives. Sur les figures 4.19 et 4.20, il est clair que ceci n'est plus le cas au delà de Mach 2. En particulier, à Mach 5, les fluctuations de température représentent jusqu'à 60% de la température moyenne.

Cependant, comme l'ont montré Coleman *et al.* (1995), ces fluctuations ne semblent pas

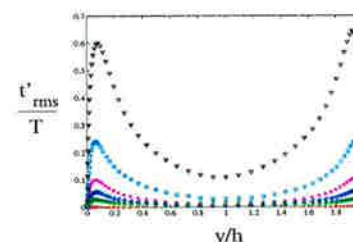


FIG. 4.20: Fluctuations rms de température normalisées par la température moyenne.

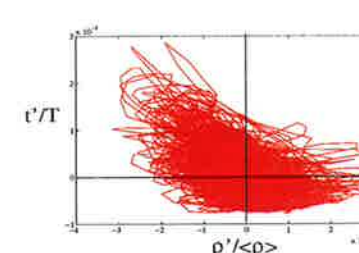


FIG. 4.21: Densités de probabilité jointes : Mach 0.3.

être d'origine acoustique, mais elles sont plutôt le résultat d'un mélange passif, par le

champ de vitesse solénoïdal (mode vortical), dans une zone où les gradients moyens sont importants. Les densités de probabilités jointes ρ'/T' , obtenues sur un champ instantané, montrent l'anti-corrélation notable des fluctuations de masse volumique et de température en région de proche paroi.

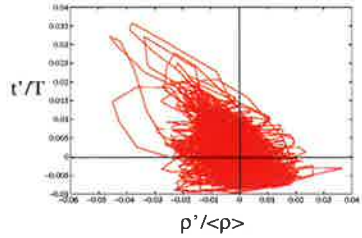


FIG. 4.22: Densités de probabilité jointes : Mach 1 (Re=3000).

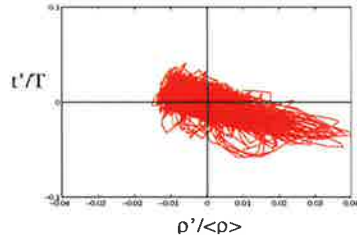


FIG. 4.23: Densités de probabilité jointes : Mach 1 (Re=4880).

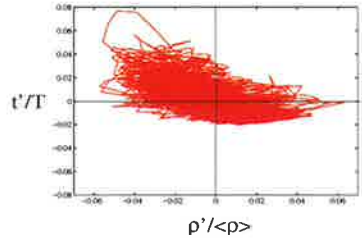


FIG. 4.24: Densités de probabilité jointes : Mach 1.5.

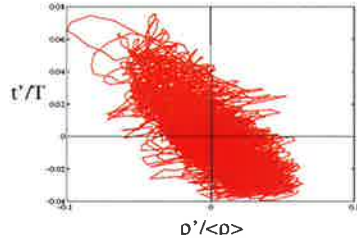


FIG. 4.25: Densités de probabilité jointes : Mach 2.

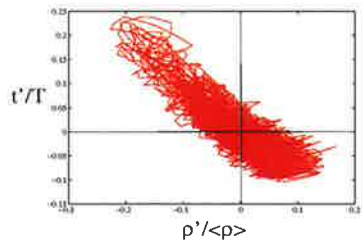


FIG. 4.26: Densités de probabilité jointes : Mach 3.

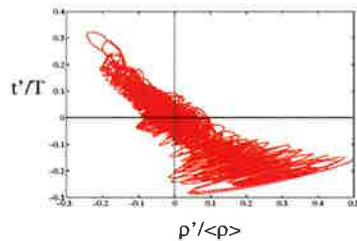


FIG. 4.27: Densités de probabilité jointes : Mach 5.

Cela correspond à ce que l'on trouverait si on considérait la masse volumique et la température comme des scalaires passifs ayant une distribution identique à celle des figures

4.3 et 4.4. Si les fluctuations étaient de nature isentropique (mode acoustique), on aurait une relation du type $T' \simeq (\gamma - 1) \rho'$ et alors $\langle \rho' T' \rangle$ serait positif, ce qui n'est pas le cas ici comme le montrent les figures 4.21 à 4.27, qui ont été réalisées pour $y/h = 0.046$.

Une autre formulation des hypothèses de Morkovin consiste à tester le niveau de fluctuation rms de pression et de température totale. La température totale est définie par :

$$T_o = T + \frac{1}{2} (\gamma - 1) M^2 U_i^2 \tag{4.14}$$

Il semble que cette formulation soit mieux adaptée au cas du canal, qui est soumis à de forts gradients de masse volumique et de température et pour lequel on ne peut pas conclure à partir des fluctuations rms de ces variables. Sur la figure 4.28, on voit que les fluctuations rms de pression sont toujours négligeables devant le niveau des fluctuations de masse volumique ou de température.

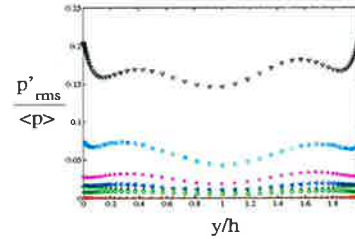


FIG. 4.28: Fluctuations rms de pression normalisées par la pression moyenne.

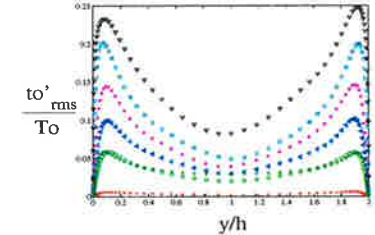


FIG. 4.29: Fluctuations rms de température totale normalisées par la température totale moyenne.

Pour la température totale, les fluctuations représentent au maximum 23.3% de la valeur moyenne. On peut noter que pour Mach 1 et Re=4880, le niveau de fluctuation au centre du canal est supérieur au cas Mach 1 et Re=3000. Nous ne pensons pas qu'il s'agisse ici d'un effet de Reynolds, mais plutôt d'un léger manque de convergence du cas Mach 1 et Re=4880.

Nous avons constaté que le niveau des fluctuations augmente avec le nombre de Mach. Il semble que cette hausse soit liée au mélange des propriétés moyennes par le champ de vitesse solénoïdale, sans faire intervenir de fluctuations isentropiques. Cependant, comme nous n'avons pas effectué de bilan d'énergie, ni d'examen approfondi des différents termes de l'équation de transport du tenseur de Reynolds, nous ne sommes pas en mesure d'étudier l'influence de ces fluctuations sur la structure de la turbulence. Concernant ces aspects, le lecteur est renvoyé aux travaux de Huang *et al.* (1995) et Lechner *et al.* (2001) en canal plan, et de Maeder *et al.* (2001) en couche limite isotherme. Ils concluent d'une part, que les effets de compressibilité, localisés principalement près des parois, sont caractérisés par une réduction de la production turbulente, et d'autre part, que les effets de compressibilités liés aux fluctuations de température et de masse volumique sur la structure de la turbulence sont faibles.

4.2.3 Structures cohérentes

Après nous être intéressés aux effets de compressibilité sur la structure de la turbulence, nous avons regardé quels étaient les effets sur les structures cohérentes de l'écoulement. On s'est intéressé tout d'abord aux courants de haute et basse vitesse, ou stries, localisés près des parois. Les corrélations spatiales en deux points nous renseignent sur les dimensions caractéristiques de ces structures. Dans la littérature, il a été observé, qu'une augmentation du nombre de Mach avait pour conséquence une cohérence longitudinale accrue Coleman *et al.* (1995), mais rien n'est précisé quand à l'espacement préférentiel des stries. Au regard des corrélations transversales instantanées, toutefois moyennées selon la direction homogène x , représentées sur les figures 4.30 et 4.31, il est difficile de conclure.

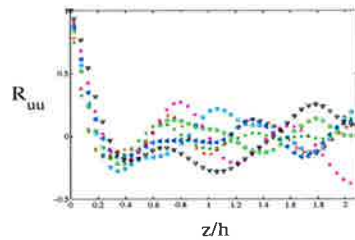


FIG. 4.30: Corrélations transversales en $y/h \approx 0.046$.

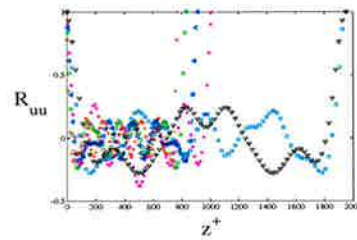


FIG. 4.31: Corrélations transversales en $y^+ \approx 2$.

Si on relève précisément la localisation du minimum de corrélation, correspondant à la moitié de l'espacement préférentiel des stries, on obtient les valeurs répertoriées dans le tableau 4.5. Il en ressort qu'à nombre de Reynolds donné, λ_z/h augmente très

Mach	λ_z/h	λ_z^+	} $Re = 3000$
0.3	0.2355	128.3	
1	0.36	145	} $Re = 4880$
1.5 Coleman <i>et al.</i>	0.388	170.5	
2	0.389	190.4	
3	0.31	179.8	
3 Coleman <i>et al.</i>	0.336	315.1	} $Re = 4880$
5	0.359	300	
	0.439	553.6	

TAB. 4.5: Espacement préférentiel des stries

légèrement avec le nombre de Mach. Pour Mach 1, lorsque le nombre de Reynolds augmente, l'espacement λ_z/h diminue légèrement, ce qui est en accord avec une hausse du nombre de Reynolds en régime incompressible. En effet, en incompressible, on sait que l'espacement préférentiel normalisé par les unités de paroi, $\lambda_z^+ = \lambda_z/h \cdot u_\tau/\nu$, est constant autour de $\lambda_z^+ \approx 100$. Or ν/u_τ augmente avec le nombre de Reynolds donc λ_z/h diminue.

L'augmentation du nombre de Reynolds de frottement Re_τ avec le nombre de Mach, s'accompagne d'une augmentation de la taille du domaine en unités de paroi, comme on peut le voir sur la figure 4.31. Ainsi l'évolution de λ_z^+ reportée dans le tableau n'est pas pertinente. Lorsque l'on regarde d'une part, les coupes instantanées de la composante normale de vorticité dans le plan $y/h \approx 0.046$, et d'autre part les coupes de vitesse longitudinale en région de proche paroi pour $y/h \approx 0.046$ et $y/h \approx 0.954$, figures 4.32 à 4.45, on observe effectivement un élargissement des structures, ainsi qu'une hausse de la cohérence longitudinale.

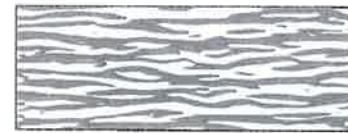


FIG. 4.32: Coupe de composante normale de vorticité $y/h \approx 0.046$: Mach 0.3.

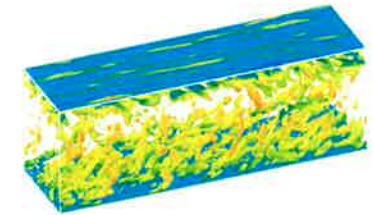


FIG. 4.33: Coupes de U en $y/h \approx 0.046$ et $y/h \approx 0.954$; isosurfaces $Q = 0.6U_0^2/h^2$: Mach 0.3.



FIG. 4.34: Coupe de composante normale de vorticité $y/h \approx 0.046$: Mach 1, $Re=3000$.

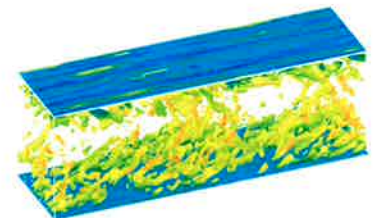


FIG. 4.35: Coupes de U en $y/h \approx 0.046$ et $y/h \approx 0.954$; isosurfaces $Q = 0.6U_0^2/h^2$: Mach 1, $Re=3000$.

On a mentionné précédemment une baisse de la production turbulente dans le canal lorsque le nombre de Mach augmente à nombre de Reynolds fixé. Sur les figures 4.33, 4.35, 4.37, 4.39, 4.41, 4.43 et 4.45, la diminution évidente du nombre de structures cohérentes d'un même niveau du critère Q , défini dans le chapitre 2, tend à confirmer ce résultat.

On s'est attaché principalement à montrer quels étaient les effets de compressibilité sur la structure de la turbulence et sur les structures cohérentes de l'écoulement. Nous



FIG. 4.36: Coupe de composante normale de vorticité $y/h \approx 0.046$: Mach 1, $Re=4880$.

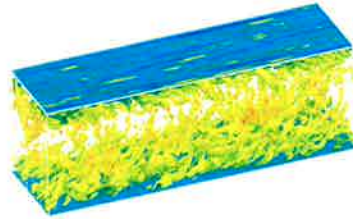


FIG. 4.37: Coupes de U en $y/h \approx 0.046$ et $y/h \approx 0.954$; isosurfaces $Q = 0.6U_b^2/h^2$: Mach 1, $Re=4880$.



FIG. 4.38: Coupe de composante normale de vorticité $y/h \approx 0.046$: Mach 1.5.

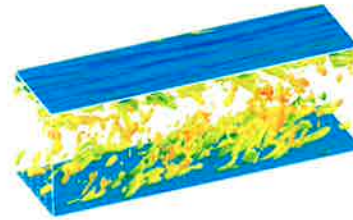


FIG. 4.39: Coupes de U en $y/h \approx 0.046$ et $y/h \approx 0.954$; isosurfaces $Q = 0.6U_b^2/h^2$: Mach 1.5.



FIG. 4.40: Coupe de composante normale de vorticité $y/h \approx 0.046$: Mach 2.

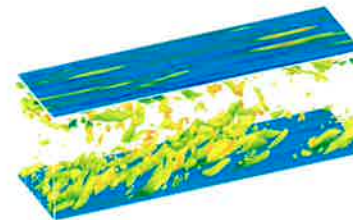


FIG. 4.41: Coupes de U en $y/h \approx 0.046$ et $y/h \approx 0.954$; isosurfaces $Q = 0.6U_b^2/h^2$: Mach 2.

avons en particulier montré, que les hypothèses de Morkovin sont de moins en moins vérifiées lorsque le nombre de Mach augmente. On peut donc s'attendre à ce que la correction en masse volumique, classiquement appliquée aux grandeurs statistiques et aux profils moyens de vitesse et de température dans le cadre de la modélisation des écoulements cisailés compressibles, ne soit plus satisfaisante pour les nombres de Mach considérés. C'est ce que nous allons aborder dans la partie suivante.



FIG. 4.42: Coupe de composante normale de vorticité $y/h \approx 0.046$: Mach 3.

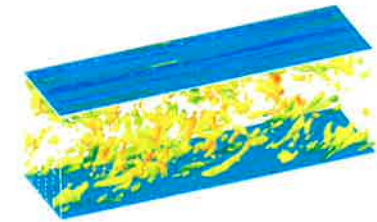


FIG. 4.43: Coupes de U en $y/h \approx 0.046$ et $y/h \approx 0.954$; isosurfaces $Q = 0.6U_b^2/h^2$: Mach 3.



FIG. 4.44: Coupe de composante normale de vorticité $y/h \approx 0.046$: Mach 5.

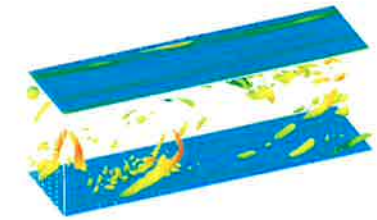


FIG. 4.45: Coupes de U en $y/h \approx 0.046$ et $y/h \approx 0.954$; isosurfaces $Q = 0.6U_b^2/h^2$: Mach 5.

4.3 Modélisation

4.3.1 Correction de masse volumique

Lorsque les hypothèses de Morkovin sont validées, on conclut généralement que les effets de compressibilité sont attribués aux variations des propriétés moyennes de l'écoulement. Classiquement, les fluctuations de vitesse, la contrainte de Reynolds et le flux de chaleur turbulent sont renormalisés à l'aide d'une correction en masse volumique, limitant les effets de compressibilité en région de proche paroi. De même pour le profil de vitesse moyenne pour lequel on utilise la transformation de van Driest (1951). De façon un peu moins classique, il est aussi possible de renormaliser les profils de température à l'aide d'une correction en masse volumique. Ces transformations, développées en couches limites, ont été également utilisées en canal plan par Coleman *et al.* (1995), Lechner *et al.* (2001) et Foyi *et al.* (2004). Bien que dans notre cas, les hypothèses de Morkovin ne soient pas véritablement satisfaites, nous avons tout de même regardé quels étaient les résultats d'une telle correction, appliquée, dans un premier temps, aux fluctuations. Si on normalise les intensités turbulentes dimensionnées (*), par le rapport entre la masse

volumique moyenne et la masse volumique à la paroi, on obtient :

$$\frac{\langle \rho^* \rangle \langle u_i^* u_i^* \rangle}{\langle \rho_w^* \rangle u_\tau^{*2}} = \langle \rho^* \rangle \frac{\langle u_i^* u_i^* \rangle}{\tau_w^*} = \langle \rho \rangle \frac{\langle u_i^* u_i^* \rangle}{\tau_w / Re} \quad (4.15)$$

Les figures 4.46 à 4.51, sont à comparer avec les figures 4.11, 4.12 et 4.13. La première conclusion que l'on peut tirer, concerne l'utilisation de l'échelle visqueuse. La variation de la masse volumique et de la viscosité, surtout près de la paroi où est définie l'échelle visqueuse ν_w/u_τ , rend l'utilisation de y^+ inadaptée en régime compressible. La deuxième remarque concerne le cas Mach 5, qui est légèrement à part, et dont on ne se servira qu'afin de confirmer la tendance générale.

Concernant la composante longitudinale, nous avons vu que le niveau des fluctuations

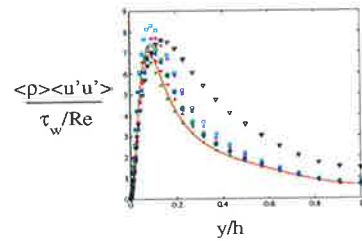


FIG. 4.46: Correction en masse volumique de la composante longitudinale de l'intensité turbulente selon y/h .

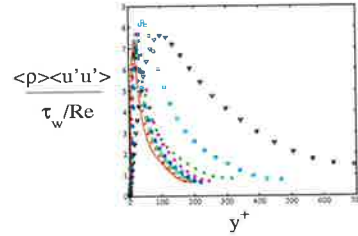


FIG. 4.47: Correction en masse volumique de la composante longitudinale de l'intensité turbulente selon y^+ .

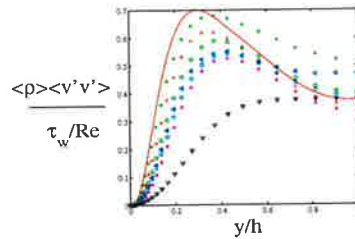


FIG. 4.48: Correction en masse volumique de la composante normale de l'intensité turbulente selon y/h .

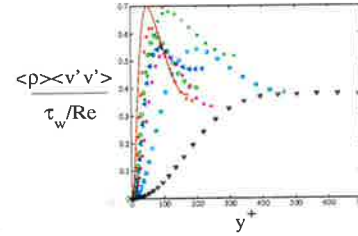


FIG. 4.49: Correction en masse volumique de la composante normale de l'intensité turbulente selon y^+ .

rms était de plus en plus important lorsque le nombre de Mach augmente. C'est toujours le cas après correction en masse volumique, mais les effets de compressibilité sont confinés dans la région de proche paroi. On trouve un accord partiel avec les données incompressibles, en effet au delà de $y/h > 0.6$, la composante longitudinale de la contrainte normale de Reynolds présente un caractère universel. Le niveau maximum des fluctuations, qui semble localisé au même endroit quels que soient les nombres de Mach et de Reynolds

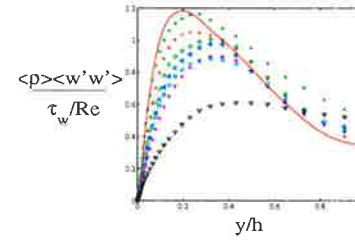


FIG. 4.50: Correction en masse volumique de la composante transverse de l'intensité turbulente selon y/h .

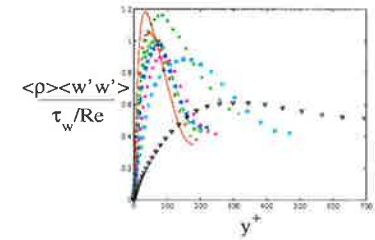


FIG. 4.51: Correction en masse volumique de la composante transverse de l'intensité turbulente selon y^+ .

considérés, augmente avec le nombre de Mach, mais diminue lorsque le nombre de Reynolds augmente à Mach fixé.

En ce qui concerne les deux autres composantes, on ne constate pas d'amélioration franche après correction en masse volumique, ce qui est également le cas en couche limite. L'évolution avec le nombre de Mach est cependant modifiée, puisque le niveau des fluctuations diminue lorsque Mach augmente. On peut noter, que loin des parois, les courbes ont également tendance à se rejoindre, mais moins nettement que pour la composante longitudinale. La diminution de l'intensité des fluctuations normale et transversale avec le nombre de Mach est attribuée à la baisse des termes de production dans les équations de transport des contraintes de Reynolds. Cependant, si cela permet d'expliquer la réduction des intensités des contraintes $\langle \rho \rangle \langle v' v' \rangle$, $\langle \rho \rangle \langle w' w' \rangle$, et comme on le verra juste après de la contrainte croisée $\langle \rho \rangle \langle u' v' \rangle$, l'augmentation de $\langle \rho \rangle \langle u' u' \rangle$ liée à la compressibilité n'a pas encore été expliquée.

Comme en régime incompressible, le niveau des fluctuations dépend du nombre de Reynolds. Pour les composantes normale et transversale, les fluctuations augmentent avec le nombre de Reynolds. En revanche, le comportement de la composante longitudinale est modifié puisqu'une augmentation du nombre de Reynolds se traduit par une baisse de $\langle \rho \rangle \langle u' u' \rangle$.

Sur les figures 4.52 et 4.53, on a représenté d'une part la contrainte de cisaillement normalisée par le cisaillement pariétal et d'autre part, le flux de chaleur turbulent normalisé par le flux de chaleur pariétal. Ces deux rapports statistiques correspondent à la correction en masse volumique mentionnée précédemment :

$$\frac{-\langle \rho^* \rangle \langle u_i^* v_i^* \rangle}{\langle \rho_w^* \rangle u_\tau^{*2}} = -\langle \rho^* \rangle \frac{\langle u_i^* v_i^* \rangle}{\tau_w^*} = -\langle \rho \rangle \frac{\langle u' v' \rangle}{\tau_w / Re} \quad (4.16)$$

$$\frac{-\langle \rho^* \rangle C_p \langle v_i^* T_i^* \rangle}{\langle \rho_w^* \rangle C_p u_\tau^* T_w^*} = -\langle \rho^* \rangle \frac{\langle v_i^* T_i^* \rangle}{q_w^*} = \langle \rho \rangle \frac{\langle v' T' \rangle}{q_w / (Pr Re)} \quad (4.17)$$

On observe effectivement un bon accord général avec les résultats incompressibles et les écarts liés aux effets de compressibilité sont relativement faibles. Pour la contrainte de Reynolds, ils sont localisés dans la région de proche paroi, comme pour la composante longitudinale de la contrainte normale. Coleman *et al.* (1995), avaient attribué les écarts entre Mach 1.5 et Mach 3 à la différence de Reynolds débitant de leurs deux

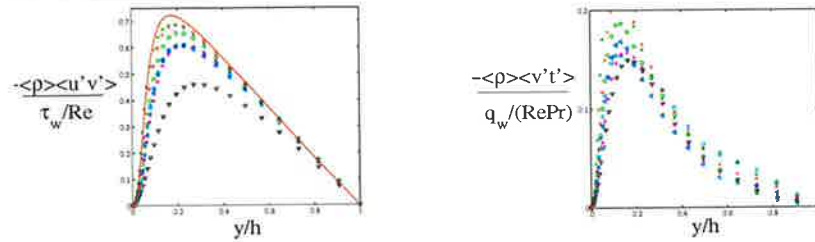


FIG. 4.52: Correction en masse volumique de la contrainte de Reynolds.

FIG. 4.53: Correction en masse volumique du flux de chaleur turbulent.

simulations. Il y a effectivement une dépendance par rapport au nombre de Reynolds, la contrainte augmentant avec celui-ci; cependant, à Reynolds fixé, l'augmentation du nombre de Mach entraîne bien une diminution de la contrainte. Pour le flux de chaleur turbulent, on constate les mêmes évolutions en fonction des nombres de Mach et de Reynolds, néanmoins, les effets de compressibilité ne sont plus confinés près de la paroi, on les retrouve dans tout le canal.

La correction en masse volumique apporte certainement des améliorations en ce qui concerne la renormalisation des profils des fluctuations sur les données incompressibles. Néanmoins, il reste des effets de compressibilité localisés principalement dans la région de proche paroi. Ce résultat ne nous surprend pas outre mesure, au vu de la validation partielle des hypothèses de Morkovin, les niveaux de fluctuations élevés étant justement localisés près de la paroi autour de $y/h \simeq 2$. On va maintenant regarder quel est l'effet de la cette renormalisation sur les profils moyens de vitesse et de température.

La transformation de van Driest, qui consiste à appliquer la correction en masse volumique à la vitesse moyenne, est très utilisée dans les études compressibles, et en raison de l'amélioration obtenue par rapport aux profils $U^+ = f(y^+)$, on considère généralement qu'elle donne de bons résultats. Néanmoins, en écoulement à parois isothermes du moins, il reste une dépendance par rapport au nombre de Mach après transformation. Dans la zone tampon, la vitesse diminue avec le nombre de Mach et bien que la pente de la loi logarithmique semble correspondre à la valeur de $1/\kappa = 2.44$ obtenue en régime incompressible, la constante de cette loi augmente avec le nombre de Mach. Pour la température moyenne, dans la plupart des études on se contente de formuler une relation vitesse/température, sans se soucier de la dépendance en Mach des profils obtenus. A notre connaissance, seuls Carvin *et al.* (1988), ont proposé un profil de température totale corrigé en masse volumique, qui donne de bons résultats en couche limite. On va rapidement décrire l'obtention de ces profils corrigés de vitesse et de température, pour une démonstration plus exhaustive le lecteur pourra se référer aux travaux de van Driest (1951) et Carvin *et al.* (1988). En régime incompressible, le profil de vitesse est valable dans toute la zone de paroi, la zone logarithmique étant obtenue par raccordement entre la sous-couche visqueuse et la zone externe. En écoulement compressible, on verra qu'il n'y a plus un 'scaling' unique de la vitesse valable dans toutes les zones de paroi.

Pour établir les profils dans la région de proche paroi, qui englobe la sous-couche visqueuse, la zone tampon et la zone logarithmique, on considère la contrainte et le flux de

chaleur pariétaux définis à partir des équations de quantité de mouvement et d'énergie totale dans le canal établi :

$$\tau_w = \mu \frac{\partial U}{\partial y} - \langle \rho \rangle \langle u'v' \rangle \quad (4.18)$$

$$-q_w = \lambda \frac{\partial T}{\partial y} - \langle \rho \rangle \langle v'T' \rangle + \frac{1}{2} \mu \frac{\partial U^2}{\partial y} - \langle \rho \rangle \langle u'v' \rangle U \quad (4.19)$$

On peut alors décomposer le canal en deux zones :

- la sous-couche visqueuse où on vérifie :

$$\tau_w \simeq \mu \frac{\partial U}{\partial y} \quad (4.20)$$

$$-q_w \simeq \lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{1}{2} \mu \frac{\partial U^2}{\partial y} \quad (4.21)$$

- la zone turbulente où on vérifie :

$$\tau_w = -\langle \rho \rangle \langle u'v' \rangle \quad (4.22)$$

$$-q_w = -\langle \rho \rangle \langle v'T' \rangle - \langle \rho \rangle \langle u'v' \rangle U \quad (4.23)$$

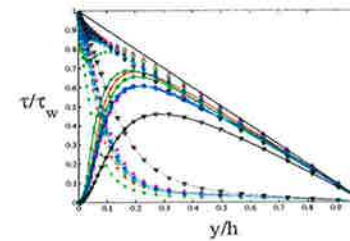


FIG. 4.54: Décomposition de la contrainte totale normalisée par le frottement pariétal.

Cette décomposition est justifiée quand on regarde la figure 4.54. En effet, près de la paroi, la contrainte se compose presque exclusivement de la contrainte visqueuse et lorsqu'on s'éloigne, celle-ci diminue au profit de la contrainte turbulente. Nous ne présentons pas le cas du flux de chaleur car malheureusement, il nous manque certaines statistiques pour pouvoir réaliser proprement le même travail que sur la contrainte. On pourra se référer au travail de Huang *et al.* (1995), qui ont tracé l'évolution des différents termes de l'équation 4.23. On remarquera le comportement singulier de la contrainte totale très près de la paroi, lorsque le nombre de Mach augmente. Nous avons attribué ce comportement d'une part au fait que $\langle \mu \partial u / \partial y \rangle$ soit remplacé par $\mu \partial \langle u \rangle / \partial y$ et d'autre part à l'utilisation des moyennes de Reynolds en lieu et place de la moyenne de Favre. En effet, Huang *et al.* (1995) indiquent que l'approximation $\bar{f} = \langle f \rangle$ peut entraîner des erreurs sur l'évaluation de la contrainte et du flux de chaleur pariétaux, car les gradients sont plus sensibles aux changements des variables. Ce phénomène semble renforcé à Mach 1 (Re 4880), pour lequel nous avons supposé qu'il n'était pas entièrement convergé. Néanmoins, dans tous les cas, le comportement asymptotique, caractérisé par la tangence avec la droite $1 - y/h$, est atteint au centre du canal.

Dans un premier temps, on va établir les profils de vitesse :

- dans la sous-couche visqueuse, en utilisant u_τ et ν_w/u_τ comme échelles de vitesse et de longueur, l'équation 4.20 s'écrit :

$$dy^+ = \frac{\mu}{\mu_w} dU^+ \quad (4.24)$$

En général, ceci n'est pas exploité, car on utilise la transformation de van Driest, valable uniquement en zone logarithmique, pour tout le profil. Carvin *et al.* (1988) ont toutefois défini une vitesse intégrée à partir de cette relation :

$$I_1^+ = \int_0^{U^+} \frac{\mu}{\mu_w} dU^+ \quad (4.25)$$

$$I_1^+ = y^+ \quad (4.26)$$

- dans la zone logarithmique, on peut relier la contrainte de Reynolds dans la relation 4.22 au gradient de vitesse moyenne, à l'aide d'une théorie de longueur de mélange :

$$-\langle \rho \rangle \langle u'v' \rangle = \langle \rho \rangle \nu_t \frac{\partial U}{\partial y} = lm^2 \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \quad (4.27)$$

Si on fait l'hypothèse que cette longueur de mélange varie linéairement avec y dans la zone logarithmique, *ie.* $lm = \kappa y$ comme en incompressible, on peut alors écrire :

$$dU^+ = \sqrt{\frac{\rho_w}{\rho}} \frac{1}{\kappa y^+} dy^+ \quad (4.28)$$

Sur les figures 4.55 et 4.56, on peut voir que la longueur de mélange est relativement indépendante du nombre de Mach et que la pente mesurée dans la zone linéaire est en bon accord avec la valeur incompressible $\kappa = 0.41$ (comme précédemment le cas Mach 5 fait figure d'exception et n'est pas pris en compte dans les résultats quantitatifs).

La linéarité de la longueur de mélange dans la zone logarithmique pour tous les nombres

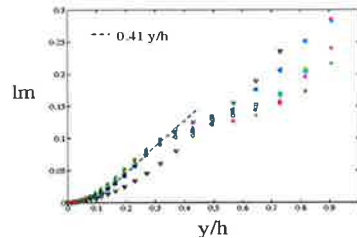


FIG. 4.55: Longueur de mélange : $lm = \frac{-\langle u'v' \rangle^{1/2}}{\partial U / \partial y}$.

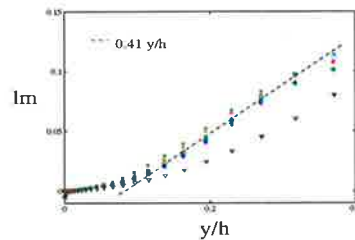


FIG. 4.56: Longueur de mélange : zoom dans la région de proche paroi $y/h > 0.4$.

de Mach nous permet alors d'établir la relation bien connue :

$$U_{VD}^+ = \int_0^{U^+} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_w}} dU^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \quad (4.29)$$

Sur les figures 4.57 et 4.58, on a représenté les profils de vitesse, respectivement sans et avec correction en masse volumique. On observe une nette amélioration sur les profils de van Driest. Cependant, la dépendance en fonction du nombre de Mach persiste dans toute

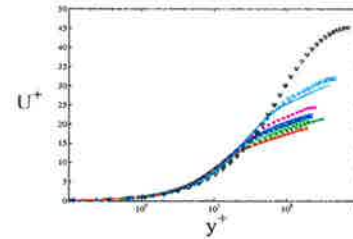


FIG. 4.57: Profils de vitesse moyenne.

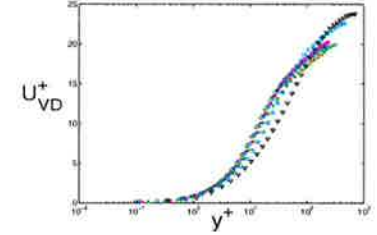


FIG. 4.58: Transformation de van Driest des profils de vitesse moyenne.

la zone de paroi. En particulier, on peut remarquer que dans la sous-couche visqueuse, la loi de paroi exacte, $I_1^+ = y^+$, fait intervenir la viscosité, alors qu'en zone logarithmique, on considère une correction en masse volumique. La transformation de van Driest est donc principalement adaptée à la zone logarithmique. On pouvait s'attendre à l'indépendance de la pente de la loi logarithmique, puisque la pente des profils de longueur de mélange ne varie pas avec le nombre de Mach. En revanche, on constate que la constante de la zone logarithmique augmente avec le nombre de Mach. A l'aide d'une analyse en similitude pour une couche limite compressible, Rotta (1960) a montré que la vitesse moyenne normalisée par la vitesse de frottement était une fonction de y^+ , M_τ et B_q . On rappelle que ces paramètres ont été définis plus haut dans ce chapitre. Bradshaw (1977) a établi une loi permettant d'exprimer la constante C en fonction de M_τ et B_q :

$$C_{brad} = 5.2 + 95M_\tau^2 + 30.7B_q + 226B_q^2 \quad (4.30)$$

A l'aide de cette loi, il était en mesure de retrouver, pour une couche limite compressible, des coefficients de frottement en accord avec les mesures. Ceci était vérifié pour la gamme de paramètres suivante : B_q faible et $M_\tau < 0.1$ ou $M_\tau \approx 0.1$ et $0.03 < -B_q < 0.1$. Dans le tableau 4.3.1, on a comparé les valeurs de C obtenues par les simulations et par la formule de Bradshaw légèrement modifiée car B_q est négatif dans le cas du canal :

$$C_{brad}(canal) = 5.2 + 95M_\tau^2 - 30.7B_q + 226B_q^2 \quad (4.31)$$

Pour les cas Mach 3 et Mach 5, M_τ et B_q sont en dehors de la zone pour laquelle la formule de Bradshaw a été appliquée, ce qui peut expliquer la très grande différence entre C et C_{brad} . En revanche pour les Mach plus faibles, l'accord est principalement qualitatif, avec une augmentation de la constante avec le nombre de Mach.

En ce qui concerne la température, dans la majorité des études, on établit des relations vitesse/température sans tenir compte de la correction en masse volumique. Ainsi dans la sous-couche visqueuse, en combinant les équations 4.20 et 4.21, et en intégrant

Mach	M_τ	$-B_q$	$C_{brad}(canal)$	C
0.3	0.001875	0.0022	5.269	6
1 (Re=3000)	0.00572	0.029	6.2835	6.65
1 (Re=4880)	0.00554	0.022	5.987	5.9
1.5	0.00798	0.0478	7.189	6.85
2	0.00984	0.0787	9.0251	7.05
3	0.114	0.137	14.854	8
5	0.138	0.277	32.854	8.5

TAB. 4.6: Constante de la loi logarithmique pour la vitesse de van Driest

par rapport à U^+ , on obtient :

$$\frac{T}{T_w} = 1 - Pr B_q U^+ - Pr M_\tau^2 \frac{(\gamma - 1)}{2} U^{+2} \quad (4.32)$$

De même, dans la zone logarithmique, à partir des équations 4.22 et 4.23, et en formulant des hypothèses de diffusivité et de viscosité turbulentes, on peut se ramener à la relation :

$$\frac{T}{T_w} = 1 - Pr_t B_q U^+ - Pr_t M_\tau^2 \frac{(\gamma - 1)}{2} U^{+2} \quad (4.33)$$

L'obtention de ces relations n'est pas détaillée ici, car ne faisant pas intervenir la correction de masse volumique, les profils restent dépendants du nombre de Mach. Carvin *et al.* (1988), proposent d'établir une relation vitesse/température valable dans toute la couche limite, et pour se faire, ils utilisent le nombre de Prandtl de mélange défini par :

$$P_m = \frac{\tau C_p \partial T / \partial h}{q \partial U / \partial h} = \frac{C_p (\mu + \mu_t)}{\lambda + \lambda_t} \quad (4.34)$$

En supposant que ce nombre est constant, ils obtiennent alors la relation suivante :

$$\frac{T}{T_w} = 1 - Pr \frac{T_\tau}{T_w} U^+ - P_m M_\tau^2 \frac{(\gamma - 1)}{2} U^{+2} \quad (4.35)$$

A partir de là, ils cherchent à exprimer le profil de la température sous une forme logarithmique. En introduisant la température totale turbulente définie par Michel *et al.* (1969) :

$$T_i = T + \frac{P_m}{2C_p} U^{+2} \quad (4.36)$$

L'équation 4.35 devient :

$$\frac{T_i}{T_w} = 1 - Pr \frac{T_\tau}{T_w} U^+ \quad (4.37)$$

En dérivant par rapport à y et en remplaçant la dérivée de la vitesse par $u_\tau / (\kappa y) \sqrt{\rho_w / \rho}$ d'après 4.28, on obtient :

$$\frac{\partial T_i}{\partial y^+} = - \frac{Pr T_\tau}{\kappa y} \sqrt{\frac{\rho_w}{\rho}} \quad (4.38)$$

on pose alors $dT_i^+ = -dT_i / Pr T_\tau$, et la relation précédente s'intègre finalement sous la forme :

$$I_3^+ = \int_0^{T_i^+} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_w}} dT_i^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C_3 \quad (4.39)$$

Nous avons transposé cette transformation, appliquée à la couche limite, dans le cas du canal. Pour cela, nous avons pris soin de changer le signe devant la température de frottement dans les équations 4.35, 4.37 et 4.38, puisque le flux de chaleur va de l'écoulement vers l'extérieur du canal. Finalement, avec $dT_{iCDS}^+ = dT_i / Pr T_\tau$, on obtient :

$$T_{iCDS}^+ = I_3^+ = \int_0^{T_i^+} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_w}} dT_i^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C_3 \quad (4.40)$$

Nous avons vérifié que le nombre de Prandtl P_m est constant dans le canal et ne varie pas avec le nombre de Mach, cf figure 4.59. Ceci nous a permis d'établir les profils de température, avec correction en masse volumique, présentés sur la figure 4.60.

Comme pour la vitesse de van Driest, les profils de température totale restent dépendant

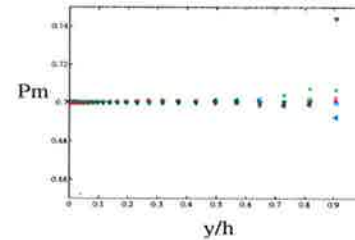


FIG. 4.59: Prandtl de mélange.

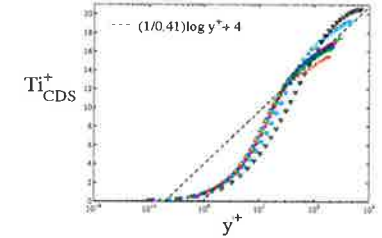


FIG. 4.60: Transformation 'CDS' pour la température totale.

du nombre de Mach pour nos simulations en canal isotherme. Nous avons néanmoins établi une loi logarithmique moyenne, afin de comparer avec les résultats de Carvin *et al.* (1988) et Michel *et al.* (1969). Pour le canal supersonique isotherme, la constante C_3 a été estimée à 4, contre 3 pour Carvin *et al.* (1988) et 3.6 pour Michel *et al.* (1969) dans le cas d'une couche limite.

Nous venons de voir que la correction en masse volumique, préconisée par Morkovin, afin de renormaliser les composantes du tenseur de Reynolds et les profils moyens de vitesse et de température n'est pas entièrement satisfaisante en canal. Dans la suite, nous allons présenter une transformation modifiée qui tient également compte d'une correction en viscosité. Cette transformation, a été développée en collaboration avec Christophe Brun, ATER à Strasbourg pendant une partie de la thèse. Elle sera appelée transformation de Brun (Brun *et al.* (2003)), et symbolisée par un exposant c^+ .

4.3.2 Echelle intégrale

Nous avons vu que dans la zone visqueuse, on pouvait établir la relation suivante :

$$dy^+ = \frac{\mu}{\mu_w} dU^+ \quad (4.41)$$

Contrairement à Carvin *et al.* (1988), qui s'en servent pour établir la vitesse intégrale I_1^+ , nous l'utilisons pour définir une unité de paroi modifiée :

$$y^{c+} = \int_0^{y^+} \frac{\mu_w}{\mu} dy^+ \quad (4.42)$$

Cette unité de paroi présente l'avantage de correspondre à une échelle intégrale, et non locale ou semi-locale, comme c'est le cas pour l'ensemble des échelles proposées dans la littérature. Parmi ces échelles, on peut citer :

- l'échelle standard locale : $y^+ = \frac{\rho_w y u_\tau}{\mu_w}$
- l'échelle semi-locale de Bradshaw (1977) : $y_{brad} = \frac{\rho y u_\tau}{\mu}$
- l'échelle semi-locale de Huang *et al.* (1995) : $y^* = \rho \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \frac{y}{\mu}$

Sur les figures 4.61 à 4.64, on a tracé l'évolution de ces différentes échelles en fonction de y/h . Toutes les échelles dépendent du nombre de Reynolds, en revanche, on constate

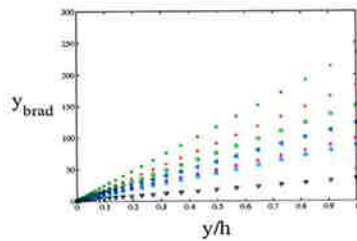


FIG. 4.61: Comparaison de l'échelle y_{brad} avec les unités de paroi standard.

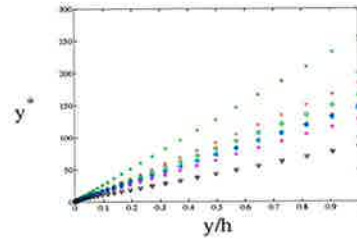


FIG. 4.62: Comparaison de l'échelle semi-locale y^* avec les unités de paroi standard.

qu'à Reynolds fixé, l'échelle y^{c+} est la moins dépendante du nombre de Mach, ce qui laisse supposer que son utilisation limitera les effets de compressibilité dans la renormalisation des courbes. A partir de ces échelles, on peut définir différents nombres de Reynolds de frottement modifiés, présentés dans le tableau 4.9 :

- $Re_\tau = h^+ = \frac{h u_\tau}{\nu_w}$
- $Re_{brad} = h_{brad} = \frac{h u_\tau}{\nu}$
- $Re^* = h^* = \frac{h \sqrt{\tau_w / \rho}}{\nu}$

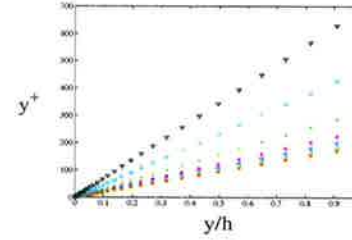


FIG. 4.63: Comparaison de l'échelle y^+ avec les unités de paroi standard.

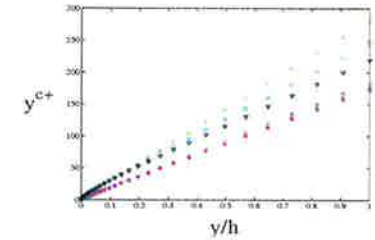


FIG. 4.64: Comparaison de l'échelle y^{c+} avec les unités de paroi standard.

Mach	Re	Re_τ	Re_{brad}	Re^*	Re_τ^{c+}
0.3	3000	187.46	182.41	183.89	185.44
1		200.74	151.4	164.57	180.25
1.5		219.79	123.09	146.10	176.16
2	4880	245.44	97.44	127.99	172.42
1		316.13	234.15	255.88	281.3
3		468.72	87.62	143.73	245.97
5		692.7	35.6	85.44	219.115

TAB. 4.7: Reynolds de frottement

$$- Re_\tau^c = h^{c+} = \int_0^{h^+} \frac{\mu}{\mu_w} dy^+$$

On peut remarquer que l'utilisation du scaling semi-local de Huang *et al.* (1995) permet d'obtenir une échelle y^* et par conséquent un nombre de Reynolds de frottement modifié Re^* , quasiment identiques pour des simulations dont le profil de Reynolds local est conservé (Mach 1.5, $Re=3000$ et Mach 3, $Re=4880$). De la même façon, on peut noter que la transformation de Brun permet de définir une échelle intégrale y^{c+} quasiment indépendante du nombre de Mach si Re_τ^c est constant. Ces remarques seront rappelées dans la partie concernant la modélisation des fluctuations turbulentes.

A l'aide de l'échelle intégrale, qui tient compte de la correction en viscosité, et à partir des transformations de van Driest pour la vitesse moyenne et de Carvin *et al.* (1988) pour la température totale moyenne, on définit une nouvelle transformation pour les profils moyens.

4.3.3 Double correction masse volumique/viscosité

Dans la zone visqueuse, pour le profil de vitesse moyenne, on obtient la relation :

$$U^+ = y^{c+} \quad (4.43)$$

Dans la zone logarithmique, la relation 4.28 se transforme à l'aide de l'échelle intégrale pour donner :

$$dU^+ = \sqrt{\frac{\rho_w}{\rho}} \frac{y^{c+}}{y^+} \frac{1}{\kappa y^{c+}} \frac{\mu}{\mu_w} dy^{c+} \quad (4.44)$$

En intégrant cette relation on définit alors la transformation de Brun pour la vitesse moyenne :

$$U^{c+} = \int_0^{\bar{U}^+} \frac{y^+ \mu_w}{y^{c+} \mu} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_w}} dU^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^{c+} + C_U^c \quad (4.45)$$

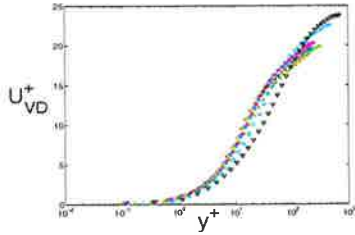


FIG. 4.65: Transformation de van Driest des profils de vitesse moyenne.

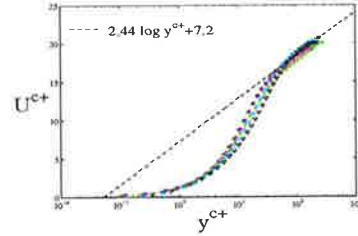


FIG. 4.66: Transformation de Brun des profils de vitesse moyenne.

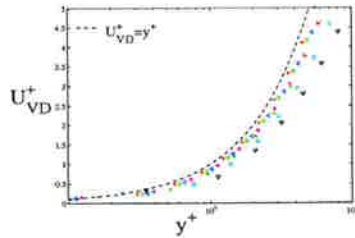


FIG. 4.67: Transformation de van Driest des profils de vitesse moyenne : sous-couche visqueuse

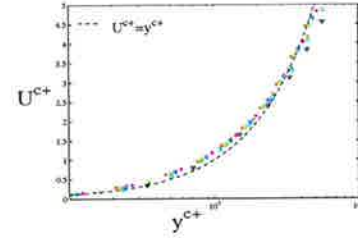


FIG. 4.68: Transformation de Brun des profils de vitesse moyenne : sous-couche visqueuse

Sur les figures 4.65 et 4.66, on a comparé les profils de vitesse moyenne après transformation de van Driest et après transformation de Brun. La transformation de Brun permet de renormaliser tous les cas sur une seule courbe définie pour la zone logarithmique par la loi :

$$U^{c+} = 2.44 \ln y^{c+} + 7.2 \quad (4.46)$$

Nous avons mentionné le non raccordement des zones visqueuse et logarithmique, impliquant différents scaling pour la distribution de vitesse dans ces zones. Sur les figures 4.67 et 4.68, on observe que la transformation de Brun, en intégrant la double correction masse volumique/viscosité, vérifie relativement bien la loi $U^{c+} = y^{c+}$, contrairement aux profils de van Driest. Que ce soit dans la sous-couche visqueuse, la zone tampon ou la zone log, la transformation de Brun donne de meilleurs résultats pour nos simulations que la transformation de van Driest. Dans le tableau 4.8, on a signifié les écarts par rapport

	zone tampon	zone log
U_{VD}^+	$\pm 11.28\%$	$\pm 5.52\%$
U^{c+}	$\pm 5.8\%$	$\pm 3.75\%$

TAB. 4.8: Pourcentage de variation autour de la valeur moyenne des deux transformations en zone tampon et en zone logarithmique

à la valeur moyenne dans la zone tampon et la zone log pour les deux transformations. Nous avons exclu le cas Mach 5 des estimations, en raison de la légère tendance à relaminarisation que présente ce cas.

Pour établir les profils de température, nous sommes partis des relations 4.21 et 4.23. On a vu que Carvin *et al.* (1988) intègrent une relation équivalente, valable sur l'ensemble de la couche limite, pour obtenir une relation vitesse/température, qui est exprimée à l'aide d'une température totale turbulente. Cette relation est ensuite à nouveau dérivée et la différentielle de la vitesse par rapport à y est remplacée par son expression établie dans la zone logarithmique. Nous faisons intervenir la notion de température totale directement dans les relations 4.21 et 4.23 :

- dans la sous-couche visqueuse, si on définit la température totale T_i de la façon suivante :

$$T_i = T + \frac{Pr}{2C_p} U^2 \quad (4.47)$$

on peut réécrire la relation 4.21 sous la forme :

$$\rho_w u \tau C_p T_\tau = \lambda \frac{\partial T_i}{\partial y} \quad (4.48)$$

alors, en définissant T_i^+ comme le rapport T_i/T_τ , on obtient finalement :

$$dT_i^+ = Pr \frac{\mu_w}{\mu} dy^+ = Pr dy^{c+} \quad (4.49)$$

Dans la sous couche visqueuse, on vérifie donc la relation :

$$T_i^+ = Pr y^{c+} \quad (4.50)$$

Comme $T_i = T + \frac{Pr}{2C_p} U^2$, on peut aussi écrire :

$$T_i^+ = T^+ - \frac{(\gamma - 1)}{2} Pr \frac{M_\tau^2}{B_q} U^{+2} = Pr y^{c+} \quad (4.51)$$

- dans la zone logarithmique, l'équation 4.23 peut se réécrire avec des hypothèses de viscosité et de diffusivité turbulentes de la façon suivante :

$$\rho_w u \tau C_p T_\tau = \lambda_t \frac{\partial T}{\partial y} + \rho \nu_t \frac{\partial U}{\partial y} \quad (4.52)$$

On définit alors la température totale T_i à l'aide d'un nombre de Prandtl turbulent $Pr_t = \frac{\rho \mu_t C_p}{\lambda_t}$:

$$T_i = T + \frac{Pr_t}{2C_p} U^2 \quad (4.53)$$

et l'équation 4.52, devient alors :

$$\rho_w u_\tau T_\tau = \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T_i}{\partial y} \quad (4.54)$$

finalement à l'aide de la relation établie pour la vitesse dans la zone logarithmique, $\rho_w u_\tau^2 = \mu_t \partial U / \partial y$, on obtient :

$$dT_i^+ = Pr_t dU^+ = \sqrt{\frac{\rho_w Pr_t}{\rho \kappa y^+}} dy^+ = \sqrt{\frac{\rho_w \mu y^{c+} Pr_t}{\rho \mu_w y^+ \kappa y^{c+}}} dy^{c+} \quad (4.55)$$

En intégrant cette relation, la transformation de Brun pour la température totale s'écrit :

$$T_i^{c+} = \int_0^{T_i^+} \sqrt{\frac{\rho \mu_w y^+}{\rho_w \mu y^{c+}}} dT_i^+ = \frac{Pr_t}{\kappa} \ln y^{c+} + C_{T_i}^c \quad (4.56)$$

Sur la figure 4.69, nous avons représenté l'évolution du nombre de Prandtl turbulent dans le canal.

$$Pr_t = \frac{\mu_t C_p}{\lambda_t} = \frac{\langle u'v' \rangle \frac{\partial T}{\partial y}}{\langle v'T' \rangle \frac{\partial U}{\partial y}} \quad (4.57)$$

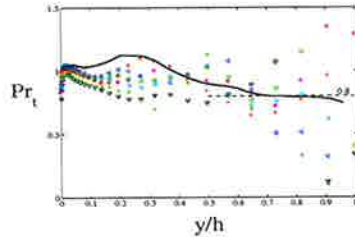


FIG. 4.69: Prandtl turbulent.

En raison de la hausse de la température dans le canal compressible, la viscosité moléculaire augmente, ce qui a pour effet d'épaissir la zone tampon par rapport au cas incompressible de Kim & Moin (1989), représenté par la courbe en noire sur la figure 4.69, où la température est considérée comme un scalaire passif. C'est pour cette raison qu'il y a une différence entre Pr_t compressible, qui continue à décroître jusqu'à $y/h \simeq 0.3$, et le régime incompressible, pour lequel on atteint un plateau déjà pour $y/h \simeq 0.2$. Au centre, $\langle v'T' \rangle$ et $\partial U / \partial y$ sont nuls comme le montrent les figures 4.53 et 4.7, ceci explique

les fluctuations croissantes du Pr_t lorsque y/h se rapproche de 1. Pour obtenir la loi logarithmique $\frac{Pr_t}{\kappa} \ln y^{c+} + C_{T_i}^c$, nous avons supposé que Pr_t est constant. Cependant, les variations de Pr_t ont été prises en compte, dans l'intégration de dT_i^+ :

$$dT_i^+ = dT^+ - \frac{(\gamma - 1) M_\tau^2}{2 B_q} Pr_t d(U^{+2}) \quad (4.58)$$

On peut alors comparer les profils de température totale établis avec les deux transformations. Sur les figures 4.70 à 4.73, on constate, comme pour la vitesse moyenne, que la transformation de Brun améliore la renormalisation des profils aussi bien dans la sous-couche visqueuse, qu'en zone tampon et en zone logarithmique.

Les profils de température totale T_i^{c+} , se normalisent très bien dans la zone logarithmique,

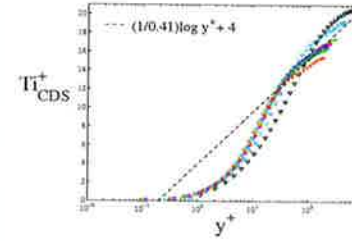


FIG. 4.70: Transformation 'CDS' des profils de température totale.

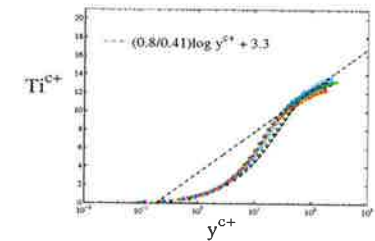


FIG. 4.71: Transformation de Brun des profils de température totale.

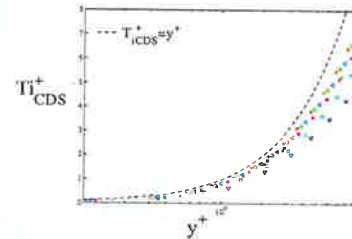


FIG. 4.72: Transformation 'CDS' des profils de température totale : sous-couche visqueuse

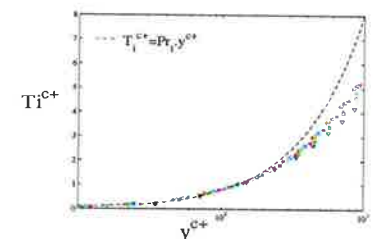


FIG. 4.73: Transformation de Brun des profils de température totale : sous-couche visqueuse

avec une loi qui s'écrit : $T_i^{c+} = 0.8/0.41 \ln y^{c+} + 3.3$. La valeur de 0.8 dans la pente de la loi, est inférieure à la valeur moyenne du Pr_t . Néanmoins, dans la zone logarithmique, nous avons vu que la dispersion sur la détermination du Pr_t est importante. Huang *et al.* (1995), ont obtenu en compressible des valeurs de Pr_t au centre du canal en accord avec la valeur incompressible, qui dans le cas présent est proche de 0.8.

Dans le tableau 4.9, on a signifié les écarts par rapport à la valeur moyenne dans la zone tampon et la zone log pour les deux transformations. Comme pour la vitesse, le cas Mach

	zone tampon	zone log
T_{iCDS}^+	$\pm 7.99\%$	$\pm 5.42\%$
T_r^{e+}	$\pm 4.72\%$	$\pm 3.62\%$

TAB. 4.9: Pourcentage de variation autour de la température totale moyenne des deux transformations en zone tampon et en zone logarithmique

5 a été exclu des estimations. Pour la température totale on relève également une diminution de moitié des écarts entre les transformations de van Driest et de Brun.

L'amélioration de la renormalisation, grâce à la transformation de Brun, des profils de vitesse moyenne, et surtout de la température totale, dans le cadre de nos simulations, constitue un des principaux résultats obtenus pour cette étude en canal isotherme. Après avoir renormalisé avec succès les profils de vitesse et de température totale, nous avons testé la transformation de Brun sur les fluctuations turbulentes de vitesse et de température.

En régime incompressible, la dépendance en Reynolds des écoulements ne modifie pas les lois établies pour les profils moyens, en revanche, il n'existe pas de renormalisation des fluctuations sur un profil universel. En régime compressible, le nombre de Mach apparaît comme un paramètre supplémentaire. Il n'est donc pas évident qu'une transformation, développée afin de contenir les effets de Mach pour les profils moyens, soit également en mesure de tenir compte des effets de Reynolds pour les fluctuations. Dans un premier temps, il semble évident qu'une renormalisation, qui ferait intervenir la vitesse de frottement u_τ comme échelle de vitesse et l'échelle visqueuse standard ν_w/u_τ comme échelle de longueur, ne serait pas adaptée. Il en serait de même, pour une normalisation basée les unités semi-locales de Bradshaw (1977). En effet, sur les figures 4.61 et 4.63, on peut voir que pour ces deux normalisations, on conserve une double dépendance en fonction du nombre de Mach et de Reynolds. Ceci est d'ailleurs confirmé par les figures 4.47 à 4.51, au sujet desquelles nous avons remarqué que l'utilisation de y^+ et u_τ n'était pas adaptée à la renormalisation des fluctuations de vitesse. En revanche, si on considère les normalisations semi-locales de Huang *et al.* (1995) et intégrale de Brun, on voit sur les figures 4.62 et 4.64 respectivement, que dans le premier cas, on supprime la dépendance en Reynolds à condition de travailler avec des profils de Reynolds locaux équivalents (Mach 1.5 $Re=3000$ et Mach 3 $Re=4880$), et dans le second cas, on supprime la dépendance en Mach à condition de travailler à Re_τ^c constant. Nous avons donc considéré uniquement ces deux normalisations.

Pour la renormalisation semi-locales de Huang *et al.* (1995), les échelles de vitesse et de longueur correspondent respectivement à la vitesse de frottement semi-locales, $u_\tau^* = \sqrt{\tau_w/\rho}$, et l'échelle visqueuse semi-locales définie par $\delta^* = \nu/u_\tau^*$. Sur les figures 4.74 à 4.76, nous avons représenté les fluctuations des trois composantes de vitesse renormalisées par ces échelles semi-locales.

La renormalisation des fluctuations longitudinales semble efficace, surtout en ce qui concerne la localisation du maximum. Cependant, l'amplitude de ce pic varie avec les nombres de Mach et de Reynolds. De plus, au centre du canal cette double dépendance est accentuée. Néanmoins, si on considère les cas Mach 1.5 et $Re=3000$ et Mach 3 et $Re=4880$, on constate que pour les trois composantes des fluctuations, les courbes sont

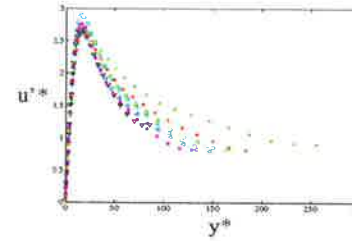


FIG. 4.74: Fluctuations de vitesse longitudinale en renormalisation semi-locales.

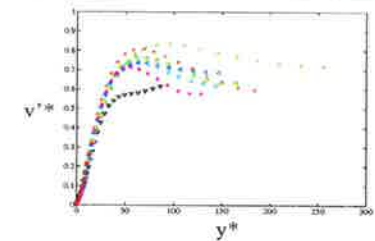


FIG. 4.75: Fluctuations de vitesse normale en renormalisation semi-locales.

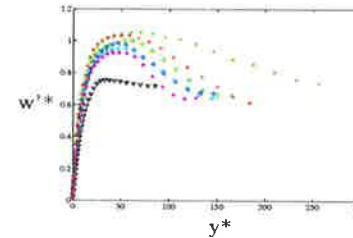


FIG. 4.76: Fluctuations de vitesse normale en renormalisation semi-locales.

relativement proches, bien que l'amplitude du pic de production varie toujours avec le nombre de Mach. On rappelle que ces deux cas présentent des profils de Reynolds locaux similaires (*cf* figure 4.9).

On considère maintenant la renormalisation de Brun. Comme nous avons utilisé une échelle intégrale, nous ne pouvons pas définir d'échelle de vitesse et de longueur de la même façon que précédemment. Aussi nous avons considéré que les fluctuations de vitesses correspondent à de petits incréments de vitesse moyenne :

$$\text{par analogie } \begin{cases} dU^{c+} = \frac{y^+}{y^{c+}} \frac{\mu_w}{\mu} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_w}} dU^+ \\ u^{c+} = \frac{y^+}{y^{c+}} \frac{\mu_w}{\mu} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_w}} u^+ \end{cases} \quad (4.59)$$

on remarquera que si on applique la même procédure à la transformation de van Driest, on retrouve les fluctuations en renormalisation semi-locales de Huang *et al.* (1995) :

$$\text{par analogie } \begin{cases} dU_{VD}^+ = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_w}} dU^+ \\ u^+ = \frac{u'}{u_\tau^*} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_w}} \frac{u'}{u_\tau} \end{cases} \quad (4.60)$$

Ainsi, nous avons obtenu les profils de fluctuations renormalisées par la transformation de Brun, présentés sur les figures 4.77 à 4.79.

A première vue, les profils dépendent du nombre de Mach et du nombre de Reynolds. Néanmoins, il se dégage la tendance suivante : à Re_τ^c constant, la renormalisation limite les effets de compressibilité. En effet pour l'ensemble des simulations à $Re = 3000$, les valeurs de Re_τ^c , répertoriées dans le tableau 4.7, ne varient que faiblement autour de $Re_\tau^c = 180$,

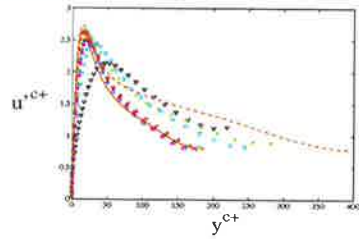


FIG. 4.77: Fluctuations de vitesse longitudinale en renormalisation Brun.

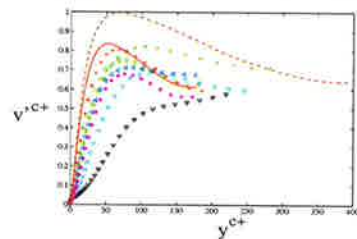


FIG. 4.78: Fluctuations de vitesse normale en renormalisation Brun.

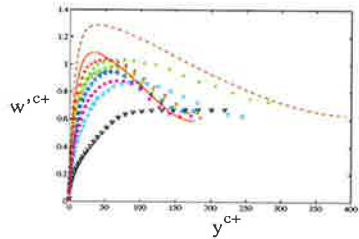


FIG. 4.79: Fluctuations de vitesse normale en renormalisation Brun.

et tous ces cas présentent un profil de fluctuations quasiment identique. De plus, si on compare ces profils au profil incompressible pour lequel on aurait un Re_τ^c équivalent, on constate qu'il y a concordance. En régime incompressible, comme les propriétés moyennes de l'écoulement ne varient pas, on vérifie $Re_\tau^c = Re_\tau$ et $y^{c+} = y^+$. La courbe en rouge sur les profils de fluctuations correspond donc à la DNS incompressible de Moser *et al.* (1999) à $Re_\tau = 180$. Si on regarde en région de proche paroi, on vérifie que les fluctuations obtenues pour le cas Mach 1 et $Re = 3000$, pour lequel Re_τ^c est le plus proche de 180, correspondent le mieux aux fluctuations obtenues en régime incompressible. La variation en amplitude du pic de fluctuation pour les cas à $Re = 3000$ serait donc liée à la légère variation de Re_τ^c . Cela semble se confirmer si on considère les simulations à $Re = 4880$. Pour ces trois cas, les écarts en Re_τ^c sont plus importants ($Re_\tau^c \in [220; 280]$), d'où une déviation croissante dans la localisation et l'amplitude du pic de fluctuation. Si on compare avec la DNS de Moser *et al.* (1999) à $Re_\tau = 395$ représentée en pointillés marrons sur les figures (il s'agit de la DNS disponible, la plus proche des Re_τ^c obtenus à $Re = 4880$), on peut effectivement penser qu'à Re_τ^c constant on obtiendrait un profil de fluctuation unique. Cette tendance est moins marquée sur les profils des fluctuations normale et transversale, mais on la retrouve néanmoins dans l'allure générale des courbes.

Il est donc difficile de trancher sur la qualité respective des renormalisations semi-locale et de Brun, il faudrait pour cela vérifier l'hypothèse qu'à Re_τ^c constant, il n'y a plus de dépendance en Mach des profils de fluctuation, ce qui ne semble pas être le cas avec la renormalisation semi-locale, même pour des simulations qui conservent le profil de Reynolds local. Pour répondre à cette question, il faudrait envisager de considérer par exemple les simulations suivantes :

- test du scaling semi-local : conservation du profil du Reynolds local en aug-

- mentant le nombre de Mach au delà de 3, ce qui nécessite d'augmenter Re ;
- test du scaling Brun : conservation de Re_τ^c , en augmentant également Reynolds (pour $Re_\tau^c = 395$: comparaison de la DNS de Moser *et al.* (1999) avec le cas (Mach 1, $Re \approx 7000$) et le cas (Mach 3, $Re \approx 8160$)).

Nous avons également représenté les fluctuations normalisées de température totale, obtenues, comme pour la vitesse, à l'aide d'incrément de la température totale modifiée. On peut présager à partir de la figure 4.80, la même invariance que pour les fluctuations de vitesse, à nombre de Reynolds de frottement modifié Re_τ^c constant.

L'hypothèse d'une invariance des fluctuations avec Mach, pour Re_τ^c donné, est renforcée

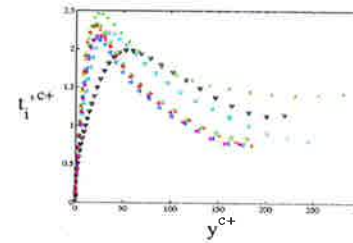


FIG. 4.80: Fluctuations de température totale en renormalisation Brun.

lorsqu'on regarde les corrélations spatiales en deux points tracées en fonction de z^{c+} . On peut voir sur la figure 4.81, que l'espacement préférentiel des stries à Re_τ^c donné, est quasiment constant : $\lambda_z^{c+} \approx 130$ pour $Re_\tau^c = 180$ et $\lambda_z^{c+} \approx 160$ pour $Re_\tau^c = 250$.

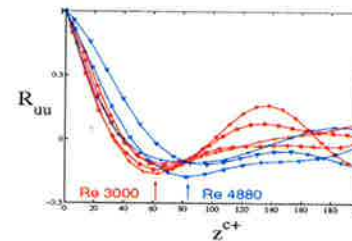


FIG. 4.81: Corrélation spatiale transversales en renormalisation Brun. symboles : Mach cf tableau 4.2; — Re=3000; --- Re=4880.

Mach	Re 3000					Re 4880				
	λ_z^{c+}	0.3	1	1.5	1.5 DNS	2	1	3	3DNS	5
	127	130	136.6	≈ 130	133.7	160.3	164.7	≈ 160	192.6	

TAB. 4.10: Espacement préférentiel normalisé des stries

Concernant la modélisation des profils moyens et des fluctuations, nous avons été en mesure de dériver une transformation permettant de prendre en compte à la fois les effets de viscosité et ceux de masse volumique, considérés dans la transformation de van Driest et la transformation de Carvin *et al.* (1988). Cette nouvelle transformation améliore grandement la renormalisation de nos profils moyens. De plus, si on travaille

à des nombres de Reynolds de frottement modifiés Re_τ^* constants, on pressent une invariance des profils des fluctuations de vitesse et de température totale. Bien que nécessitant des vérifications, ceci fournit une base acceptable à la modélisation des écoulements compressibles cisailés. Pour compléter cette partie modélisation, il nous reste à aborder les relations entre le flux de chaleur et le flux de quantité de mouvement, connues sous le nom d'analogies de Reynolds (RA) en incompressible, et d'Analogies Fortes de Reynolds (SRA) en compressible. Ceci fait l'objet de la prochaine partie.

4.4 Analogie forte de Reynolds

(Dans cette partie, on considère les grandeurs dimensionnées, mais pour éviter une notation trop lourde, on ne les signalera pas par l'exposant * comme précédemment)

L'analogie de Reynolds stipule que les taux de transfert turbulents de chaleur et de quantité de mouvement sont semblables lorsque le nombre de Prandtl est égal à l'unité. Cette analogie permet notamment de relier les résultats de convection de chaleur au frottement pariétal, qui est souvent plus facile à mesurer. En régime compressible, Young (1961) a étudié l'analogie entre les équations de transport de quantité de mouvement et d'enthalpie totale. Toujours dans le cas de Pr égal à 1, les équations sont semblables, et on peut considérer deux cas :

- dans le cas d'une paroi chauffée ou refroidie, les grandeurs moyennes et fluctuantes de température totale et de vitesse sont reliées par le flux pariétal et le frottement pariétal. Pour un flux de chaleur faible, Cebeci & Smith (1974) ont développé ceci en supposant une relation de type Crocco-Buseman entre la vitesse et la température moyennes, ce qui leur a permis d'aboutir à la relation :

$$\frac{t'_{rms}}{T} = \left[1 + C_p \frac{T_w - T_{te}}{T} \frac{U}{U_e} \right] (\gamma - 1) M_t^2 \frac{u'_{rms}}{U} \quad (4.61)$$

Cette relation sera notée ESRA, pour 'Extended SRA'.

- dans le cas d'une paroi adiabatique, les relations obtenues par Young (1961) ont été reformulées par Morkovin pour donner les relations de la SRA. En supposant que les fluctuations rms de température totale sont négligeables, on obtient les relations suivantes :

$$\frac{t'_{rms}}{T} = (\gamma - 1) M_t^2 \frac{u'_{rms}}{U} \quad (4.62)$$

$$R_{uT} = \frac{\langle u't' \rangle}{u'_{rms} t'_{rms}} = -1 \quad (4.63)$$

$$\langle v't' \rangle = -\frac{U}{C_p} \langle u'v' \rangle \quad (4.64)$$

$$\frac{\langle v't' \rangle}{T} = -(\gamma - 1) M_t^2 \frac{\langle u'v' \rangle}{U} \quad (4.65)$$

$$\langle v't'_0 \rangle = \langle v't' \rangle + \frac{U}{C_p} \langle u'v' \rangle = 0 \quad (4.66)$$

Morkovin était conscient du fait que les fluctuations de température totale mesurées en couche limite adiabatique ne sont pas négligeables devant les fluctuations de température. Debieve *et al.* (1979) ont établi que cette hypothèse était suffisante mais pas nécessaire. En effet, malgré de fortes fluctuations, les cinq relations précédentes de la SRA sont relativement bien satisfaites. Il faut toutefois préciser que ce n'est pas le cas au sens strict du terme, puisque R_{uT} est généralement légèrement inférieur à 1 et le Prandtl turbulent, qui peut être considéré comme le rapport entre le transport turbulent de chaleur et le transport turbulent de quantité de mouvement est également inférieur à 1.

Si la SRA, et la ESRA, sont bien vérifiées pour les couches limites, adiabatiques ou avec un faible flux de chaleur pariétal, ces relations ne sont plus valables lorsqu'on considère des parois isothermes.

Gaviglio (1987), Rubesin (1990) et Huang *et al.* (1995), proposent de nouvelles relations, que l'on a qualifié de 'modified SRA' (MSRA). Ces relations ont toutes la même forme :

$$\frac{t'_{rms}}{T} = \frac{1}{c(\partial T_i / \partial T - 1)} (\gamma - 1) M_t^2 \frac{u'_{rms}}{U} \quad (4.67)$$

La constante c est fixée à 1 pour Gaviglio (1987), à 1.34 pour Rubesin (1990) et Huang *et al.* (1995) ont montré qu'elle était approximativement égale au nombre de Prandtl turbulent.

Avant de comparer les différentes formulations de ces analogies de Reynolds pour nos simulations, on expose les relations que nous avons dérivées dans le cas précis du canal. Nous avons vu que la relation 4.5, de type Crocco-Buseman, établie pour le canal laminaire était relativement bien satisfaite en régime turbulent avec des écarts maximum au centre du canal inférieurs à 7%. Comme Cebeci & Smith (1974) pour la couche limite, nous avons utilisé cette relation entre la température et la vitesse moyenne pour établir une analogie propre au canal isotherme : la CESRA pour 'Channel ESRA', Brun & Haberkorn (2004). Les fluctuations d'enthalpie totale, pour lesquelles nous n'avons conservé que les termes linéaires en fluctuation, s'écrivent :

$$h'_i = C_p t' + U u' \quad (4.68)$$

Mais on peut également écrire à partir de la loi 4.5 :

$$h'_i = Pr u' U + \frac{3 - 2Pr}{3} u' U \quad (4.69)$$

on obtient donc à partir de ces deux relations :

$$C_p t' = Pr u' \left(U_b - \frac{2}{3} U \right) \quad (4.70)$$

Il en découle cinq relations, qui sont le pendant en canal isotherme, des relations 4.62 à

4.66 développées en couche limite adiabatique :

$$\frac{t'_{rms}}{T} = (\gamma - 1)Pr_t M_t^2 \left(\frac{U_b}{U} - \frac{2}{3} \right) \frac{u'_{rms}}{U} \quad (4.71)$$

$$R_{uT} = \frac{\langle u't' \rangle}{u'_{rms} t'_{rms}} = 1 \quad (4.72)$$

$$\langle v'T' \rangle = \frac{Pr}{C_p} \langle u'v' \rangle \left(U_b - \frac{2}{3}U \right) \quad (4.73)$$

$$\frac{\langle v'T' \rangle}{T} = Pr(\gamma - 1)M_t^2 \frac{\langle u'v' \rangle}{U^2} \left(U_b - \frac{2}{3}U \right) \quad (4.74)$$

$$\langle v't'_t \rangle = \langle v't' \rangle \left(1 + \frac{1}{Pr} \frac{U}{U_b - \frac{2}{3}U} \right) \quad (4.75)$$

La relation 4.72 indique que les fluctuations de vitesse et de température sont corrélées et non anti-corrélées comme le suggère la SRA classique. Sur la figure 4.82, nous avons tracé la densité de probabilité jointe des fluctuations de vitesse et de température en $y/h \simeq 0.046$. Nous n'avons représenté que le cas Mach 1.5, les autres simulations donnant des résultats analogues. On retrouve la forte corrélation des fluctuations.

Sur la figure 4.83, nous avons tracé les fluctuations rms de température adimensionnées

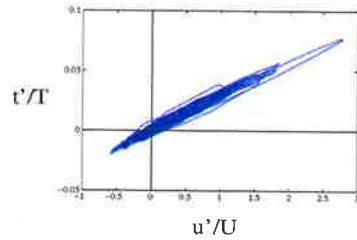


FIG. 4.82: Densités de probabilité jointes : Mach 1.5.

obtenues par la simulation ainsi que le résultat des différentes analogies, données par les relations 4.62, 4.61 et 4.67. A nouveau, nous n'avons représenté que le cas Mach 1.5, les résultats étant représentatifs de l'ensemble des simulations.

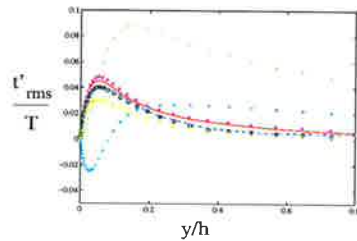


FIG. 4.83: Fluctuations rms de température adimensionnées : — LES, . SRA (4.62), x CESRA (4.71), + ESRA (4.61), o MSRA-c = 1 (4.67), * MSRA-c = 1.34 (4.67), - - MSRA-c = Pr_t (4.67).

D'emblée, on constate qu'effectivement, la SRA et la ESRA ne sont pas adaptées pour le canal isotherme. Les différentes MSRA permettent de retrouver l'allure générale,

et comme Huang *et al.* (1995), on constate qu'elles sous-estiment toujours les fluctuations. Parmi ces trois MSRA, c'est celle proposée par Huang *et al.* (1995), que l'on désignera par HSRA, avec $c = Pr_t$, qui fournit la meilleure estimation des fluctuations de température. L'analogie que nous avons développée (CESRA), surestime les fluctuations, mais donne également de bons résultats. Nous avons reproduit sur les figures 4.84 à 4.87 les fluctuations et leurs modélisations, en ne considérant que la HSRA et la CESRA, afin de comparer qualitativement ces deux analogies. Nous ne considérerons ici que les simulations à $Re=3000$, afin d'écartier tous problèmes liés à la convergence ou à la relaminarisation des simulations observés dans les cas Mach 1 et Mach 5 à $Re=4880$. A bas Mach, la relation

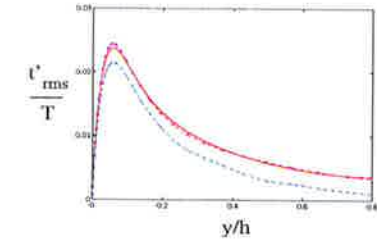
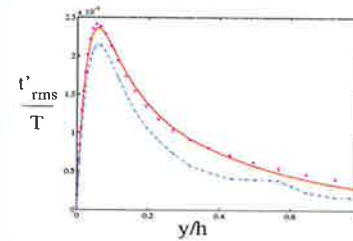


FIG. 4.84: Fluctuations rms de température adimensionnées : — LES, x CESRA, — HSRA : Mach 0.3. FIG. 4.85: Fluctuations rms de température adimensionnées : — LES, x CESRA, — HSRA : Mach 1.

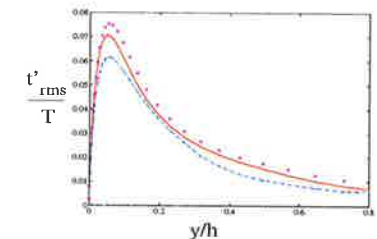
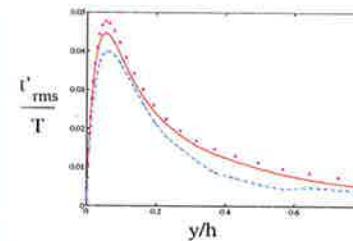


FIG. 4.86: Fluctuations rms de température adimensionnées : — LES, x CESRA, — HSRA : Mach 1.5. FIG. 4.87: Fluctuations rms de température adimensionnées : — LES, x CESRA, — HSRA : Mach 2.

développée pour le canal donne de très bons résultats, mais lorsque le Mach augmente, la relation 4.5 étant de moins en moins satisfaite, on surestime de plus en plus l'intensité du pic de fluctuation. Il est cependant difficile de juger de la qualité des deux analogies. En effet, la HSRA faisant intervenir le nombre de Prandtl turbulent et la dérivée de température totale par rapport à la température, nous n'excluons pas un manque de précision dans sa détermination. Cette étude sur les analogies de Reynolds doit être approfondie, néanmoins, il semble que les relations, développées à partir d'une loi vitesse/température de type Crocco-Buseman, fournissent des résultats assez satisfaisants pour nos simulations.

4.5 Conclusion

Cette partie du travail de thèse a porté sur l'étude des effets de compressibilité dans un écoulement turbulent de canal plan. Elle a été réalisée en simulations numériques des grandes échelles, et présente un bon accord avec les résultats de la SND de référence de Coleman *et al.* (1995).

La dynamique de l'écoulement moyen de canal est sensiblement différente de celle observée en couche limite adiabatique, l'homogénéité spatiale impose une condition isotherme de paroi. Elle se caractérise par la présence de forts gradients de température, de masse volumique et de viscosité près des parois. Ces variations des propriétés moyennes de l'écoulement sont à l'origine de la majorité des effets de compressibilité répertoriés. Parmi ces effets, nous avons mis en évidence l'élargissement des structures de haute et basse vitesse localisées en région de proche paroi. De la même façon, la diminution du nombre de structures cohérentes d'un même niveau du critère Q , semble confirmer la baisse de la production turbulente dont il est fait mention dans la littérature.

La validité des hypothèses de Morkovin n'est que partielle, et la correction en masse volumique, proposée par ce dernier, n'est pas satisfaisante dans le cadre de nos simulations. En particulier, les renormalisations de van Driest (1951) pour la vitesse moyenne et de Carvin *et al.* (1988) pour la température totale, appliquées avec succès en couche limite, ne sont pas adaptées au cas du canal compressible. Nous proposons une nouvelle unité de paroi ; il s'agit d'une échelle intégrale, dont la dépendance par rapport au nombre de Mach est plus faible que pour les échelles locales ou semi-locales proposées dans la littérature. Avec cette échelle et à partir des deux transformations citées précédemment, nous avons développé une nouvelle transformation, qui intègre une correction en masse volumique et en viscosité. Cette transformation de Brun, nous permet de renormaliser avec succès les profils de vitesse moyenne et de température totale moyenne. Les lois logarithmiques, obtenues respectivement pour la vitesse et pour la température totale, s'écrivent :

$$U^{c+} = \frac{1}{0.41} \log(y^{c+}) + 7.2 \quad \text{et} \quad T_i^{c+} = \frac{0.8}{0.41} \log(y^{c+}) + 3.3$$

De plus, cette transformation devrait permettre de renormaliser avec succès les fluctuations de vitesse longitudinale et de température totale, sous réserve de travailler à un nombre de Reynolds de frottement modifié Re_τ^c constant.

Enfin, à partir d'une relation de type Crocco-Buseman, établie pour le canal, nous avons développé une analogie de Reynolds propre au canal, qui semble donner des résultats concluants au moins jusqu'à Mach 2.

Afin de compléter cette étude, et pour valider complètement ces deux derniers points, des simulations supplémentaires, à nombre de Reynolds et de Mach plus élevés, sont toutefois nécessaires. En particulier il sera intéressant de travailler exactement à Re_τ^c constant. Nous envisageons également de considérer des moyennes de Favre, afin de vérifier que pour un nombre de Mach supérieur à 3, la différence entre les deux moyennes reste faible. Enfin, il serait intéressant de tester la transformation de Brun, en couche limite adiabatique.

Chapitre 5

Étude pulsée : propagation acoustique

5.1 Problématique

Ce deuxième volet de la thèse concerne la pulsation d'un écoulement turbulent. On peut considérer la pulsation comme la superposition d'une partie moyenne et d'une partie oscillante, ce qui fournit deux lectures possibles à notre étude :

- la première correspond à l'étude de l'effet de la partie oscillante sur la partie moyenne, qui nous renseignera quant à l'influence d'un forçage périodique sur la turbulence ;
- la seconde correspond à l'objectif principal de ce volet de la thèse : l'étude de l'effet de la partie moyenne sur la partie oscillante nous permettra d'étudier la propagation acoustique en milieu turbulent.

La partie oscillante d'un écoulement pulsé à faible amplitude peut, en effet, être assimilée à une onde sonore se propageant en milieu turbulent, et dont nous nous proposons d'étudier l'atténuation. Les premiers à avoir utilisé la pulsation d'un écoulement pour étudier expérimentalement l'atténuation sonore sont Ronneberger & Arhens (1977). Depuis, la plupart des études de turbulence pulsée ont permis de retrouver les résultats propres à l'évolution de l'atténuation sonore, et cela, indépendamment de l'amplitude de forçage. On peut citer en particulier les travaux de Tu & Ramaprian (1983), Mao & Hanratty (1986), Brereton & Reynolds (1991), Tardu & Binder (1993), ou encore Scotti & Piomelli (2001).

Lors de la propagation acoustique en conduit ou lors de la pulsation d'un écoulement, des ondes de cisaillement et de chaleur sont générées aux parois et se propagent normalement à celles-ci. L'onde de cisaillement se propage sur une distance qui dépend de la diffusion ; cette distance a été définie par Stokes (1950) pour un écoulement au repos mis en mouvement par une plaque oscillante à la fréquence ω^* (on rappelle que l'exposant * fait référence à des grandeurs dimensionnées). Il s'agit de l'épaisseur de couche de Stokes l_s^* , définie par $l_s^* = \sqrt{2\nu^*/\omega^*}$. A partir des impédances pariétales Z_r^* et Z_q^* des ondes de cisaillement et de chaleur, que l'on définira plus précisément dans le cadre du canal pulsé, on peut déduire l'atténuation sonore. En effet, on verra que la partie réelle de l'impédance totale moyenne Z^* , somme pondérée de Z_r^* et Z_q^* , fournit une mesure directe de cette atténuation.

On peut alors s'intéresser à l'évolution de l'atténuation de l'onde acoustique en fonction

de la fréquence. La propagation d'une onde sonore dans un conduit en l'absence d'écoulement a été étudiée pour la première fois par Kirchhoff (1868), puis par Rayleigh (1896) et plus tard par Tidjeman (1975). On considère la propagation d'ondes sonores en amont et en aval dans un conduit, stationnaires en moyenne. En l'absence d'écoulement et pour un conduit de dimensions transverse et normale respectivement L_z^* et L_y^* , le coefficient d'atténuation sonore est donné par :

$$\alpha_o^* = \frac{\sqrt{\omega^*} L_z^* + L_y^*}{c_o^* \sqrt{2} L_z^* L_y^*} \sqrt{\nu^*} [1 + (\gamma - 1) Pr^{-1/2}] \quad (5.1)$$

où c_o^* correspond à la vitesse du son, ν^* est la viscosité cinématique, γ le rapport des chaleurs spécifiques et Pr le nombre de Prandtl. L'atténuation sonore est principalement le résultat de pertes visqueuses et thermiques aux parois du conduit et elle augmente comme la racine carrée de la fréquence ou de façon équivalente, elle augmente linéairement avec l'épaisseur de couche limite acoustique qui, dans ce cas, est égale à l'épaisseur de couche de Stokes : $l_a^* = l_s^* = \sqrt{2\nu^*/\omega^*}$.

En présence d'un écoulement, le coefficient d'atténuation de l'onde se propageant en amont, α^- , est différent de celui de l'onde se propageant en aval, α^+ . Il s'agit d'un effet convectif qui augmente avec le nombre de Mach. Ces effets sur l'atténuation globale $\alpha_o^* = \frac{1}{2}(\alpha^+ + \alpha^-)$, sont estimés négligeables pour Mach(0.3).

Dans le cas où l'onde acoustique se propage en écoulement turbulent, l'atténuation varie en fonction de la fréquence. Trois régimes ont été mis en évidence; ils sont illustrés sur les figures 5.1 à 5.5. Les limites de ces trois régimes sont données en fonction des couples (ω^*/l_a^*) qui sont adimensionnés par la viscosité cinématique ν^* et une vitesse de frottement moyenne u_r^* de la façon suivante :

$$w^+ = w^* \frac{\nu^*}{u_r^{*2}} \quad (5.2)$$

$$l_a^+ = l_a^* \frac{u_r^*}{\nu^*} \quad (5.3)$$

avec $u_r^* = \sqrt{\tau_w^*/\rho_w^*}$ et $\tau_w^* = \mu_w^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*}$.

La pulsation adimensionnée ω^+ correspond à un nombre de Strouhal; en fonction de ce nombre, l'épaisseur de couche limite acoustique adimensionnée s'écrit : $l_a^+ = \sqrt{2/\omega^+}$. Les figures 5.1 et 5.2 ont été obtenues à partir des données de Ronneberger & Arhens (1977). Nous avons utilisé les résultats de nos simulations numériques pour l'écoulement non-pulsé à Mach 0.3 pour le spectre (figure 5.3) et le profil de la vitesse (figure 5.4) ainsi que pour le profil de viscosité turbulente (figure 5.5). Les limites reportées sur les figures correspondent à une moyenne des valeurs répertoriées dans la littérature; elles ne sont mentionnées qu'à titre de comparaison avec les fréquences et épaisseurs particulières de la turbulence.

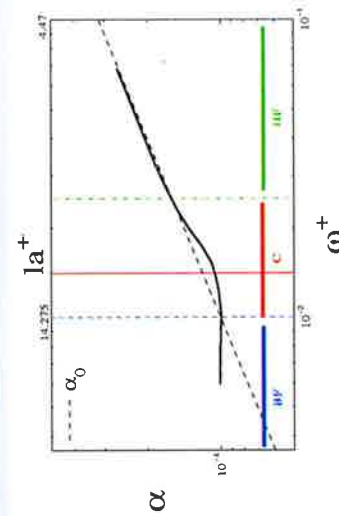


FIG. 5.1: Atténuation sonore turbulente et laminaire

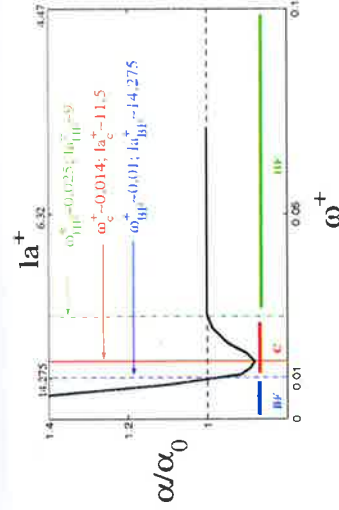


FIG. 5.2: Atténuation turbulente normalisée par l'atténuation laminaire

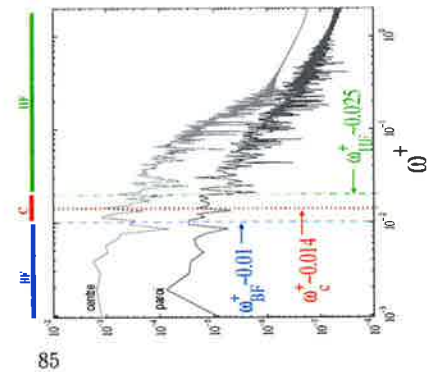


FIG. 5.3: Spectre temporel de la vitesse longitudinale au centre et à la paroi du canal

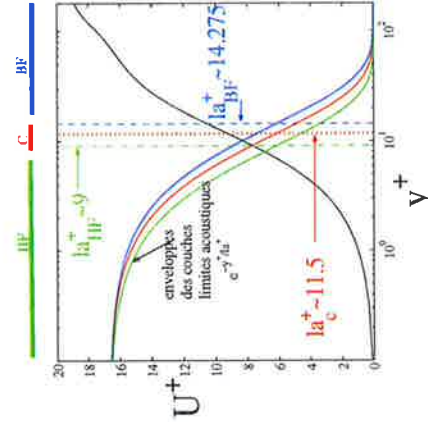


FIG. 5.4: Profil de vitesse moyenne et couche limite acoustique

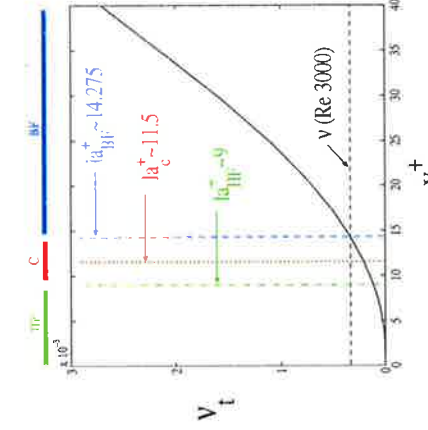


FIG. 5.5: Profil de viscosité turbulente

Avant de décrire plus précisément ces trois comportements, on présente deux interprétations du rôle de la turbulence dans l'atténuation de l'onde sonore. Ces deux interprétations ne sont pas totalement indépendantes puisque la fréquence et l'épaisseur de couche limite acoustique sont liées. La première interprétation se fait en terme de fréquence : si la fréquence de l'onde est plus petite que toutes les fréquences présentes dans le spectre de la turbulence, figure 5.3, alors la torsion des structures tourbillonnaires par le champ acoustique est irréversible. La période acoustique $T_a = 2\pi/\omega$ est grande devant le temps de relaxation de la turbulence nécessaire à la modification des contraintes de cisaillement pour prendre en compte la modification acoustique du profil de vitesse. L'énergie acoustique est ainsi absorbée par la turbulence et l'atténuation sonore augmente. En revanche, si la fréquence est grande, on peut faire l'hypothèse d'une turbulence gelée, qui n'aura aucun effet sur l'atténuation. La seconde interprétation se fait en terme d'épaisseur de couche limite acoustique et de viscosité turbulente. En première approximation, on peut assimiler la turbulence à un simple profil de viscosité turbulente, qui va modifier le taux de diffusion dans la couche limite acoustique. Si on considère le profil de viscosité turbulente de la figure 5.5, on voit que pour des couches limites acoustiques qui se propagent en dehors de la zone visqueuse, $l_a^* \delta_t^*$, la viscosité turbulente devient prépondérante et on s'attend à une hausse de l'atténuation. En revanche, pour des couches limites acoustiques très fines, la viscosité turbulente est négligeable devant la viscosité cinématique et la turbulence ne va probablement pas affecter l'atténuation. En gardant ces deux interprétations à l'esprit, on va décrire les trois comportements de façon plus détaillée :

1. le régime haute fréquence (— HF) : pour ce régime, on peut estimer que durant une période acoustique il n'y a pas de changement dans la structure de la turbulence qui est comme gelée. Il n'y a pas d'interaction entre la turbulence et le champ acoustique et on retrouve la même atténuation qu'en présence d'un écoulement laminaire. Si on raisonne en fonction des deux interprétations précédentes, on constate, d'une part, sur la figure 5.3, que la fréquence se situe dans la zone haute fréquence du spectre de la turbulence, et d'autre part, les figures 5.4 et 5.5 nous indiquent que la couche limite acoustique est confinée dans la zone visqueuse où la viscosité turbulente est négligeable. On peut alors écrire $l_a^* = l_s^* = \sqrt{2\nu^*/\omega^*}$ et l'atténuation α^* varie comme en présence d'un écoulement laminaire, ie comme la racine carrée de la fréquence, d'où un rapport α^*/α_0^* égal à 1.
2. le régime basse fréquence (— BF) : comme le montrent les figures 5.1 et 5.2, l'atténuation sonore en régime basse fréquence ne dépend plus de la pulsation, mais augmente par rapport à l'atténuation en écoulement laminaire. Le fait que l'atténuation reste constante avec la fréquence n'est pas expliqué, Ingard & Singhal (1974) ont retrouvé ce résultat à l'aide d'une théorie quasi-stationnaire pour laquelle on suppose que la fréquence est suffisamment faible pour que les propriétés de l'écoulement turbulent varient de façon quasi-stationnaire. La turbulence a le temps d'absorber l'énergie acoustique de façon irréversible et la couche limite acoustique se développe au-delà de la sous-couche visqueuse. La diffusion turbulente n'est plus négligeable, d'où une hausse de l'atténuation sonore par rapport au cas laminaire. Au regard des deux interprétations, on peut noter sur la figure 5.3 que la fréquence est effectivement inférieure aux plus petites fréquences du spectre turbulent, et sur les figures 5.4 et 5.5, que pour l'épaisseur de couche limite, supérieure à δ_t^* , la visco-

sité turbulente est supérieure à la viscosité cinématique. Cette fois, on peut écrire $l_a^* \simeq l_t^* = \sqrt{2(\nu^* + \nu_t^*)/\omega^*}$, l_t ayant été introduite par Tu & Ramaprian (1983) puis reprise par Scotti & Piomelli (2001) et correspondant à l'équivalent turbulent de l'épaisseur de couche de Stokes l_s .

3. la zone intermédiaire (— C) : la transition entre les deux comportements précédents correspond à une zone critique où l'atténuation en présence d'un écoulement turbulent atteint un minimum qui est plus faible que pour un écoulement laminaire. Dans cette zone, la fréquence est commensurable avec les fréquences de la turbulence, et la couche limite acoustique se développe dans une zone où les effets visqueux et les effets turbulents sont du même ordre de grandeur $l_a^* \simeq \delta_t^*$ et $\nu_t^* \simeq \nu^*$. Ronneberger & Arhens (1977) expliquent la réduction de l'atténuation par des interférences destructives entre l'onde de cisaillement et l'onde réfléchie à la limite de la sous-couche visqueuse en raison de la viscosité turbulente. Le minimum est obtenu pour des réflexions situées à la frontière de la couche visqueuse. Dans le cadre de la turbulence pulsée, ce minimum correspond à un minimum de l'impédance de cisaillement, qui d'après Tardu & Binder (1993) est obtenu lorsque la fréquence de pulsation est proche d'une fréquence caractéristique de la production turbulente en région de proche paroi et précisent (Tardu & Binder (1997)) que la fréquence critique est du même ordre de grandeur que la fréquence de burst à éjections multiples. Un burst est un processus au cours duquel une strie est détruite, il peut impliquer une ou plusieurs éjections de fluide basse vitesse de la paroi vers la région externe de l'écoulement. Bogard & Tiederman (1987) ont montré que ce processus joue un rôle majeur dans la production des contraintes de cisaillement $\langle u'v' \rangle$. Cependant, outre la distinction entre un burst simple éjection et un burst multiples éjections, il faut remarquer que le phénomène d'éjection présente un caractère intermittent qui ne facilite pas la détermination d'une fréquence de burst unique. Par conséquent, la comparaison de la fréquence critique avec une unique fréquence caractéristique de la dynamique des structures cohérentes n'est pas immédiate.

Il est difficile de trancher quant aux rôles respectifs de la fréquence et de l'épaisseur de couche limite acoustique dans ces trois comportements, puisque ces deux paramètres sont liés. C'est un point sur lequel nous avons essayé d'apporter une réponse au cours de notre étude. Comme nous l'avons mentionné, des modèles ont été développés afin de retrouver les trois comportements (la turbulence y est modélisée par l'ajout d'une viscosité turbulente). Ronneberger & Arhens (1977) ont utilisé une hypothèse de van Driest pour calculer la viscosité turbulente et Howe (1984) a utilisé un modèle dans lequel la viscosité turbulente varie linéairement avec la distance à la paroi mais est négligée dans la sous-couche visqueuse. Ces modèles permettent généralement de retrouver l'atténuation dans les régimes hautes et basses fréquences; en revanche, ils sont moins efficaces en ce qui concerne la modélisation de la zone critique. Avec le modèle de van Driest, Ronneberger & Arhens (1977) ne retrouvent pas le minimum d'atténuation. Howe (1984) parvient à retrouver ce minimum, mais il décalé en fréquence et fortement sous-estimé. Même avec leur modèle de viscosité turbulente infinie, 'rigid plate model', qui surestime la réflexion de l'onde de cisaillement, Ronneberger & Arhens (1977) ne parviennent pas à retrouver fidèlement le minimum qui est sous-estimé et correspond à un couple (ω^+, l_a^+) différent de celui observé expérimentalement. Plus récemment, Ronneberger (1991) a proposé de tenir compte dans ce modèle, la dépendance en phase de la viscosité turbulente apparaissant

dès les fréquences de la zone intermédiaire, prenant ainsi en compte le temps de réponse de la turbulence. De cette manière, en estimant que le temps de réponse de la turbulence est de l'ordre de $100\nu^*/u_\tau^{*2}$, et en fixant l'épaisseur de la sous-couche visqueuse à $\delta_\tau^+ \simeq 12.5$ afin de retrouver la limite quasi-stationnaire, le modèle est en mesure de reproduire assez fidèlement la zone critique.

Dans la première partie de ce chapitre, on va étudier un écoulement pulsé à Mach 0.3 et $Re=3000$. On commencera par rappeler les références bibliographiques portant sur les écoulements turbulents oscillants ou pulsés. Après avoir donné la solution correspondant à la pulsation d'un écoulement laminaire, à laquelle on fera abusivement référence comme étant la solution de Kirchhoff-Stokes, on présentera les résultats des simulations pulsées pour deux amplitudes de forçage, 70% et 20% du débit moyen. Après avoir étudié l'effet de la pulsation sur la turbulence, on se penchera sur l'évolution du frottement avec la pulsation pour une interprétation acoustique.

L'analogie acoustique/pulsé est rigoureusement valable dans l'hypothèse de faibles amplitudes de forçage, même si à forte amplitude, cela semble toujours être le cas. Nous avons donc considéré la limite d'une amplitude nulle où l'onde sonore est assimilée à un scalaire passif, oscillant à la paroi, advecté par un écoulement turbulent non-pulsé. Cette approche, qui sera abordée dans la seconde partie, présente principalement deux avantages : d'une part, on supprime la rétro-action de l'acoustique sur la turbulence afin de voir si les différents comportements caractérisant l'atténuation correspondent ou non à des phénomènes linéaires, et d'autre part, en introduisant un nombre de Schmidt lié à la diffusivité du scalaire, on dissocie la pulsation de la distance de pénétration de l'onde de cisaillement, avec pour objectif de départager entre les deux interprétations mentionnées plus haut. En outre, une seule simulation nous permet de considérer plusieurs scalaires, donc plusieurs pulsations, ce qui était grandement appréciable au vu du coût des simulations d'écoulement pulsé (cf chapitre 3). Enfin, dans une troisième partie, on reviendra sur l'utilisation des modèles proposés pour représenter l'action de la turbulence sur l'atténuation sonore, tout d'abord avec l'implémentation des profils de viscosité turbulente obtenus par SND ou SGE, dans les modèles linéaires, puis en considérant une distribution de viscosité turbulente qui dépend de la phase, dans une approche numérique.

Pour finir, on donnera les conclusions et les perspectives concernant l'étude de la propagation acoustique en milieu turbulent.

5.2 Canal pulsé

5.2.1 Solution laminaire

Dans cette partie, on va présenter la solution analytique laminaire pulsée dans un canal plan quasi-incompressible où les parois se situent en $y^*/h = \pm h$. L'équation de mouvement longitudinale adimensionnée par les grandeurs de référence s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\nu}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\gamma M^2} \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (5.4)$$

Pour cet écoulement, comme dans le cas non-pulsé, on a toujours une vitesse normale nulle et la vitesse longitudinale ne dépend que de la distance à la paroi et du temps :

$u = u(y, t)$, avec $y \in [-1; 1]$. On va considérer que la pulsation est introduite par un gradient de pression instationnaire, dont on ne conserve que les termes en ω (ω^*h/U_b) dans le développement en série de Fourier :

$$\frac{1}{\gamma M^2} \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = a_0 + a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t) \quad (5.5)$$

Dans la mesure où l'on considère le changement de variable suivant :

$$u_o = u - \frac{a_1}{\omega} \sin(\omega t) + \frac{b_1}{\omega} \cos(\omega t) + \frac{a_0 Re}{2\nu} (y^2 - 1) \quad (5.6)$$

le problème est équivalent à une extension du second problème de Stokes à un canal oscillant. L'équation 5.4 se ramène alors à une équation de diffusion pour la vitesse u_o avec comme conditions limites :

$$u_o(\pm 1, t) = -\frac{a_1}{\omega} \sin(\omega t) + \frac{b_1}{\omega} \cos(\omega t) \quad (5.7)$$

Ce problème admet pour solution un profil de vitesse de la forme :

$$u_o(y, t) = X_1(y) \sin(\omega t) + X_2(y) \cos(\omega t) \quad (5.8)$$

avec $l_s = \sqrt{2\nu/(\omega Re)}$, X_1 , X_2 et Δ étant donnés par :

$$\begin{aligned} X_1(y) &= -\frac{a_1}{\omega} \left[\frac{sh(1/l_s) \sin(1/l_s) sh(y/l_s) \sin(y/l_s) + ch(1/l_s) \cos(1/l_s) ch(y/l_s) \cos(y/l_s)}{\Delta} \right] \\ &\quad - \frac{b_1}{\omega} \left[\frac{ch(1/l_s) \cos(1/l_s) sh(y/l_s) \sin(y/l_s) - sh(1/l_s) \sin(1/l_s) ch(y/l_s) \cos(y/l_s)}{\Delta} \right] \\ X_2(y) &= \frac{a_1}{\omega} \left[\frac{sh(1/l_s) \sin(h/l_s) ch(y/l_s) \cos(y/l_s) - ch(1/l_s) \cos(1/l_s) sh(y/l_s) \sin(y/l_s)}{\Delta} \right] \\ &\quad + \frac{b_1}{\omega} \left[\frac{ch(1/l_s) \cos(1/l_s) ch(y/l_s) \cos(y/l_s) + sh(1/l_s) \sin(1/l_s) sh(y/l_s) \sin(y/l_s)}{\Delta} \right] \\ \Delta &= ch^2(1/l_s) \cos^2(1/l_s) + sh^2(1/l_s) \sin^2(1/l_s) \end{aligned}$$

On décompose alors les vitesses pulsée (u) et oscillante (u_o), en une partie moyenne et une composante périodique de pulsation ω :

$$u_o(y, t) = \langle u_o \rangle(y) + A_{u_o}(y) \cos(\omega t + \Phi_{u_o}(y)) \quad (5.9)$$

$$u(y, t) = -\frac{a_0 Re}{2\nu} (y^2 - 1) + A_u(y) \cos(\omega t + \Phi_u(y)) \quad (5.10)$$

où les amplitudes A_u et A_{u_o} et les phases Φ_u et Φ_{u_o} sont des fonctions de X_1 , X_2 , a_1 , b_1 et ω . La partie moyenne $\langle u \rangle$ de la vitesse oscillante est nulle, et on peut vérifier que la partie moyenne $\langle u \rangle$ correspond à la solution laminaire obtenue en canal plan non-pulsé : $\langle u \rangle(y) = U(y) = 3/2 U_b (1 - y^2)$.

Dans le cadre de la propagation acoustique, on s'est intéressé plus particulièrement au

frottement pariétal. On le décompose donc à nouveau en une partie moyenne et une composante périodique dont on détermine l'amplitude et la phase :

$$\tau_{wo}(t) = \mu_w \left. \frac{\partial u_o}{\partial y} \right|_{\pm 1} = A_\tau \cos(\omega t + \Phi_\tau) \quad (5.11)$$

$$\tau_w(t) = \mu_w \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{\pm 1} = \pm \frac{a_o Re}{\nu} + \mu_w \left. \frac{\partial u_o}{\partial y} \right|_{\pm 1} = \pm 3U_b + A_\tau \cos(\omega t + \Phi_\tau) \quad (5.12)$$

Avec $\mu_w = 1$ et en dérivant X_1 et X_2 à la paroi, on obtient, en fonction de l'amplitude et de la phase de la vitesse oscillante à la paroi :

$$A_{\tau(KS)} = \frac{\sqrt{\omega}}{\sqrt{\nu Re}} A_o \quad \text{et} \quad \Phi_{\tau(KS)} - \Phi_{u_o}(\pm 1) = 45^\circ \quad (\text{pour } t_s^+ \leq Re_\tau/3) \quad (5.13)$$

Pour les grandeurs dimensionnées, ces relations s'écrivent :

$$A_{\tau(KS)}^* = \mu_w^* \frac{\sqrt{\omega^*}}{\sqrt{\nu^*}} A_o^* \quad \text{et} \quad \Phi_{\tau(KS)}^* - \Phi_{u_o}^*(\pm h) = 45^\circ$$

Pour pulser notre écoulement, nous avons choisi de pulser la consigne, ie d'imposer un débit oscillant, la force s'ajustant alors avec la même procédure que dans le cas d'un écoulement non-pulsé afin d'équilibrer le gradient de vitesse et la dérivée du débit. Imposer une consigne du type :

$$Q(t) = Q_o(1 - A_o \sin(\omega t)) \quad (5.14)$$

Q_o étant le débit non-pulsé, revient alors à imposer un gradient de pression du type :

$$\frac{1}{\gamma M^2} \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = a_o - A_o \omega \cos(\omega t) \quad (5.15)$$

Nous avons tout d'abord testé cette procédure de forçage dans le cas d'un écoulement laminaire pulsé ($Re = 1000$), pour deux pulsations de forçage, $\omega^+ = 0.096$ et $\omega^+ = 0.00964$, avec une amplitude $A_o = 0.7$. Nous avons vérifié que nous obtenions bien une amplitude identique à A_o sur la vitesse au centre du canal, que nous retrouvions le profil non-pulsé pour la vitesse moyenne et la solution de Kirchhoff-Stokes pour la composante oscillante de la vitesse. C'est effectivement le cas pour les deux pulsations de forçage, comme le montrent la figure 5.6 et le tableau 5.2.1, dans lequel nous avons reporté les valeurs relatives au frottement pariétal.

ω^+	A_τ	$A_{\tau(KS)}$	$A_\tau/A_{\tau(KS)}$	$\Phi_\tau - \Phi_{u_o}(\pm 1)$	$\Phi_{\tau(KS)} - \Phi_{u_o(KS)}(\pm 1)$
0.0964	12.44	12.06	1.03	44.89°	45°
0.00964	4.31	3.81	1.13	45.78°	45°

Tab. 5.1: Amplitude et déphasage du cisaillement pariétal cohérent laminaire : comparaison numérique-analytique

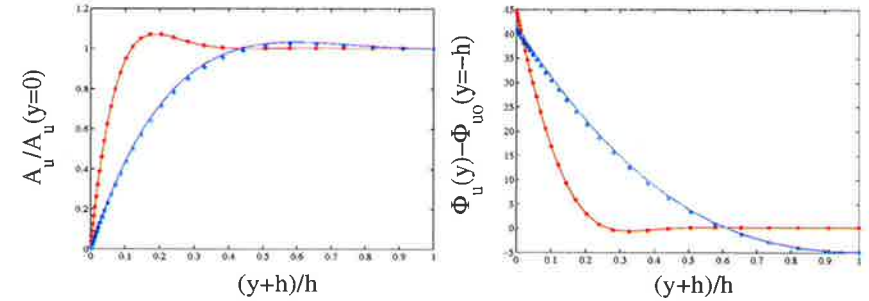


FIG. 5.6: Amplitude normalisée par sa valeur laminaire (gauche) et déphasage par rapport à la paroi (droite) de la composante périodique de la vitesse pulsée : $\omega^+ = 0.096$ (rouge) et $\omega^+ = 0.0096$ (bleue); — analytique, * numérique.

Nous avons mentionné en introduction que le frottement pariétal oscillant pouvait être relié à l'atténuation sonore par le biais de l'impédance de cisaillement Z_τ^* . A partir d'une combinaison linéaire des impédances pariétales de cisaillement Z_τ^* et de flux de chaleur Z_q^* , on peut calculer le nombre d'onde complexe d'une onde sonore plane se propageant dans le canal à faible nombre de Mach. En particulier, à haute fréquence (couche limite acoustique fine) et pour des longueurs d'onde grandes devant la hauteur L_y^* du canal, on peut écrire (Ronneberger & Arhens (1977)) :

$$\lim_{M \rightarrow 0} k^* = \frac{\omega^*}{c_o^*} - \frac{i}{L_y^*} \frac{Z^*}{\rho^* c_o^*} \quad (5.16)$$

L'atténuation qui correspond à l'opposé de la partie imaginaire du nombre d'onde s'écrit alors, en fonction de l'impédance totale :

$$\alpha^* = -\text{Im}(k^*) = \frac{\mathcal{R}e(Z^*)}{c_o^* L_y^* \rho^*} \quad (5.17)$$

On va s'intéresser principalement à la contribution du cisaillement à l'atténuation. En suivant Ronneberger & Arhens (1977), on définit Z_τ^* comme le rapport des amplitudes complexes du frottement oscillant et de la vitesse oscillante à la paroi : $Z_\tau^* = \hat{\tau}_w^* / \hat{u}_o^*(y = \pm h)$. Dans la partie post-traitement du chapitre 2, nous avons défini les différentes moyennes utilisées. En particulier, lorsque les variables présentent un caractère périodique, on utilise la moyenne de phase. L'amplitude complexe \hat{A}_f d'une variable f est alors définie pour la composante périodique : $\tilde{f} = \hat{A}_f(y) e^{i\omega t} = A_f(y) e^{i\Phi_f(y)} e^{i\omega t}$. Ainsi, Z_τ^* est reliée aux amplitudes et phases des composantes périodiques du frottement et de la vitesse oscillante :

$$Z_\tau^* = \frac{A_\tau^*}{A_{u_o}^*(y = \pm h)} e^{i(\Phi_\tau - \Phi_{u_o}(\pm h))} \quad (5.18)$$

On peut finalement vérifier, pour la solution laminaire de Kirchhoff-Stokes, que l'on retrouve bien la contribution de l'onde de cisaillement à l'atténuation sonore α_o^* définie dans

l'équation 5.1. En effet l'impédance de cisaillement pour la solution laminaire s'écrit :

$$Z_{\tau(KS)}^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\mu_w^* \sqrt{\omega^*}}{\sqrt{\nu^*}} (1+i) \quad (5.19)$$

et finalement :

$$\alpha_{oZ_\tau}^* = \frac{\text{Re}(Z_{\tau(KS)}^*)}{c_o^* L_y^* \rho^*} = \frac{\sqrt{\omega^*} \sqrt{\nu^*}}{\sqrt{2} c_o^* L_y^*} \quad (5.20)$$

Dans la suite, on présente le résultat de la pulsation de canaux turbulents, avec différentes pulsations et amplitudes de forçage. Avant d'interpréter les résultats en terme de propagation acoustique, on consacre une première partie à l'influence de la pulsation sur la turbulence.

5.2.2 Bibliographie sur les écoulements turbulents pulsés

On rencontre des écoulements turbulents pulsés dans de nombreux contextes, aussi bien naturels qu'artificiels. On peut citer l'écoulement autour des pales d'un hélicoptère comme application aérodynamique, l'injection dans un moteur à combustion dans le domaine des turbomachines, le transport de sédiments par les eaux côtières, ou encore le cas des écoulements sanguins dans le domaine biologique. Malgré cette forte présence dans des domaines variés, les écoulements turbulents pulsés ont fait l'objet de relativement moins d'attention que les écoulements turbulents en moyenne stationnaires. La dynamique des écoulements oscillants, cas particuliers des écoulements pulsés avec une valeur moyenne nulle, est relativement bien connue. Hino *et al.* (1983) et Sarpkaya (1993) en ont précisé les régimes laminaire, transitionnel et turbulent en fonction du nombre de Reynolds (défini par $Re_s = U_o l_s / \nu$, où U_o correspond à l'amplitude de la vitesse oscillante). Si $Re_s < 400$, l'écoulement est laminaire ; il est transitionnel pour $400 < Re_s < 800$ et turbulent au-delà de $Re_s = 800$. Les études en écoulement pulsé s'intéressent à l'interaction entre l'écoulement moyen et l'écoulement oscillant. Pour une revue générale des écoulements pulsés, le lecteur pourra se référer aux travaux de Soulsby *et al.* (1993) et de Lodhal *et al.* (1998). On trouve principalement des études expérimentales en couche limite, tuyau ou canal plan. Des modèles ont également été développés, mais la plupart sont des extensions du modèle de fermeture à viscosité turbulente utilisé en régime non-pulsé et ne sont pas adaptés sur toute la gamme des paramètres des études en régime pulsé, comme on le verra dans la suite. La difficulté majeure, lors de la confrontation des différentes études sur les écoulements pulsés, en particulier pour dégager les caractéristiques essentielles, provient principalement du fait que, pour ce type d'écoulements, il y a trois paramètres de contrôle qui varient beaucoup d'une étude à l'autre. Ces trois paramètres sont les suivants :

- la vitesse de frottement moyenne $\langle u_\tau \rangle$, représentative de l'écoulement moyen ;
- la pulsation de forçage ω^+ , correspondant à un nombre de Strouhal ;
- l'amplitude de forçage A_o .

Nous allons nous placer dans un cas particulier où, d'une part, $A_o < 1$ et, d'autre part, le nombre de Reynolds caractéristique de l'écoulement oscillant Re_s est laminaire. En effet, pour envisager une analogie pulsé/acoustique, il faudra considérer des amplitudes faibles, ce qui implique un nombre de Reynolds Re_s également plus faible. Pour l'ensemble des

études qui considèrent ce cas particulier, il semble que la pulsation de forçage soit un paramètre prépondérant. Ainsi, on distingue trois régimes de fonctionnement : le régime basse fréquence ou quasi-stationnaire, le régime haute fréquence ou quasi-laminaire et le régime de fréquence intermédiaire. Les limites entre ces trois régimes ne sont pas clairement établies et semblent également dépendre des deux autres paramètres de contrôle, en particulier du nombre de Reynolds de l'écoulement moyen. Si toutes les études sont d'accord sur ce découpage en classes fréquentielles, en revanche, il n'y a pas consensus sur le comportement de l'écoulement dans ces différents régimes. C'est ce que nous allons voir maintenant en reprenant tout d'abord les principales études expérimentales qui se sont intéressées à la composante moyenne et à la modulation des quantités turbulentes telles que la vitesse, le frottement pariétal, le tenseur de Reynolds ou encore l'intensité turbulente.

Concernant l'effet de la pulsation sur l'écoulement moyen, l'avis reste partagé. Pour un premier groupe, aucune modification de l'écoulement moyen n'a été constatée quels que soient les paramètres de contrôle. Dans ce groupe, on trouve notamment les travaux de Brereton *et al.* (1990) en couche limite, de Tardu *et al.* (1994) en canal ou encore ceux de Ohmi *et al.* (1976), Kita *et al.* (1980), Iguchi *et al.* (1985) et Mao & Hanratty (1986) en tuyau. En revanche, un deuxième groupe mentionne une modification de l'écoulement moyen, même si les modifications observées sur la vitesse moyenne ou le frottement pariétal moyen ne sont pas toujours identiques et semblent dépendre des paramètres de l'étude. Dans ce dernier groupe, on peut citer les travaux de Menendez & Ramaprian (1983) en couche limite, de Tardu & Binder (1993) en canal ou de Tu & Ramaprian (1983), Ramaprian & Tu (1983), Mizushima *et al.* (1975), Mao & Hanratty (1991) et Shemer *et al.* (1985) en tuyau. Ainsi, Tu & Ramaprian (1983) ont observé une inflexion dans le profil de vitesse moyenne et un frottement pariétal moyen plus important qu'en écoulement non-pulsé alors que Menendez & Ramaprian (1983) en couche limite, Mao & Hanratty (1991) en tuyau et Tardu & Binder (1993) en canal ont observé une baisse du frottement pariétal moyen. Même s'il est difficile de déduire une tendance, on peut néanmoins remarquer que, dans tous les cas, l'obtention d'une modification des quantités moyennes a été observée, soit pour une amplitude forte, soit pour une fréquence suffisamment grande (zone intermédiaire ou haute fréquence).

Les études se sont également penchées sur la modulation de la turbulence. Concernant le profil de la composante périodique de la vitesse, il est proche du cas non-pulsé à basse fréquence, alors qu'à haute fréquence, il présente un pic puis s'aplatit au centre du canal, ce qui correspond à la solution de type Kirchhoff-Stokes établie en écoulement laminaire. On retrouve ainsi les comportements quasi-stationnaire et quasi-laminaire, respectivement à basse et haute fréquence. La structure de la turbulence est en équilibre en régime quasi-stationnaire où, à chaque instant, toutes les quantités sont en phase pour une altitude donnée. Lorsque la fréquence augmente, la turbulence s'éloigne de l'équilibre, tout d'abord durant une partie du cycle (phase d'accélération), puis durant la totalité du cycle. Cependant, lorsque la fréquence augmente, la zone d'interaction est de plus en plus fine près de la paroi, d'où une baisse de la modulation du tenseur de Reynolds et de celle de l'intensité turbulente. Cela traduit le gel de la turbulence à haute fréquence, qui retrouve alors un certain équilibre. Enfin, concernant la composante périodique du frottement pariétal, les résultats diffèrent légèrement d'une étude à l'autre. Pour un écoulement laminaire pulsé, l'amplitude du frottement oscillant est proportionnelle à $\sqrt{\omega^+}$ (cf équation 5.13) et le

déphasage par rapport à la vitesse au centre du canal vaut 45° . En régime turbulent, ce comportement est retrouvé à haute fréquence, lorsque la partie oscillante est confinée dans la sous-couche visqueuse. Néanmoins, Tardu & Binder (1993) et Mao & Hanratty (1986) ont observé un écart à la solution de Kirchhoff-Stokes pour $\omega^+ 0.04$, cet écart se traduisant en particulier par une diminution du déphasage $\Phi_\tau - \Phi_u(y=0)$. Ceci a été expliqué comme une possible résonance entre la fréquence de forçage et les fréquences caractéristiques de la dynamique des structures cohérentes (fréquence de burst et fréquence d'éjection). A basse fréquence, l'ensemble des études a identifié un comportement quasi-stationnaire où l'amplitude du frottement est indépendante de la fréquence. Lorsque $\omega^+ \rightarrow 0$, Tardu & Binder (1993) proposent d'appliquer une relation de type Blasius, puisqu'à chaque instant, la vitesse au centre du canal et le frottement pariétal sont en phase. On obtient alors un déphasage $\Phi_\tau - \Phi_u(y=0)$ nul et $A_\tau/A_{\tau(Stokes)} = 0.079 / \left((1 + 21/64A_\tau^2) \sqrt{\omega^+} \right)$. Enfin, pour des fréquences intermédiaires, Ronneberger & Arhens (1977) et Tardu & Binder (1993) ont observé une réduction de l'amplitude du frottement pariétal par rapport à la solution laminaire, ce qui n'a cependant pas été observé par Mao & Hanratty (1986).

Des études théoriques complémentaires ont cherché à reproduire les différents comportements de l'écoulement en fonction principalement de la pulsation de forçage. La structure de la turbulence pulsée a été principalement analysée en utilisant des concepts de viscosité turbulente dépendant ou non du temps. Une équation simplifiée de quantité de mouvement a été résolue par Ohmi & Usui (1976) en modélisant le tenseur de Reynolds avec un modèle stationnaire de viscosité turbulente, et par Ohmi *et al.* (1978) et Kita *et al.* (1980) avec un modèle de viscosité turbulente dépendant du temps. A très basse fréquence, seule l'analyse en viscosité dépendant du temps donne des résultats en accord avec les expériences. En revanche, à haute fréquence, les deux analyses permettent de retrouver les profils de vitesse expérimentaux. Ces résultats ont été étendus au cas faiblement compressible dans l'étude de Ohmi *et al.* (1978). Des modèles de turbulence ont aussi été testés pour reproduire le comportement particulier du frottement pariétal aux fréquences intermédiaires. La réduction de la composante périodique du frottement n'a cependant pas été observée avec le modèle de longueur de mélange de Prandtl utilisé par Ronneberger & Arhens (1977) et Mao & Hanratty (1986). Si le modèle de Mankbadi & Liu (1992), basé sur la théorie de distorsion rapide, et celui de Mao & Hanratty (1986), qui prend en compte la rapide variation du gradient de pression, ont donné de meilleurs résultats, cela reste grandement qualitatif, l'amplitude du minimum de frottement étant toujours sous-estimée et sa localisation n'étant jamais exacte.

Malgré leur développement considérable, les simulations numériques n'ont pour l'instant pas été beaucoup utilisées dans le cas d'écoulements pulsés. Elles sont cependant en mesure d'apporter des informations supplémentaires par rapport aux études expérimentales, les mesures en écoulements pulsés étant particulièrement difficiles. Les simulations numériques peuvent fournir des champs complets, les évolutions temporelles de toutes les grandeurs en tout point de l'écoulement ainsi que l'évolution des structures cohérentes de la turbulence. Bien qu'il existe peu de simulations pulsées, comme on l'a dit précédemment, on peut citer les travaux de Spalart & Baldwin (1987) et Hsu *et al.* (2000) en écoulement oscillant de couche limite, et de Yakhot *et al.* (1999) pour un canal laminaire oscillant. Pour les écoulements pulsés, on peut citer les travaux de Rida & Dan Tran (1991) qui ont réalisé une SND en canal plan, ou encore de Scotti & Piomelli (2001)

en SND et SGE de canal. Dans cette étude, les auteurs ont dégagé les points suivants : l'écoulement moyen n'est pas modifié par la pulsation, les quantités en moyenne de phase ont une dynamique ondulatoire, les fluctuations turbulentes apparaissent durant la phase d'accélération, autour de t_s^+ , augmentent rapidement puis se propagent en s'atténuant. Enfin, contrairement aux propriétés moyennes, les structures cohérentes réagissent différemment selon le forçage.

Bien que beaucoup d'études utilisent la pulsation ω^+ , adimensionnée par les variables de paroi ν_w et u_τ , pour distinguer les différents régimes, les limites ne sont pas claires et varient légèrement d'une étude à l'autre. Le comportement d'un écoulement pulsé semble être une fonction de la fréquence de forçage, mais aussi du rapport entre l'échelle de temps de la pulsation et l'échelle de temps caractéristique de la turbulence de l'écoulement moyen au nombre de Reynolds considéré. Ainsi, à partir de notre étude bibliographique, nous avons repris la classification de Ramaprian & Tu (1983) des écoulements turbulents pulsés selon cinq catégories, afin de mieux décrire le comportement de l'ensemble des quantités étudiées. Nous proposons de décrire les principales caractéristiques de l'écoulement dans ces cinq régimes de la façon suivante :

- régime quasi-stationnaire : la structure de la turbulence est en équilibre, et toutes les quantités oscillent en phase. Le profil de vitesse oscillante ressemble au profil turbulent non-pulsé et l'amplitude du frottement pariétal est une fonction seule du nombre de Reynolds. Un modèle de fermeture stationnaire permet de décrire l'écoulement à chaque instant.
- régime basse fréquence : l'oscillation affecte tout l'écoulement ; la structure de la turbulence reste cependant en équilibre car la pulsation reste inférieure aux fréquences caractéristiques de la turbulence. Il faut toutefois tenir compte de la dépendance temporelle de la viscosité pour modéliser l'écoulement.
- régime de fréquence intermédiaire : il commence à y avoir interaction entre la structure de la turbulence et la pulsation. Lorsque la pulsation de forçage augmente, la structure de la turbulence commence par perdre son équilibre lors de la phase d'accélération puis durant tout le cycle et revient à l'équilibre au fur et à mesure qu'une plus grande part de l'écoulement est gelée. Pour ce régime, l'amplitude du frottement pariétal diminue par rapport à la solution laminaire.
- régime haute fréquence : l'écoulement oscillant interagit beaucoup avec la turbulence, mais la zone d'interaction est de plus en plus confinée près de la paroi. Lorsque la fréquence augmente, on retrouve alors progressivement un équilibre de la structure de la turbulence qui est gelée sur la majeure partie de l'écoulement. L'écoulement oscillant peut dévier de la solution de Stokes avec un déphasage du frottement par rapport à la vitesse au centre du canal qui tend vers zéro.
- régime d'oscillations rapides : d'une part la turbulence est gelée et d'autre part, l'onde oscillante générée par la pulsation est confinée en sous-couche visqueuse. On retrouve donc la solution laminaire pour la composante oscillante de l'écoulement.

Sur la figure 5.7, on a repris la figure 12 de Ramaprian & Tu (1983) sur laquelle on a rajouté les résultats de Scotti & Piomelli (2001) qui sont en assez bon accord avec la description des différents régimes mentionnés ci-dessus.

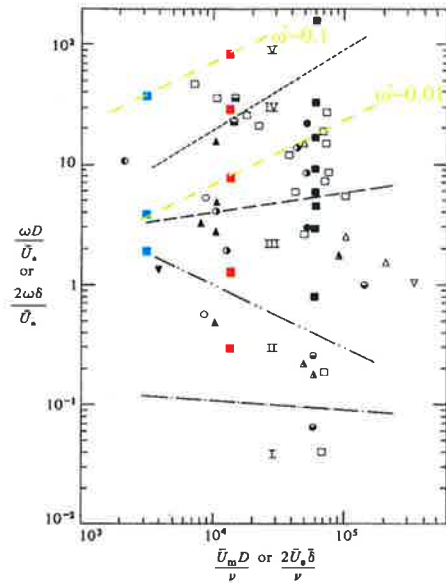


FIGURE 12. Classification of unsteady turbulent shear flows: \bullet , Ramaprian & Tu (1980); \bullet , present experiments; \blacktriangle , Mizushima *et al.* (1973, 1975); \blacktriangledown , Gerard (1971); \circ , Binder & Kueny (1981); \odot , Kita, Adachi & Hirose (1979); \ominus , Cousteix *et al.* (1981); \triangle , Kirmse (1980); ∇ , Simpson, Shivaprasad & Chew (1981); \square , Ohmi *et al.* (1976); \blacksquare , Karlsson (1959); \blacksquare , Acharya & Reynolds; \blacktriangle , Schultz-Grunow (1940); \blacktriangle , Kobashi & Hayakawa (1981); $-\cdot-$, quasi-steady line from Mizushima *et al.* (1975); $-\cdot-$, ω_{bL} (equation (29)); $-----$, ω_b (equation (30)); \cdots , ω_{bu} (equation (31)). Note that, in the case of boundary-layer data, time-mean freestream velocity \bar{U}_c and time-mean boundary-layer thickness δ are used as reference velocity and lengthscales in place of \bar{U}_m and $\frac{1}{2}D$ respectively.

FIG. 5.7: Classification des écoulements turbulents cisailés pulsés : \square $\omega^+ \simeq 0.006$, $\omega^+ \simeq 0.01$ et $\omega^+ \simeq 0.1$; \square $\omega^+ \simeq 0.0004$, $\omega^+ \simeq 0.0016$, $\omega^+ \simeq 0.01$, $\omega^+ \simeq 0.04$ et $\omega^+ \simeq 0.1$ (Scotti & Piomelli (2001)).

5.2.3 Canal pulsé turbulent

Dans le tableau 5.2, nous avons représenté les paramètres des différentes simulations considérées, en indiquant pour chacune le temps de calcul nécessaire pour obtenir N périodes de forçage. L'ensemble des simulations d'écoulement pulsé représente un total d'environ 2400 heures de calcul sur le Nec SX5 de l'IDRIS, centre de calcul du CNRS.

On impose ω , et à partir de la viscosité cinématique ν et de la vitesse de frottement moyenne $\langle u_\tau \rangle = \sqrt{\langle \tau_w \rangle / \rho_w}$ obtenue lors de la simulation, on obtient :

$$\omega^+ = \omega^* \frac{\nu^*}{\langle u_\tau^* \rangle^2} = \omega \frac{\nu}{\langle u_\tau \rangle^2 Re} \quad (5.21)$$

A_o	ω	ω^+	l_s^+	l_t^+	N	coût (heures Nec SX5)	référence
0.7	0.054	0.00604	18.2	138.25	6	700
0.7 Scotti & Piomelli (2001)		0.0016	35	504.7		
0.7	0.108	0.0107	13.68	79.1386	15	880	-----
0.7 Scotti & Piomelli (2001)		0.01	14	63.16			-----
0.7	1.08	0.093	4.63	10.78	20	120	-----
0.7 Scotti & Piomelli (2001)		0.1	4.4	9.89			-----
0.2	0.108	0.0097	14.369	87.03	7	410	-----
0.2	1.08	0.0941	4.609	10.69	48	280	-----
non-pulsé							+

TAB. 5.2: Paramètres des simulations pulsées

l_s^* et l_t^* étant normalisées par u_τ^*/ν^* :

$$l_s^+ = \sqrt{\frac{2}{\omega^+}} \quad (5.22)$$

$$l_t^+ = \sqrt{\frac{2(1 + \nu_t/\nu)}{\omega^+}} \quad (5.23)$$

Nous avons choisi trois pulsations $\omega = 0.054$, $\omega = 0.108$ et $\omega = 1.08$, en ciblant des pulsations adimensionnées respectivement dans le domaine intermédiaire pour $\omega^+ = 0.005$, haute fréquence pour $\omega^+ = 0.01$ et très haute fréquence pour $\omega^+ = 0.1$, comme on peut le voir sur la figure 5.7. Pour comparer nos simulations avec celles pulsées de Scotti & Piomelli (2001), nous avons considéré une amplitude de forçage égale à 70% de la vitesse moyenne au centre du canal, et afin de dégager une éventuelle dépendance des résultats en fonction de cette amplitude, nous avons également considéré une amplitude moindre, correspondant à 20% du débit. La pulsation est, dans ce cas, du même ordre de grandeur que les fluctuations turbulentes longitudinales (pour un nombre de Mach égal à 0.3, $u_{rms}^+ \simeq 2.65$ (cf figure 3.4), ce qui correspond environ à $u_{rms}^+ = 0.16 U_0$).

Nous avons déjà mentionné que le forçage était introduit par le biais d'une consigne pulsée sur le débit; nous avons vérifié que, dans tous les cas considérés, cette consigne était bien respectée, entraînant d'une part, une pulsation d'amplitude A_o sur la vitesse au centre du canal, et d'autre part, la pulsation de la force extérieure autour d'une valeur moyenne comparable à la force extérieure obtenue en écoulement non-pulsé. Sur les figures 5.8 à 5.9, nous avons représenté pour le couple ($A_o = 0.2$, $\omega^+ \simeq 0.01$) l'évolution temporelle respectivement du débit volumique, de la force extérieure, de la vitesse au centre du canal et du coefficient de frottement.

Pour un écoulement non-pulsé, la force extérieure correspond à la moitié du coefficient de frottement. En canal pulsé, cette relation est qualitativement bien vérifiée pour les grandeurs moyennes de la force et du coefficient de frottement, la valeur moyenne correspondant, dans le cas haute fréquence, au cas non-pulsé : $\langle f_{ext} \rangle \simeq \langle C_f/2 \rangle \simeq 0.0038$ (cf tableau 4.2.2).

De façon manifeste, la réponse du système au forçage est périodique; on extrait alors la partie cohérente à l'aide d'une moyenne de phase. En effet, quelles que soient l'amplitude et la pulsation du forçage, la vitesse et le frottement dans le canal présentent un compor-

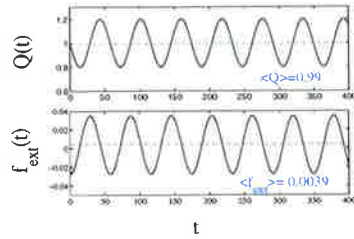


FIG. 5.8: Evolution temporelle du débit volumique Q et de la force extérieure. $t = t^* \frac{h}{U_b}$

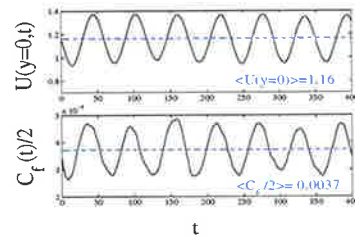


FIG. 5.9: Evolution temporelle de la vitesse au centre du canal et de la moitié du coefficient de frottement C_f .

tement périodique. Si on trace les spectres temporels de ces grandeurs, on peut conclure d'une part, que la période de la réponse correspond à la période de forçage, et d'autre part, que l'amplitude du premier harmonique représente la quasi-totalité de l'amplitude de la réponse. Sur les figures 5.10 et 5.11, tracées pour le cas ($A_o = 0.2$, $\omega^+ \simeq 0.01$) avec une résolution fréquentielle de $2.45 \cdot 10^{-3} U_b/h$ (soit une résolution pour la pulsation ω de $0.054 U_b/h$), on observe effectivement un seul pic à la fréquence de forçage.

Sur les figures 5.12 à 5.15, on a illustré les différentes étapes du post-traitement de la vi-

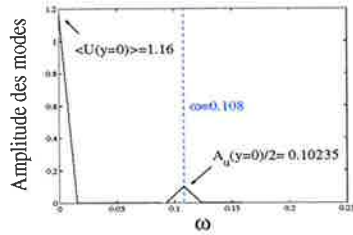


FIG. 5.10: Spectre temporel de la vitesse au centre du canal.

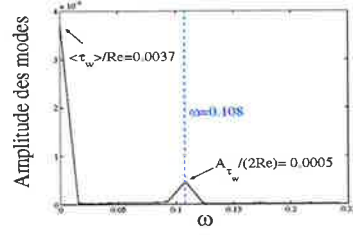


FIG. 5.11: Spectre temporel du frottement pariétal.

tesse au centre du canal, toujours dans le cas ($A_o = 0.2$, $\omega^+ \simeq 0.01$). Après avoir moyenné suivant les directions homogènes x et z , on peut écrire :

$$u(y, t) = \langle u \rangle(y) + \tilde{u}(y, t) + u''(y, t) \quad (5.24)$$

A l'aide de la moyenne de phase décrite au chapitre 2, on extrait :

$$\langle u \rangle_\Phi(y, t) = \langle u \rangle(y) + \tilde{u}(y, t) \quad (5.25)$$

On identifie l'amplitude $A_u(y)$ et la phase $\Phi_u(y)$ du premier harmonique de la composante périodique $\tilde{u}(y, t)$ à l'aide d'une méthode des moindres carrés de Levenberg-Marquardt décrite dans Numerical recipes in C (<http://www.library.cornell.edu/nr/bookpdf/c15-5.pdf>, p683) :

$$\tilde{u}(y, t) = A_u(y) \cos(\omega t + \Phi_u(y)) + \epsilon(y, t) \quad (5.26)$$

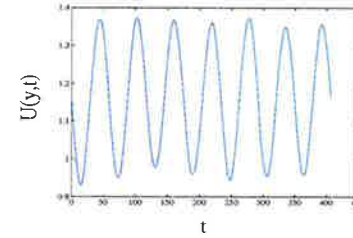


FIG. 5.12: Evolution temporelle de la vitesse au centre du canal moyennée sur les directions homogènes.

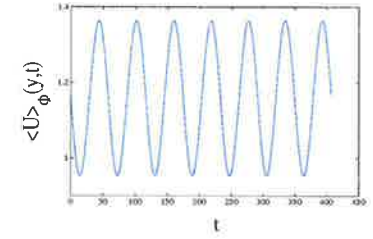


FIG. 5.13: Moyenne de phase de la vitesse au centre du canal.

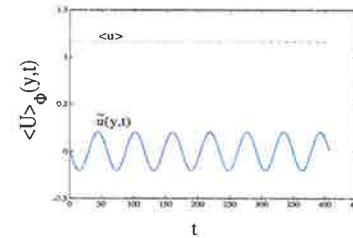


FIG. 5.14: Composante moyenne et périodique de la vitesse au centre du canal.

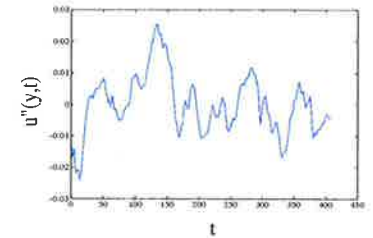


FIG. 5.15: Fluctuation de la vitesse au centre du canal moyennée suivant les directions homogènes.

Dans le tableau 5.2, nous avons indiqué le nombre de périodes obtenues pour chaque simulation. L'écoulement turbulent établi, en moyenne stationnaire, est soumis à un débit pulsé à partir de $t = 0$. Nous avons estimé le transitoire et le temps nécessaire à la convergence de la moyenne de phase du frottement pariétal dans le cas ($A_o = 0.2$, $\omega^+ \simeq 0.1$). Ainsi, à partir de la figure 5.16, on peut estimer, dans ce cas, que la moyenne de phase doit être réalisée sur au moins 20 périodes. Cependant, en ne considérant que 5 périodes, la dispersion autour de la valeur moyenne reste inférieure à 0.4% pour l'amplitude et à 0.5% pour le déphasage.

En considérant alors une moyenne de phase sur 5 périodes, nous avons cherché à mesurer la durée du transitoire toujours dans le cas ($A_o = 0.2$, $\omega^+ \simeq 0.1$). Il apparaît sur la figure 5.17, que pour cette fréquence de forçage, il n'y a pas de transitoire très net. La dispersion autour de la valeur moyenne reste toujours inférieure à 2% pour l'amplitude et à 4% pour le déphasage.

Les simulations pour obtenir un grand nombre de période à basse fréquence étant longues, nous n'avons pu considérer que 6 ou 7 périodes pour traiter les résultats. Or, comme on le verra dans la partie suivante, la partie oscillante et la turbulence vont interagir pour les deux fréquences les plus basses considérées, et on peut penser que cela va rallonger le temps de convergence de la moyenne de phase. Concernant le transitoire, on peut prédire

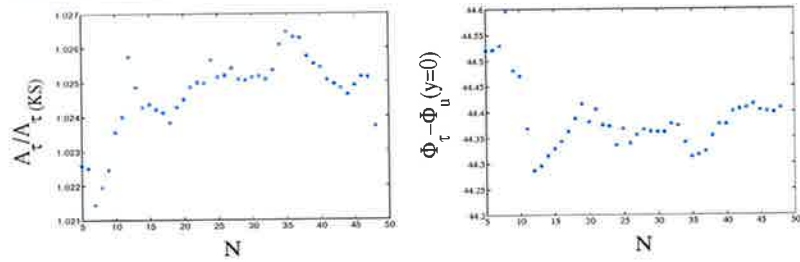


FIG. 5.16: Amplitude normalisée (gauche) et déphasage par rapport à la vitesse au centre du canal (droite) du frottement cohérent, obtenus après moyenne de phase sur N périodes.

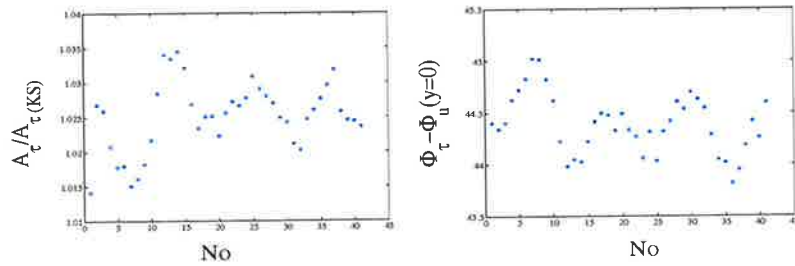


FIG. 5.17: Amplitude normalisée (gauche) et déphasage par rapport à la vitesse au centre du canal (droite) du frottement cohérent, obtenus après moyenne de phase sur 5 périodes à partir de la période No .

le temps de diffusion nécessaire à l'établissement de l'écoulement oscillant ainsi que le temps nécessaire à la propagation dans l'écoulement des fluctuations turbulentes qui sont générées par l'oscillation pour les cas basse fréquence. En effet, moins d'une période de forçage est nécessaire pour que l'écoulement oscillant se propage jusqu'à l_t^+ :

$$t_d^+ \simeq (\nu + \nu_t)/l_t^2 = 2/\omega^+ = T^+/\pi \quad (5.27)$$

De même, lorsque des fluctuations turbulentes sont générées par l'oscillation, elles vont se propager à vitesse constante jusqu'à $2l_t^+$ en moins d'une période (cf partie suivante figure 5.27). En revanche, on ne sait pas quel est le temps nécessaire à la turbulence pour prendre en compte la modification de l'écoulement par la pulsation et donc pour générer une réponse oscillante des fluctuations. C'est un point sur lequel nous n'avons pas de réponse en raison du faible nombre de périodes dont nous disposons à basse fréquence. Finalement, les moyennes de phase ont été réalisées sur l'ensemble des périodes à disposition, sans tenir compte d'un éventuel transitoire.

Effets du forçage périodique sur la turbulence

Nous n'avons pas étudié ces aspects de façon extrêmement approfondie. Néanmoins, nous avons vérifié que nous retrouvions les principaux résultats de la littérature

en ce qui concerne le comportement de l'écoulement moyen et des quantités turbulentes comme le tenseur de Reynolds ou l'énergie cinétique lorsque l'écoulement est soumis à un forçage périodique.

Nous avons tout d'abord étudié l'effet de la pulsation sur l'écoulement moyen. Nous avons mentionné, dans la partie bibliographique, que les études étaient partagées sur ce point. L'ensemble des études qui ont observé une modification de la traînée a considéré des amplitudes de forçage fortes. Cependant, il semble que ce soit une condition nécessaire mais pas suffisante puisque Scotti & Piomelli (2001), avec une amplitude de 70%, n'ont observé aucune variation de l'écoulement moyen. Sur la figure 5.18, nous avons représenté les profils de vitesse moyenne normalisée par la vitesse de frottement moyenne pour les différents cas de forçage. A haute fréquence, quelle que soit l'amplitude de forçage, on retrouve le profil moyen non-pulsé. Lorsque la fréquence diminue, on s'éloigne de ce profil, et cela de façon plus marquée à forte amplitude. L'allure générale du profil turbulent est conservée, mais la constante de la loi logarithmique augmente lorsque la pulsation diminue. Il s'agit en fait d'une modification de la vitesse de frottement moyenne, donc du frottement pariétal moyen. En effet, dans le tableau 5.3, nous avons reporté les valeurs de $\langle u_\tau \rangle$ qui confirment que le frottement moyen diminue avec la pulsation de forçage, surtout lorsque l'amplitude est forte.

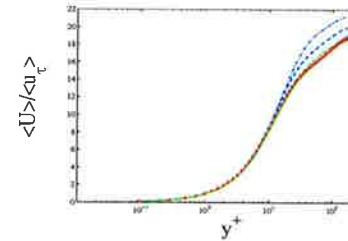


FIG. 5.18: Profils de vitesse moyenne.

A_o	ω^+	$\langle u_\tau \rangle$	$\langle Re_\tau \rangle$
0.7	0.006	0.0546	164.891
0.7	0.0107	0.058	175.68
0.7	0.093	0.0621	187.77
0.2	0.0097	0.0609	184.08
0.2	0.094	0.0618	186.7
0	0	0.0618	188.21

TAB. 5.3: Ecoulement moyen

Scotti & Piomelli (2001) n'ont observé aucune modification de l'écoulement moyen, car dans leurs simulations, ils fixent le gradient de pression moyen, et de ce fait, ils fixent Re_τ . Dans notre procédure nous fixons le débit moyen, laissant ainsi la possibilité au frottement de fluctuer. Tardu & Binder (1993), dans leur étude expérimentale, ont également fixé le débit. Ils observent une dispersion de l'ordre de 15% autour de la valeur

moyenne de la trainée, sans toutefois dégager de tendance particulière. Dans notre étude, la modification de l'écoulement moyen, significative à forte amplitude, augmente lorsque la fréquence diminue. Si on reprend les résultats de Lodhal *et al.* (1998) concernant le frottement moyen en tuyau pulsé, on voit sur la figure 5.19 (reproduction de la figure 10 de Lodhal *et al.* (1998)) que le frottement moyen peut être inférieur, égal ou supérieur au frottement non-pulsé, en fonction des trois paramètres de l'étude. Ainsi, pour avoir une diminution du frottement moyen, il faut considérer une amplitude forte (les résultats de Lodhal *et al.* (1998) indiquent que l'amplitude doit être supérieure à 1) et un nombre de Reynolds de l'écoulement moyen basé sur la vitesse au centre inférieur à 30000. Si on compare nos paramètres en canal plan à ceux de Lodhal *et al.* (1998), on peut estimer le rapport entre les frottements moyens obtenus en écoulement pulsé et non-pulsé, à partir du cas (i) de la figure (a). En effet, l'ordre de grandeur de nos paramètres est comparable aux cas représentés sur la figure 10 de Lodhal *et al.* (1998) reproduite ici. Dans le tableau 5.4, nous avons calculé le nombre de Reynolds caractéristique de l'écoulement oscillant $Re_w = (A_o(U_c))^2/(\omega\nu)$ et le rapport h/l_s (équivalent de R/δ) dans le cas d'une amplitude de forçage $A_o = 0.7$, pour laquelle on a observé une modification significative du frottement moyen. Le nombre de Reynolds au centre de l'écoulement moyen vaut approximativement 5600 pour les trois simulations.

ω^+	Re_w	h/l_s
0.006	27200	9.9
0.01	13600	13.16
0.1	1400	40.9

TAB. 5.4: Nombre de Reynolds de l'écoulement oscillant et rapport entre la hauteur du canal et l'épaisseur de couche de Stokes.

En considérant les premières courbes (i) des figures (a) et (b), on vérifie qu'on se trouve bien dans la zone où $\bar{\tau}/\tau_c \ll 1$ ($\bar{\tau} \simeq \langle \tau \rangle$ et τ_c correspondant au frottement moyen de l'écoulement non-pulsé). Dans cette zone, le frottement moyen diminue effectivement avec la fréquence. Pour $A_o = 0.2$, $Re_w \leq 10^3$, l'ensemble des courbes de la figure 5.19 indique qu'il n'y a pas de modification du frottement moyen, ce qui correspond à ce que nous avons observé.

Après l'étude de l'effet de la pulsation sur la trainée moyenne, nous nous penchons sur les fluctuations turbulentes. En considérant l'équation de quantité de mouvement longitudinale en moyenne de phase, nous avons mis en évidence le scénario qui conduit de la pulsation du débit à la réponse périodique des fluctuations turbulentes. A Mach 0.3, l'effet de compressibilité est quasiment négligeable, aussi, pour simplifier, on considère l'équation longitudinale de quantité de mouvement incompressible :

$$\frac{\partial \langle u \rangle_\Phi}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_{pulse}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[-\langle u''v'' \rangle_\Phi + \frac{\mu}{Re} \frac{\partial \langle u \rangle_\Phi}{\partial y} \right] \quad (5.28)$$

P_{pulse} correspond à la somme de la pression mécanique et d'une composante propre à la pulsation. L'oscillation de la vitesse entraîne l'oscillation du frottement pariétal, qui à son tour va générer des oscillations dans les quantités turbulentes. Ceci est représenté sur la figure 5.20.

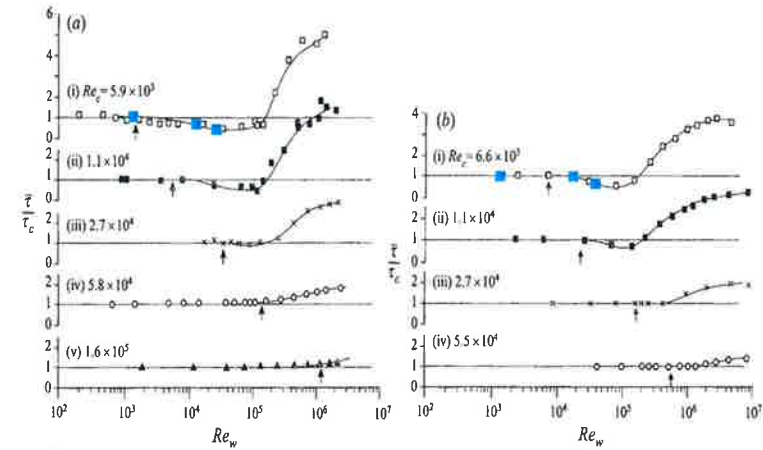


FIGURE 10. Mean wall shear stress normalized by the current wall shear stress. The vertical arrows indicate that, at these points, $V/U_m = 1$. (a) $R/\delta = 53$, (b) $R/\delta = 25$.

FIG. 5.19: Frottement moyen normalisé par le frottement non-pulsé, \square $\omega^+ \simeq 0.006$, $\omega^+ \simeq 0.1$ et $\omega^+ \simeq 0.1$ pour $A_o = 0.7$.

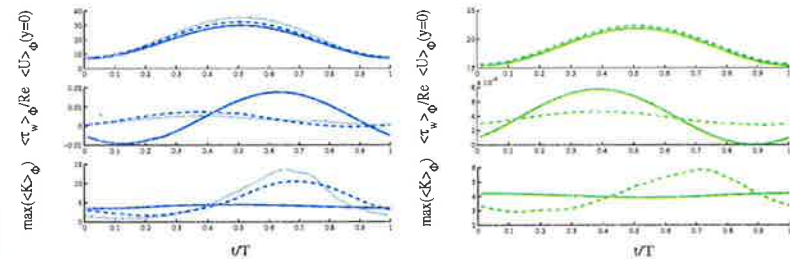


FIG. 5.20: Evolution temporelle de la moyenne de phase de la vitesse au centre, du frottement pariétal et du maximum d'énergie cinétique : $A_o = 0.7$ (gauche) et $A_o = 0.2$ (droite). (légende tableau 5.2)

A haute fréquence, on observe un comportement sinusoïdal du frottement pariétal et du pic d'énergie cinétique turbulente, $K = \langle u''u'' \rangle_\Phi/2$, pour les deux amplitudes considérées. En particulier, on retrouve un déphasage proche de 45° entre le frottement et la vitesse au centre, valeur correspondant à la solution de Kirchhoff-Stokes. Pour $\omega^+ = 0.01$, le frottement pariétal présente toujours un comportement quasi-sinusoïdal, alors qu'il semble y avoir plus d'harmoniques dans la réponse du pic d'énergie cinétique. On s'éloigne d'autant plus d'un comportement purement sinusoïdal du frottement pariétal et du pic

d'énergie cinétique turbulente, que la fréquence est basse. Cela se confirme si on examine la contribution des harmoniques dans la moyenne de phase de la contrainte de Reynolds $\langle u''v'' \rangle_\Phi$. Sur la figure 5.21, nous avons représenté l'erreur ϵ commise en identifiant la composante périodique à un signal de type $A_{u''v''} \cos(\omega t + \Phi_{u''v''})$. Ainsi, ϵ , qui s'écrit $\epsilon = \langle u''v'' \rangle_\Phi - [\langle u''v'' \rangle + A_{u''v''} \cos(\omega t + \Phi_{u''v''})]$, représente la part des harmoniques supérieurs présents dans la composante périodique. Cette part augmente lorsque la fréquence diminue. A haute fréquence, on retrouve un comportement essentiellement périodique. La présence d'harmoniques supérieurs est d'autant plus importante que l'amplitude de forçage est forte.

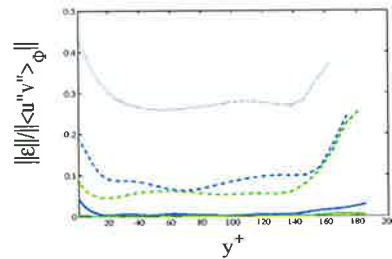


FIG. 5.21: Fraction de la moyenne de phase $\langle u''v'' \rangle_\Phi$ contenue dans les harmoniques supérieures. (légende tableau 5.2)

Avant de suivre la modulation des quantités turbulentes au cours du cycle de forçage, nous avons examiné les composantes moyennes et périodiques de l'intensité turbulente (figure 5.22) et de la contrainte de Reynolds (figure 5.23). L'augmentation de l'intensité turbulente normalisée avec la baisse de fréquence correspond à la baisse de la vitesse de frottement moyenne. La contrainte de Reynolds normalisée semble constante, ce qui indique une diminution du frottement turbulent similaire à la diminution du frottement pariétal moyen. Concernant la composante périodique, elle diminue pour les deux grandeurs turbulentes lorsque la fréquence augmente, surtout à forte amplitude, indiquant que la part de la turbulence affectée par l'oscillation est de plus en plus confinée en région de proche paroi. Cela correspond au gel de la turbulence à haute fréquence.

On a vu que la pulsation entraînait la génération de fluctuations oscillantes dans les quantités turbulentes. Afin d'estimer le lieu de génération de ces fluctuations et d'étudier leur propagation, nous avons suivi l'évolution temporelle de la moyenne de phase de différentes statistiques turbulentes au cours d'un cycle de forçage. Cela nous a aussi permis de tester la résistance à la pulsation de ces statistiques.

Sur les figures 5.24, nous avons représenté les profils de vitesse en moyenne de phase à 8 instants dans un cycle. Le premier profil, en bas, correspond au début de la phase d'accélération.

Tout comme Scotti & Piomelli (2001), nous avons représenté sur les courbes une droite située en $2l_t^+$. Cette droite correspondrait, dans le cas d'un problème de Stokes, à la limite à partir de laquelle l'amplitude des oscillations serait inférieure à 10% de l'amplitude imposée. Au-delà de cette droite, on constate effectivement que le profil n'est plus modifié en dehors d'une oscillation autour de la valeur moyenne, ce qui tend à confirmer l'hypothèse

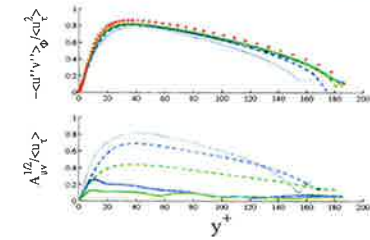
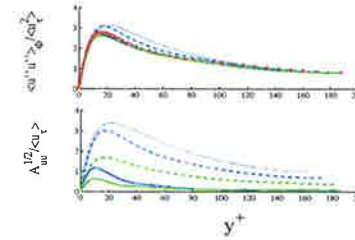


FIG. 5.22: Fluctuations turbulentes longitudinales : composante moyenne (haut) et amplitude de la composante périodique (bas). (légende tableau 5.2)

FIG. 5.23: Contrainte de Reynolds : composante moyenne (haut) et amplitude de la composante périodique (bas). (légende tableau 5.2)

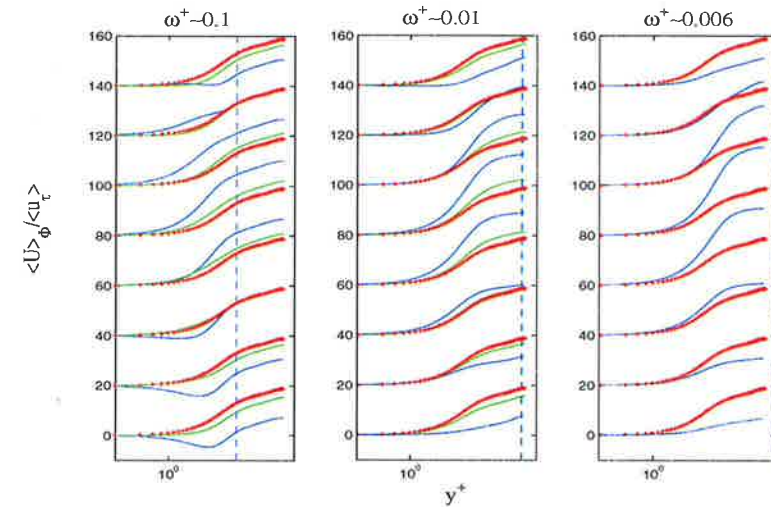


FIG. 5.24: Evolution au cours du cycle du profil de vitesse normalisée $\langle u \rangle_\Phi$: les profils sont distants de $T/8$ et sont décalés de 20 unités dans la direction verticale. La droite en pointillés est placée en $y^+ = 2l_t^+$. (légende tableau 5.2)

de première approximation selon laquelle l'effet de la turbulence sur la pulsation peut être reproduite par l'ajout d'une viscosité turbulente à la viscosité cinématique (c'est de cette façon que l'épaisseur turbulente de couche de Stokes $l_t = \sqrt{2(\nu + \nu_t)}/\omega$ a été définie). A haute fréquence, on retrouve une zone logarithmique de pente usuelle (5.5 chez Kim *et al.* (1987)) à tout instant dans le cycle. La tendance est la même aux deux amplitudes considérées. Lorsque l'on diminue la fréquence, la zone de contamination s'épaissit : pour $\omega^+ = 0.01$, on ne trouve de zone logarithmique que pendant une partie du cycle, et finalement à $\omega^+ = 0.006$, le profil est toujours différent du profil moyen, tout l'écoulement

étant affecté par les oscillations.

On peut suivre la génération et la propagation des fluctuations turbulentes à travers l'évolution temporelle de la trace du tenseur de Reynolds, qui représente deux fois l'énergie cinétique turbulente : $q^2 = 2K$. En effet, sur les figures 5.25, on observe une oscillation du pic de production, générée autour de l_s^+ et qui se propage jusqu'à $2l_t^+$. A basse fréquence, le pic n'est significatif qu'en zone de décélération, ce qui suggère une relaminarisation de l'écoulement durant la phase d'accélération.

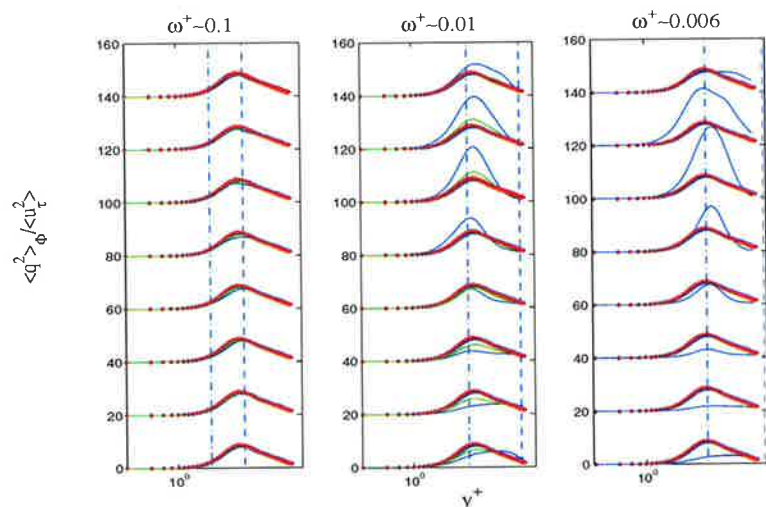


FIG. 5.25: Evolution du profil d'énergie cinétique dans un cycle : les profils sont distants de $T/8$ et sont décalés de 20 unités dans la direction verticale. La droite en tirets-pointillés est située en $y^+ = l_s^+$ et celle en pointillés est placée en $y^+ = 2l_t^+$. (légende tableau 5.2)

Le rapport entre la contrainte de Reynolds et l'énergie cinétique permet de mesurer l'état d'équilibre de la turbulence. Ce rapport qui intervient dans la construction du tenseur d'anisotropie permet de mesurer l'efficacité avec laquelle les structures cohérentes extraient le tenseur de Reynolds à partir d'une certaine quantité d'énergie cinétique turbulente. Lorsque le pic de ce rapport, localisé dans la zone logarithmique, est inférieur à la valeur de 0.15 obtenue en écoulement non-pulsé, on s'éloigne de l'état d'équilibre. Pour la fréquence la plus basse, en régime intermédiaire, la structure de la turbulence est hors équilibre durant tout le cycle. Lorsque la fréquence augmente légèrement, le départ à l'équilibre se réduit. En effet, pour $\omega^+ = 0.01$, la structure de la turbulence se rapproche de l'équilibre entre la fin de la phase de décélération et le début de la phase d'accélération. Enfin, à très haute fréquence, la turbulence est gelée sur une grande partie de l'écoulement et la structure retrouve son équilibre. La classification de ces fréquences, respectivement dans les régimes intermédiaire, haute fréquence, et très haute fréquence (cf figure 5.7) est en accord avec le comportement observé. Qualitativement, ce comportement est le même aux deux amplitudes de forçage, mais quantitativement, les effets sont plus prononcés à

forte amplitude.

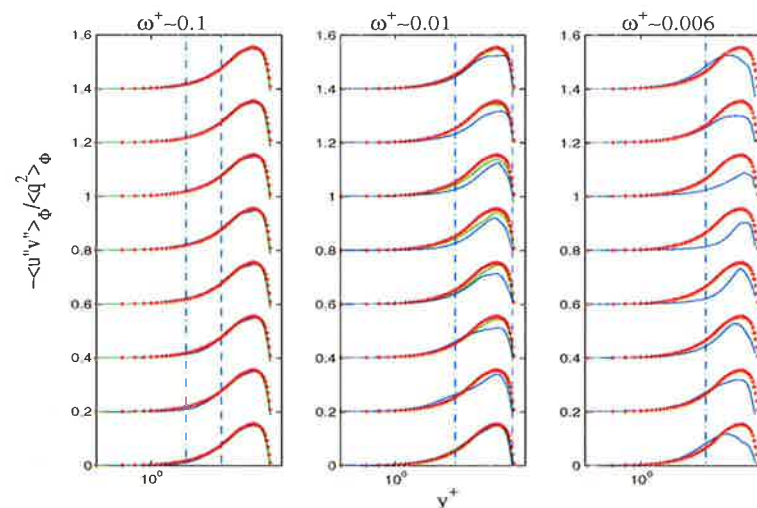


FIG. 5.26: Evolution du profil du paramètre de structure : les profils sont distants de $T/8$ et sont décalés de 0.2 unités dans la direction verticale. La droite en tirets-pointillés est située en $y^+ = l_s^+$ et celle en pointillés est placée en $y^+ = 2l_t^+$. (légende tableau 5.2)

Nous avons observé la génération des fluctuations turbulentes autour de l_s^+ . Ces fluctuations grandissent rapidement et se propagent ensuite en s'atténuant. Nous nous sommes intéressés à la vitesse de propagation de ces ondes. Sur la figure 5.27, nous avons représenté le déphasage des différentes grandeurs par rapport à la vitesse au centre du canal pour les trois pulsations de forçage. Dans le cas de la solution de Kirchhoff-Stokes, l'onde de cisaillement se propage à la vitesse $v^+ = \omega^+ l_s^+$ dans la direction normale aux parois. Si on faisait l'approximation de représenter la turbulence par une diffusivité turbulente, on devrait obtenir une vitesse de propagation des ondes de l'ordre de $v^+ = \omega^+ l_t^+$. Cela se traduirait par une pente de $-1/v^+ = -1/(\omega^+ l_t^+)$ dans les profils de déphasage normalisés par ω^+ . A très haute fréquence, la zone de propagation des fluctuations est mince. En revanche, pour la pulsation en régime haute fréquence, on observe effectivement un comportement linéaire entre la zone de génération des fluctuations, ie autour de l_s^+ , et la zone où la turbulence est gelée, ie à partir de $2l_t^+$. Pour la fréquence intermédiaire, les fluctuations générées sont plus importantes et la propagation a lieu sur toute la largeur du canal. L'approximation grossière de l'effet de la turbulence sur l'oscillation par l'ajout d'une viscosité turbulente donne une bonne estimation de la propagation de la modulation des fluctuations turbulentes.

Pour terminer l'étude de l'effet de la pulsation sur la turbulence, nous avons examiné les fluctuations de vitesse ainsi que les structures cohérentes de l'écoulement déterminées par les isosurfaces positives du critère Q. Les figures 5.30, 5.29 et 5.28, qui correspondent respectivement aux pulsations $\omega^+ \simeq 0.006$, $\omega^+ \simeq 0.01$ et $\omega^+ \simeq 0.1$, indiquent que la topologie

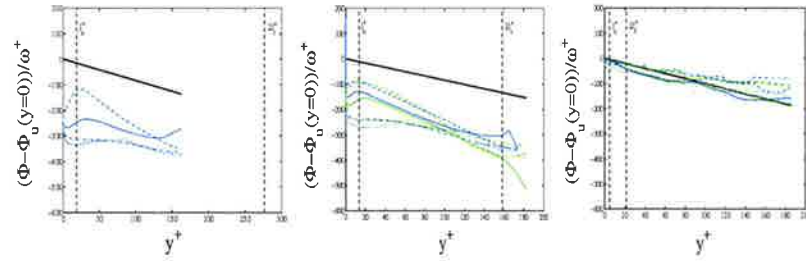


FIG. 5.27: Déphasage des composantes périodiques du tenseur de Reynolds par rapport à la vitesse au centre, normalisé par ω^+ . Gauche : $\omega^+ \simeq 0.006$, milieu : $\omega^+ \simeq 0.01$ et droite : $\omega^+ \simeq 0.001$; $A_o = 0.7$, $A_o = 0.2$; — $\Phi_{uv} - \Phi_u(y=0)$, - - - $\Phi_{uv} - \Phi_u(y=0)$, - · - · $\Phi_{vv} - \Phi_u(y=0)$ et · · · · $\Phi_{wv} - \Phi_u(y=0)$; la courbe noire correspond à une pente obtenue avec une hypothèse de viscosité turbulente (l_t).

des structures turbulentes peut être largement modifiée par la pulsation de l'écoulement. A haute fréquence, on n'observe aucune variation au cours du cycle. Les stries en région de proche paroi et les structures cohérentes représentées par $Q = 0.6U_b^2/h^2$ sont similaires aux structures turbulentes d'un écoulement non-pulsé. En revanche, lorsque la fréquence diminue, la dynamique des structures est différente : on observe deux comportements suivant qu'on considère la phase d'accélération ou la phase de décélération. Pour $\omega^+ \simeq 0.01$, de $t/T = 1/8$ à $t/T = 4/8$, les stries s'étirent et deviennent lisses. Parallèlement, le nombre de structures représentées par un niveau $Q = 0.6U_b^2/h^2$ diminue considérablement. Puis, pendant la phase de décélération, des zones plus turbulentes localisées apparaissent et se développent; le canal se remplit à nouveau de structures cohérentes d'intensité $Q = 0.6U_b^2/h^2$. Ce comportement est en accord avec ce que nous avons mentionné au sujet de la modulation de l'énergie cinétique turbulente. La phase d'accélération correspond à une phase de relaminarisation et la décélération correspond à une phase de retransition à la turbulence. Sur les figures 5.25, on peut constater que ce phénomène est plus marqué pour $\omega^+ \simeq 0.006$, avec un maximum d'intensité turbulente très marqué pour $4/8(t/T)(6/8)$. Cela correspond relativement bien à l'évolution des structures observée sur les figures 5.30. Durant la phase d'accélération, on retrouve des stries très allongées, mais pour cette fréquence, les structures cohérentes correspondant à $Q = 0.6U_b^2/h^2$ ont complètement disparu. La retransition à la turbulence est très rapide, et durant la phase de décélération, les stries n'évoluent quasiment pas alors que le nombre de structures diminue dans le canal. Ainsi, lorsque la pulsation de forçage diminue, la forme et la distribution des structures sont de plus en plus modifiées au cours du cycle. Finalement l'évolution des fluctuations de vitesse u'' nous renseigne sur l'efficacité de la pulsation à induire une réponse oscillante des quantités turbulentes. Nous avons observé, en fonction de la fréquence de forçage, le même comportement au cours du cycle que celui rapporté par Scotti & Piomelli (2001). L'évolution des isosurfaces positives du critère Q nous indique la capacité de la pulsation à éloigner la turbulence de son état d'équilibre. Scotti & Piomelli (2001), en redéfinissant le critère Q à partir des fluctuations de vitesse :

$$Q = \frac{1}{2} \frac{\partial u_i''}{\partial x_j} \frac{\partial u_i''}{\partial x_j},$$

ont en outre mis en évidence la redistribution spatiale au cours du cycle

des structures cohérentes.

Finalement, concernant l'effet de la pulsation sur l'écoulement, nous avons tout d'abord observé une diminution de la traînée moyenne de l'ordre de 12%. Concernant les fluctuations turbulentes, la pulsation du débit entraîne l'oscillation du frottement pariétal, qui à son tour génère une réponse oscillante des fluctuations turbulentes. Nous avons suivi la modulation de ces fluctuations, mettant en évidence leur génération autour de l_s^+ et leur propagation à vitesse constante jusqu'à $2l_t^+$. Pour les deux fréquences les plus basses, nous avons observé un phénomène de relaminarisation durant la phase d'accélération, qui s'accompagne d'un étirement des stries longitudinales et d'une disparition des grosses structures de l'écoulement. En effet, contrairement aux propriétés moyennes, les structures cohérentes de l'écoulement présentent un comportement qui dépend de la phase. Pour l'ensemble des cas considérés, les effets de la pulsation sur la turbulence sont proportionnels à l'amplitude de forçage.

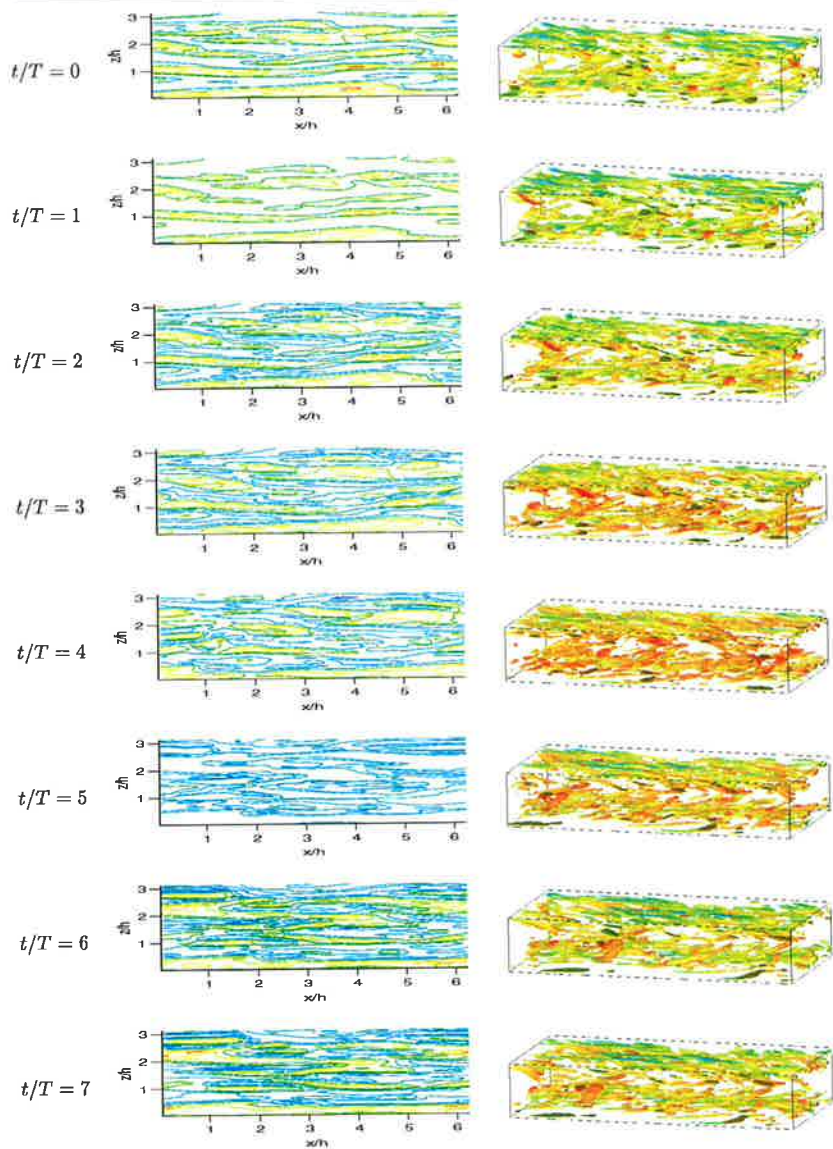


FIG. 5.28: Fluctuations u'' (gauche) et isosurfaces $Q = 0.6U_b^2/h^2$ (droite) : à 8 instants dans un cycle, $t/T=0$ correspondant au début de la phase d'accélération. $\omega^+ = 0.1$, $A_o = 0.7$. Pour les fluctuations : 20 contours en $y^+ \simeq 10$, équi-répartis entre -1 (bleu) et 1 (rouge).

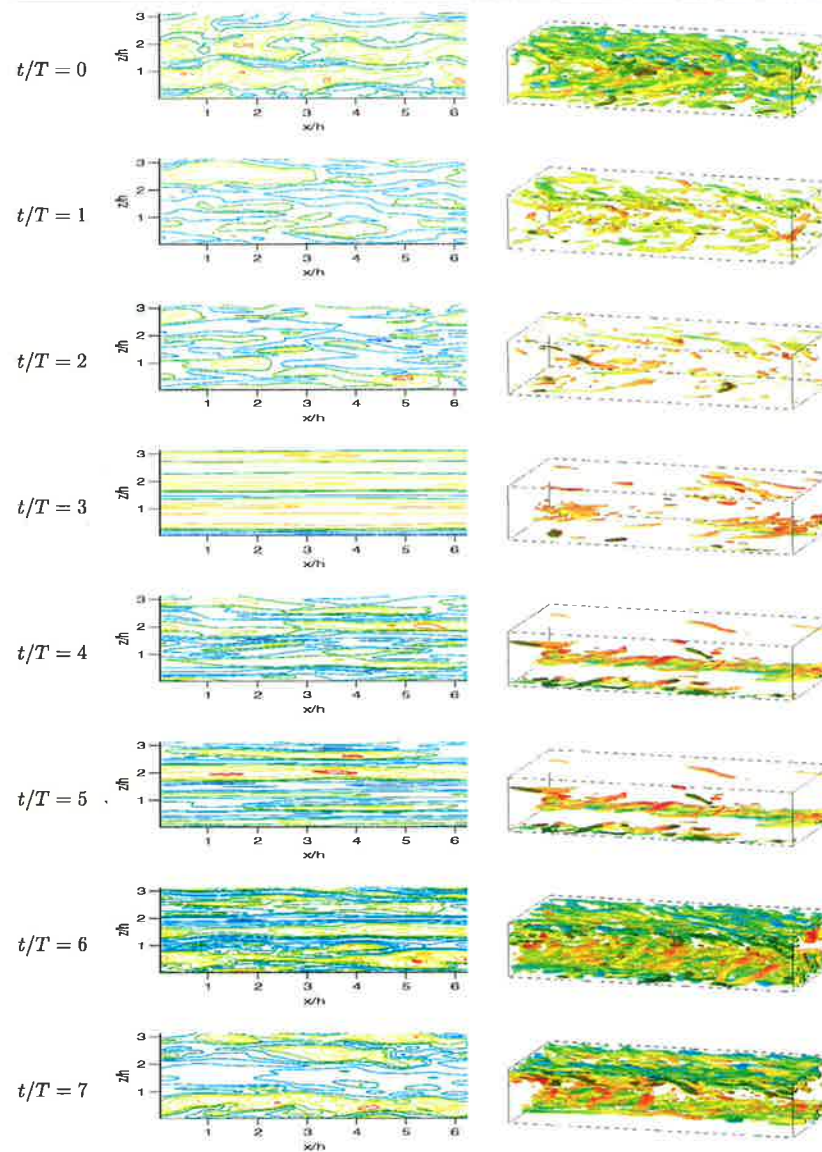


FIG. 5.29: Fluctuations u'' (gauche) et isosurfaces $Q = 0.6U_b^2/h^2$ (droite) : à 8 instants dans un cycle, $t/T=0$ correspondant au début de la phase d'accélération. $\omega^+ = 0.01$, $A_o = 0.7$. Pour les fluctuations : 20 contours en $y^+ \simeq 10$, équi-répartis entre -1 (bleu) et 1 (rouge).

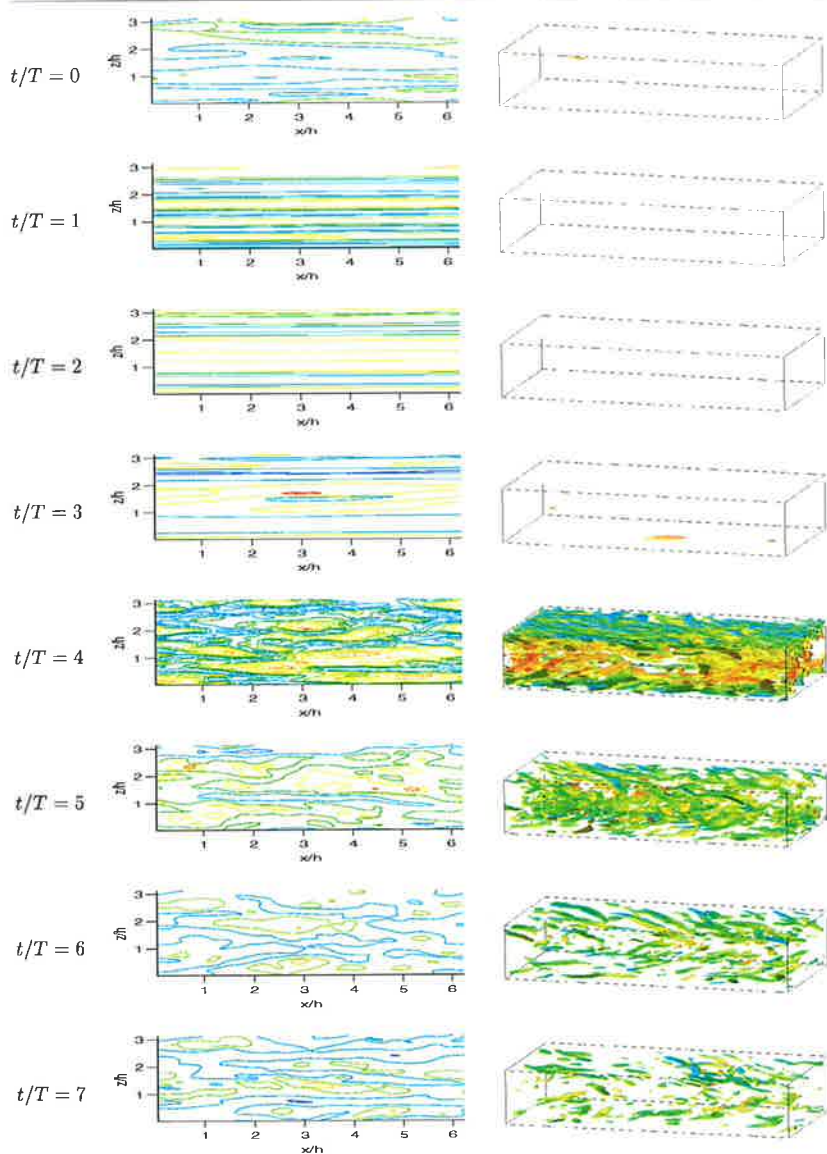


FIG. 5.30: Fluctuations w'' (gauche) et isosurfaces $Q = 0.6U_0^2/h^2$ (droite) : à 8 instants dans un cycle, $t/T=0$ correspondant au début de la phase d'accélération. $\omega^+ = 0.005$, $A_o = 0.7$. Pour les fluctuations : 20 contours en $y^+ \simeq 10$, equi-répartis entre -1 (bleu) et 1 (rouge).

Effets de la turbulence sur la partie oscillante

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à l'effet de la turbulence sur l'écoulement oscillant, avec en particulier, l'étude de la composante périodique du frottement pariétal, en relation avec l'atténuation d'une onde sonore se propageant en milieu turbulent.

Les différents domaines fréquentiels mentionnés dans la partie bibliographique des écoulements pulsés permettent également de définir les comportements des composantes périodiques de la vitesse et du frottement pariétal, lorsque l'écoulement pulsé est turbulent. L'amplitude et la phase de la vitesse oscillante sont représentées sur la figure 5.31. Sur ces figures, nous avons également tracé les résultats de Scotti & Piomelli (2001) pour des pulsations de forçage comparables avec $A_o = 0.7$. L'accord entre ces simulations et les nôtres est relativement bon, confirmant de ce fait la capacité de notre code (modèle de fonction de structure) à traiter un écoulement non-stationnaire en moyenne. Les résultats sont relativement indépendants de l'amplitude de forçage et peuvent s'énoncer de la façon suivante : dans le régime haute fréquence, on retrouve la solution laminaire de Kirchhoff-Stokes. Le profil de l'amplitude de la vitesse présente un overshoot autour de $y/l_s \simeq 2$, puis l'amplitude reste constante et le déphasage de la vitesse par rapport à la vitesse à la paroi est nul, ce qui indique que l'écoulement oscille en bloque au-delà de cette altitude. Lorsque la fréquence diminue, la bosse dans le profil en amplitude se décale vers le centre, et le déphasage s'annule plus haut dans le canal. Cela correspond à ce que l'on obtiendrait en rajoutant une viscosité turbulente à la viscosité cinématique dans la solution laminaire, la zone de contamination de l'écoulement étant alors plus importante. Enfin, à basse fréquence, on observe une déviation plus nette par rapport à la solution laminaire : le profil de vitesse tend vers un profil turbulent, et le déphasage entre la vitesse au centre et celle à la paroi s'éloigne des 45° observés jusqu'alors.

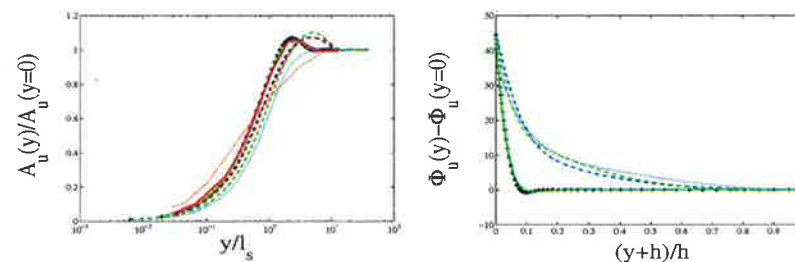


FIG. 5.31: Amplitude (gauche) et déphasage (droite) de la vitesse oscillante : + solution laminaire de Kirchhoff-Stokes, (références dans le tableau 5.2).

Nous avons ensuite étudié l'évolution de la modulation du frottement pariétal en fonction de la pulsation de forçage ω . Dans le tableau 5.5, nous avons reporté les valeurs de l'amplitude et de la phase de cette modulation, pour les différentes fréquences considérées. Ces résultats ont été tracés sur la figure 5.32, avec une comparaison aux travaux numériques de Scotti & Piomelli (2001) et expérimentaux de Tardu *et al.* (1994) dans le cas du canal pulsé.

A_o	ω^+	A_τ	$A_\tau(KS)$	$A_\tau/A_\tau(KS)$	$\Phi_\tau - \Phi_u(y=0)$
0.7	0.006	6.2008	8.9100	0.696	36.2
0.7	0.0107	11.7684	12.6006	0.934	45.8
0.7	0.093	40.85	39.847	1.02	44.5
0.2	0.0097	2.7966	3.6002	0.78	42.8
0.2	0.094	11.68	11.3848	1.02	44.5

TAB. 5.5: Amplitude et déphasage du frottement pariétal oscillant.

On distingue principalement quatre zones de fréquence. A très haute fréquence, aucune déviation par rapport à la solution laminaire n'est observée. Lorsque la fréquence diminue, $A_\tau/A_\tau(KS)$ diminue également et devient plus petit que 1. Le déphasage, en revanche, augmente légèrement par rapport aux 45° de la solution laminaire. En diminuant la fréquence on atteint un minimum pour l'amplitude et un maximum pour le déphasage. Si la fréquence diminue encore, $A_\tau/A_\tau(KS)$ reste inférieur à 1 mais commence à augmenter alors que le déphasage diminue. On atteint finalement le régime basse fréquence où $A_\tau/A_\tau(KS)$ est supérieur à 1 et où le déphasage $\Phi_\tau - \Phi_u(y=0)$ tend vers zéro.

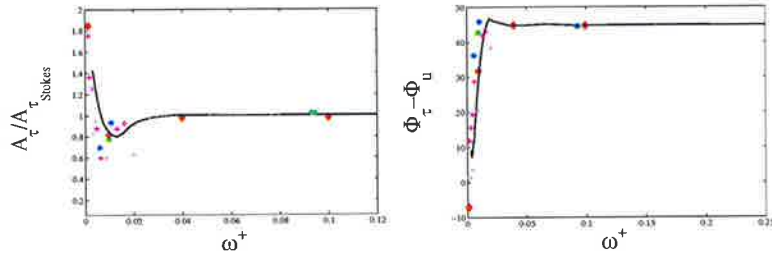


FIG. 5.32: Amplitude (gauche) et déphasage (droite) du frottement pariétal cohérent : — Ronneberger & Ahrens 1977 (expérience de propagation acoustique et d'écoulement oscillant) $A_o=5\%$, • Scotti & Piomelli 2001 $A_o=70\%$, + Tardu *et al* 1994 $A_o=70\%$, + Tardu *et al* 1994 $A_o=20\%$, • canal pulsé $Re_\tau=180$ $A_o=70\%$, • canal pulsé $Re_\tau=180$ $A_o=20\%$.

Ce régime basse fréquence est généralement identifié comme le régime quasi-stationnaire. Nous n'avons pas considéré de pulsation suffisamment petite pour l'observer ; néanmoins le comportement du frottement pariétal dans ce régime est relativement simple à expliquer. Toutes les études qui ont travaillé à suffisamment basse fréquence ont observé que le frottement pariétal était en phase avec la vitesse au centre du canal ($\Phi_\tau - \Phi_u(y=0) \rightarrow 0$). Ainsi, les relations stationnaires qui relient coefficient de frottement et vitesse sont applicables à chaque instant, non seulement sur les grandeurs moyennées temporellement mais aussi sur les grandeurs en moyenne de phase :

$$\langle \tau_{qs} \rangle = C \left(\frac{\langle U_c \rangle h}{\nu_w} \right)^{-n} \frac{1}{2} \rho \langle U_c \rangle^2 \quad (5.29)$$

$$\langle \tau_{qs} \rangle_\Phi = C \left(\frac{\langle U_c \rangle_\Phi h}{\nu_w} \right)^{-n} \frac{1}{2} \rho \langle U_c \rangle_\Phi^2 \quad (5.30)$$

où C et n sont des constantes qui dépendent du nombre de Reynolds de l'écoulement moyen. Or, par définition, on peut écrire, en négligeant les fluctuations :

$$\langle U_c \rangle_\Phi = \langle U_c \rangle (1 + A_o \cos(\omega t + \Phi_{U_c})) \quad (5.31)$$

et finalement, après développement, on obtient :

$$A_{\tau_{qs}} \simeq (2 - n) A_o \langle \tau \rangle \quad (5.32)$$

Ainsi, en régime quasi-stationnaire, l'amplitude de la modulation est indépendante de la fréquence de forçage (*cf* figure 5.1). Le rapport entre cette amplitude et sa valeur laminaire varie donc comme $\frac{1}{\sqrt{\omega^+}}$, tout en dépendant du nombre de Reynolds de l'écoulement moyen. Ce raisonnement a été mené par Mao & Hanratty (1986) en tuyau pulsé et par Tardu *et al.* (1994) en canal pulsé. Ces derniers proposent une relation du type :

$$A_{\tau_{qs}} \simeq \frac{7}{4} \frac{1}{1 + \frac{21}{64} A_o^2} \frac{\langle u_\tau \rangle}{\langle U_c \rangle} \frac{1}{\sqrt{\omega^+}} \quad (5.33)$$

Le régime haute fréquence est identifié quant à lui au régime quasi-laminaire. Nous avons vu, pour les hautes fréquences, que l'oscillation ne contamine l'écoulement que sur une zone très mince confinée dans la sous-couche visqueuse. Ainsi, tout se passe comme si on considérait une oscillation en écoulement laminaire. Il est donc légitime de penser qu'on va retrouver la solution de Kirchhoff-Stokes, ce qui semble effectivement être le cas. Il faut toutefois mentionner la déviation par rapport au régime laminaire observée pour $\omega^+ > 0.04$ par Tardu & Binder (1993). Ces auteurs mentionnent une baisse du déphasage $\Phi_\tau - \Phi_u(y=0)$, qui atteint un minimum de 25° autour de $\omega^+ = 0.1$. Tardu & Binder (1993) ont identifié ce comportement à une résonance de la fréquence de forçage avec la fréquence d'éjection de la turbulence. L'éjection faisant référence à l'éjection de fluide basse vitesse (stries) de la paroi vers la zone externe de l'écoulement, la fréquence de ce processus a été estimée à $\omega_e^+ = 0.08$ pour un canal stationnaire. Bien que Mao & Hanratty (1986) présentent également cette tendance à la baisse du déphasage en tuyau pulsé, ils n'ont pas observé de minimum autour de $\omega^+ \simeq 0.1$. A notre connaissance, aucune autre étude ne mentionne ce phénomène, que nous n'avons nous-même pas observé.

Entre ces deux régimes extrêmes, on observe une zone critique, qui regroupe les régimes intermédiaire et haute fréquence de la décomposition en cinq régimes présentée sur la figure 5.7. Dans cette zone, la turbulence atténue la modulation du frottement pariétal par rapport au cas laminaire : $A_\tau/A_\tau(KS) < 1$. Ce comportement a été observé dans la plupart des études en écoulement pulsé ou en propagation acoustique. Ainsi, sur les courbes 5.32, nous avons également reporté les résultats de Ronneberger & Arhens (1977) qui ont étudié expérimentalement l'atténuation sonore, d'une part, en propagation acoustique, et d'autre part, en tuyau vibrant à très faible amplitude. L'accord est principalement qualitatif, puisqu'on constate un décalage de la zone critique vers les hautes fréquences par rapport au cas du canal pulsé. Ce décalage est également retrouvé chez Peters *et al.* (1993), dans une étude sur la propagation acoustique dans un tuyau avec écoulement turbulent, et chez Mao & Hanratty (1986) en tuyau pulsé. Les raisons de ce décalage ne sont pas évidentes, l'amplitude A_o , la configuration de l'écoulement, le nombre de Reynolds de l'écoulement moyen étant différents d'une étude à l'autre, comme on peut le voir dans le

référence	A_o	Re_c	configuration	ω_c^+
simulations de l'étude Scotti & Piomelli (2001)	0.2; 0.7	5600	canal	} ≈ 0.0075
Tardu <i>et al.</i> (1994)	0.7	7520		
Peters <i>et al.</i> (1993)	0.2-0.7	5000-10000		
Mao & Hanratty (1986)	0.01-0.5	$13500 - 2.7 * 10^9$	tuyau	} ≈ 0.01
Ronneberger & Arhens (1977)	0.1	15000-70000		
	0.05			

TAB. 5.6: Paramètres et fréquence critique ω_c^+ des différentes simulations (Re_c est basé sur la vitesse moyenne au centre du canal).

tableau 5.6. On ne peut pas exclure un effet du nombre de Reynolds, qui est d'un ordre de grandeur supérieur dans le cas des études en tuyau pulsé par rapport aux études en canal.

Cependant, la variation du nombre de Reynolds dans le cas du canal pulsé ne semble pas induire de décalage de la zone critique. En effet, bien que notre étude et les simulations de Scotti & Piomelli (2001) ne mettent pas directement en évidence la fréquence critique, les résultats semblent en bon accord avec ceux de Tardu *et al.* (1994), situant la fréquence critique autour de $\omega_c^+ \approx 0.0075$. De plus, une pulsation ω^+ correspondant théoriquement à une infinité de couples (ω, Re) , Mao & Hanratty (1986) ont ainsi étudié une même pulsation adimensionnée pour deux nombres de Reynolds distincts, sans observer de décalage. En particulier, autour de la fréquence critique, où on observe le minimum de $A_\tau/A_{\tau(KS)}$, les simulations avec $Re_c = 50000$ et $Re_c = 70000$ donnent les mêmes résultats.

Le fait de ne pas être à même de déterminer l'influence des différents paramètres sur la localisation de la zone critique rend relativement difficile la détermination précise des limites entre les différents régimes. Les limites qui ont été proposées dans la littérature ont été définies à partir des différentes interprétations de la zone critique. En introduction, nous avons mentionné l'existence de deux interprétations principales, la première en terme de pulsation critique ω_c^+ , la seconde en terme d'épaisseur de couche de Stokes critique ls_c^+ .

Si on considère la première interprétation, les limites ont été identifiées à partir des fréquences caractéristiques de la dynamique des structures cohérentes de la turbulence, telles que les fréquences de burst ou les fréquences d'éjection. On a déjà mentionné que le caractère intermittent du processus d'éjection, ne facilite pas la détermination de fréquences bien définies. De plus, l'évaluation de ces fréquences dépend de leur méthode de détermination, ainsi que du lieu de détection, puisque pour $y^+ < 50$, la fréquence de burst a tendance à diminuer légèrement (cf Blackwelder & Haritonidis (1983) figure 6 et Bogard & Tiederman (1986) figure 13). Ceci explique, entre autres raisons, pourquoi les valeurs de la littérature présentent des écarts considérables. Luchik & Tiederman (1987) ont montré que la fréquence de burst ω_B^+ augmentait quasiment d'un facteur 2 lorsque le nombre de Reynolds Re_c varie de 8500 à 9500, puis elle reste constante sur la plage de Reynolds étudiée, ie jusqu'à $Re_c = 18000$. Enfin, il est également possible que la fréquence de burst dépende de la configuration de l'étude, comme l'ont suggéré Wei & Willmarth (1989). Ces variations de la fréquence de burst en fonction du nombre de Reynolds, de la géométrie et du lieu de détection pourraient correspondre au décalage de la zone critique observé sur la figure 5.32.

Pour établir leur diagramme figure 12 (que l'on a repris sur la figure 5.7), Ramaprian & Tu (1983) ont considéré les fréquences de burst établies en tuyau pour $Re \in [10^3 - 10^5]$ par Mizushima *et al.* (1973) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{BL}^+ = \frac{166}{2Re_\tau} Re^{-0.54} \\ \langle \omega_B^+ \rangle = \frac{1.38}{2Re_\tau} Re^{1/8} \\ \omega_{BU}^+ = \frac{31}{2Re_\tau} Re^{0.125} [10^{-(3.32-0.667 \log Re)}] \end{array} \right. \quad (5.34)$$

où $\langle \omega_B^+ \rangle$ est la fréquence de burst moyenne et ω_{BL}^+ et ω_{BU}^+ les limites minimum et maximum de l'histogramme des intervalles entre les bursts. Dans le tableau 5.7, nous avons reporté les limites obtenues par ces relations dans les cas du canal pulsé pour $Re_\tau = 180$ et $Re_\tau = 350$.

Re_τ	ω_{BL}^+	ω_B^+	ω_{BU}^+
180	0.006	0.012	0.023
350	0.002	0.007	0.024

TAB. 5.7: Limites de la zone critique obtenues par les relations de Mizushima *et al.* (1973).

La localisation du minimum de l'amplitude A_τ et de la limite inférieure où $A_\tau/A_{\tau(KS)}$ (1 dépendent fortement du nombre de Reynolds, ce qui ne semble pas être autant le cas pour les trois résultats en canal plan pulsé. Si les résultats à $Re_\tau = 350$ semblent satisfaisants, il faut noter que la fréquence $\omega^+ = 0.007$ ne coïncide pas avec la fréquence de burst mesurée en canal non-pulsé. En effet, Bogard & Tiederman (1986) et Tardu & Binder (1993) rapportent une valeur de $\omega^+ \approx 0.04$, mesurée en $y^+ = 15$, où la production turbulente est maximale. Cette valeur correspond plutôt à une fréquence en régime quasi-laminaire. Tardu & Binder (1993) ont distingué les fréquences de burst simple éjection ω_{BSE}^+ ou multiple éjections ω_{BME}^+ et, toujours pour $y^+ = 15$, ils indiquent des valeurs de $\omega_{BSE}^+ = 0.025$ et $\omega_{BME}^+ = 0.015$. La difficulté à définir une unique fréquence caractéristique de la dynamique des structures cohérentes (multiples éjections, simple éjection, valeur moyenne, lieu de détection, configuration et dépendance en Reynolds), ainsi que la modulation des phénomènes d'éjection, mise en évidence par Tardu & Binder (1997), se traduit par une difficulté à définir avec précision les limites de la zone critique pour cette interprétation en terme de Strouhal critique ω_c^+ .

La deuxième interprétation fait intervenir l'épaisseur de couche de Stokes l_s^+ . La comparaison de cette épaisseur avec l'épaisseur de sous-couche visqueuse a permis à Howe (1995), en propagation acoustique, d'estimer la position du minimum de $A_\tau/A_{\tau(KS)}$. En effet, le minimum semble correspondre au cas où l'interaction entre le champ acoustique, ie le champ oscillant, et la turbulence intervient dans la zone où les effets visqueux et les effets turbulents sont du même ordre de grandeur. Cette condition est satisfaite pour $l_s^+ \approx 14$, ce qui correspond à $\omega_c^+ \approx 0.01$ et est en bon accord avec les résultats en propagation acoustique de Ronneberger & Arhens (1977) et Peters *et al.* (1993). Ronneberger & Arhens (1977) ont proposé de considérer la zone critique de $A_\tau/A_{\tau(KS)}$ comme le résultat d'une interférence destructive entre l'onde oscillante incidente et sa réflexion par la turbulence autour de δ_s , épaisseur de la sous-couche visqueuse. Pour un rapport critique de l_s/δ_l proche de l'unité, cette interférence est maximale et correspond au minimum de $A_\tau/A_{\tau(KS)}$.

Nous avons vu qu'en première approximation, la turbulence peut être vue comme l'ajout d'une viscosité turbulente dans un problème équivalent au cas laminaire. Cette modélisation permet d'expliquer les régimes très haute et très basse fréquence et prédit relativement bien la propagation de la modulation des fluctuations turbulentes générées par la pulsation. Dans la partie suivante, nous allons voir comment la zone critique a été modélisée à partir de cette approximation.

5.3 Modélisation : viscosité turbulente

En écoulement laminaire pulsé, nous avons vu que la composante périodique de la vitesse $\tilde{u}(y, t)$ obéissait à une équation de diffusion avec une condition limite oscillante aux parois du canal. L'approximation premier ordre, qui consiste à modéliser la turbulence avec une viscosité turbulente se traduit alors par l'ajout de cette viscosité turbulente à la viscosité cinématique dans le problème de diffusion laminaire. De cette façon, on cherche à reproduire l'effet de la turbulence sur la composante périodique de la vitesse, et en particulier sur le frottement pariétal cohérent, représentatif de l'atténuation sonore lors de la propagation d'une onde acoustique en milieu turbulent. Finalement, on est amené à résoudre le problème suivant :

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \nu_t) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right] \quad (5.35)$$

avec comme condition limite dans le cas du canal pulsé : $\tilde{u}(\pm 1, t) = A_o \sin(\omega t)$.

5.3.1 Viscosité turbulente moyenne

L'ensemble des modèles qui ont été testés ont considéré des profils de viscosité turbulente moyens définis à partir de : $\langle u'v' \rangle = \nu_t \partial \langle u \rangle / \partial y$. En posant $z = (\partial \tilde{u} / \partial y) / \tilde{u}$, l'équation 5.35 se ramène alors à :

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \lambda^2 - z^2 - \frac{\partial \nu_{eff} / \partial y}{\nu_{eff}} z \quad (5.36)$$

avec $\nu_{eff}(y) = \nu + \nu_t(y)$ et $\lambda = \sqrt{i\omega / \nu_{eff}}$. La résolution numérique de cette dernière équation nous permet alors d'obtenir directement une mesure de la composante périodique du frottement ($A_\tau / A_{\tau(KS)} \equiv z_{(y/h=1)} / z_{KS(y/h=1)}$, z_{KS} étant obtenu pour $\nu_{eff}(y) = \nu$). Différents modèles de viscosité turbulente ont été utilisés pour tester cette modélisation de l'effet de la turbulence. Quels que soient les modèles considérés, les comportements quasi-stationnaire et quasi-laminaire sont toujours retrouvés. Cela semble évident à très haute fréquence, puisque la couche oscillante, ou couche limite acoustique dans le cas de la propagation sonore, est confinée dans la sous-couche visqueuse où la viscosité turbulente est négligeable. La résolution de l'équation 5.35 ou 5.36 conduit donc à la solution laminaire. À très basse fréquence, en revanche, la résolution du problème n'est pas immédiate. Cependant, on peut s'attendre à une atténuation sonore accrue allant de paire avec la hausse de la diffusion puisque la couche acoustique est épaisse et, de ce fait, soumise à l'agitation turbulente. La modélisation de la zone critique est, quant à elle, plus délicate :

on va voir que la plupart des modèles sous-estiment le minimum de $A_\tau / A_{\tau(KS)}$ et se révèlent incapable de prédire correctement sa localisation.

Ronneberger & Arhens (1977) ont commencé par tester le modèle de viscosité turbulente de van Driest (Schlichting (1968)), qui s'est révélé incapable de prédire un minimum, l'atténuation turbulente étant toujours supérieure à sa valeur laminaire. Ils ont également proposé un modèle plus grossier, le modèle 'rigid plate', pour lequel la viscosité turbulente varie de la façon suivante :

$$\begin{cases} \nu_t(y^+) = 0 & \text{pour } y^+ \leq d^+ \\ \nu_t(y^+) = \infty & \text{pour } y^+ > d^+ \end{cases} \quad (5.37)$$

où d^+ correspond à l'épaisseur de la sous-couche visqueuse. Dans la partie précédente, nous avons mentionné que Ronneberger & Arhens (1977) ont considéré la zone critique comme le résultat d'interférences destructives entre l'onde oscillante incidente générée à la paroi et sa réflexion par la turbulence. Le modèle 'rigid plate' est sensé représenter la turbulence par un plan rigide situé en d^+ , sur lequel l'onde oscillante se réfléchit totalement. En choisissant $d^+ = 15$, ils ont été capables de reproduire au mieux les résultats expérimentaux, bien que le minimum reste sous-estimé et que ω_c^+ ne soit pas correcte.

Dans le cadre de la propagation acoustique en milieu turbulent, Howe (1984) résout une équation pour la vitesse acoustique en modélisant l'interaction de cette vitesse avec la couche limite turbulente à l'aide de l'hypothèse de longueur de mélange de Prandtl. De cette façon, il est amené à résoudre une équation du type :

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{1}{\rho_o} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left([\nu + 2\nu_t(x_2)] \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) \quad (5.38)$$

où v_1 correspond à la composante longitudinale de la vitesse acoustique, \bar{p} à la pression acoustique, quasi-uniforme près des parois, et x_1 et x_2 respectivement à x et y . Dans l'équation 5.38, il y a un facteur 2 devant la viscosité turbulente, puisqu'on utilise le concept de longueur de mélange à la fois pour modéliser les contraintes turbulentes de Reynolds et pour modéliser l'interaction de la vitesse acoustique avec la couche limite. En 1984, il considère tout d'abord le profil empirique de viscosité turbulente proposé par Hinze (1975), qui, tout comme le modèle de van Driest testé par Ronneberger & Arhens (1977), n'est pas capable de reproduire la zone où l'atténuation turbulente est plus faible que l'atténuation laminaire. En considérant alors un profil de viscosité turbulente du type :

$$\begin{cases} \nu_t(x_2) = 0 & \text{pour } x_2 \leq \delta_v \\ \nu_t(x_2) = \kappa u_\tau (x_2 - \delta_v) & \text{pour } x_2 > \delta_v \end{cases} \quad (5.39)$$

avec $\delta_v^+ = 7$, pour pouvoir reproduire correctement le comportement quasi-stationnaire, le minimum est retrouvé, mais toujours sous-estimé et mal placé. Ce modèle a été affiné en prenant en compte la variation de la viscosité turbulente avec la fréquence. En effet, Howe (1995) propose une relation empirique pour $\delta_v^+(\omega)$:

$$\delta_v^+ = 6.5 \left(1 + \frac{1.7(\omega/\omega_c)^3}{1 + (\omega/\omega_c)^3} \right) \quad (5.40)$$

où $\omega_c^+ = 0.01$ correspond à la fréquence critique où le minimum a été observé (Ronneberger & Arhens (1977), Peters *et al.* (1993)). La modélisation de la zone critique est

meilleure, mais toujours insuffisante.

Sur la figure 5.33, nous avons représenté le résultat de la résolution numérique de l'équation 5.36 avec les différents modèles, cités précédemment, qui ont permis de retrouver un minimum. On constate effectivement que l'amplitude du minimum de la zone critique est toujours sous-estimée et que sa localisation n'est pas correcte.

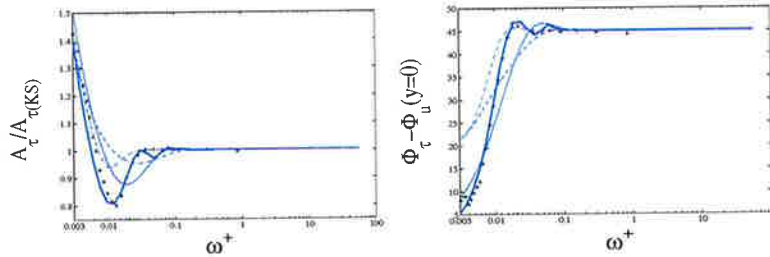


FIG. 5.33: Amplitude normalisée par sa valeur laminaire (gauche) et déphasage par rapport à la vitesse au centre (droite) : comparaison entre les modèles. + + + Ronneberger & Arhens (1977), — équation 5.37 avec $d^+ = 15$ Ronneberger & Arhens (1977), - - - équation 5.39 avec $\delta_l^+ = 7$ Howe (1984), - - - - équation 5.40 Howe (1995), — modèle 'rigid plate' avec $d^+ = 12.5$ et $t_m = 100\nu/u_\tau^2$ Ronneberger (1991).

Sur ces figures, nous avons également tracé le résultat du modèle proposé par Ronneberger (1991), qui tient compte du temps de réponse de la turbulence à la pulsation ou à la perturbation acoustique. En intégrant ce temps de réponse, estimé à $t_m = 100\nu/u_\tau^2$, au modèle 'rigid plate', Ronneberger (1991) parvient à reproduire assez fidèlement l'atténuation en zone critique.

On peut remarquer que les modèles qui donnent les meilleurs résultats (Howe (1995) et Ronneberger (1991)) sont ceux qui ont pris en compte une dépendance des profils de viscosité turbulente en fonction de la pulsation ou de la perturbation acoustique. L'étude en canal pulsé nous a permis d'étudier les variations des profils de viscosité en fonction du forçage. Cependant, avant de prendre en compte ces variations, nous avons résolu numériquement les équations 5.35 et 5.36 avec des profils de viscosités turbulentes obtenus par simulations numériques directes pour différents nombres de Reynolds. Ces profils sont représentés sur la figure 5.34. Comme Howe (1984) avec le modèle empirique de Hinze (1975), nous n'avons pas obtenu de zone critique avec les profils de viscosités turbulentes issus de DNS, comme le montre la figure 5.35. Si les modèles plus grossiers sont capables de reproduire, avec plus ou moins de succès, le comportement de $A_\tau/A_{\tau(KS)}$, il faut toutefois préciser qu'ils ne sont pas prédictifs et nécessitent tous d'être calés à partir des résultats expérimentaux. Il apparaît finalement qu'un profil moyen de viscosité turbulente ne suffit pas, à lui seul, à reproduire l'effet de la turbulence sur l'écoulement oscillant ou sur l'atténuation sonore.

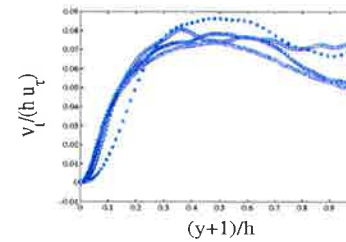


FIG. 5.34: Profils de viscosité turbulente obtenus par DNS : $\blacklozenge Re_\tau = 180$ (Kim *et al.* (1987)), $\circ Re_\tau = 395$, $\nabla Re_\tau = 590$, $\square Re_\tau = 640$ (Moser *et al.* (1999)).

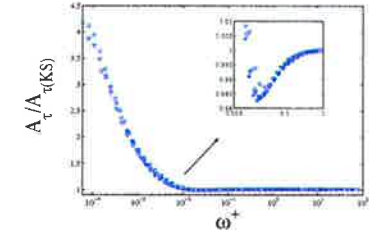


FIG. 5.35: $A_\tau/A_{\tau(KS)}$ obtenu à partir des profils de viscosités turbulentes DNS. (même légende que la figure de gauche).

5.3.2 Prise en compte de l'effet de la pulsation sur ν_t

Le concept de viscosité apparente ou turbulente, introduit par Boussinesq (1877), permet de relier la contrainte turbulente $\overline{u'v'}$ au gradient de vitesse moyenne $\partial\overline{u}/\partial y$, à l'aide d'un coefficient moyen. Lorsqu'on considère un écoulement pulsé, on distingue deux notions de moyenne, la moyenne temporelle et la moyenne de phase. Ainsi, on peut définir, d'une part, une viscosité turbulente moyenne $\langle \nu_t \rangle(y)$ et d'autre part, une viscosité turbulente qui dépend du temps $\langle \nu_t \rangle_\phi(y, t)$:

$$\langle \nu_t \rangle(y) = \frac{-\langle u'v' \rangle}{\partial \langle u \rangle / \partial y} \quad (5.41)$$

$$\langle \nu_t \rangle_\phi(y, t) = \frac{-\langle u''v'' \rangle}{\partial \langle u \rangle_\phi / \partial y} \quad (5.42)$$

Sur les figures 5.36 à 5.38, nous avons représenté $\overline{\nu_t}$ (+++), la viscosité moyenne d'un écoulement non-pulsé, $\langle \nu_t \rangle$ (—), la viscosité moyenne et $\langle \nu_t \rangle_\phi$, la viscosité en moyenne de phase, pour 8 instants dans un cycle. Ces 8 instants sont représentés par différents symboles dont la légende est donnée dans le tableau 5.8.

t/T	0/8	1/8	2/8	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8
réf.	*	o	□	∇	+	◇	*	◁

TAB. 5.8: Références des profils de viscosité turbulente au cours d'un cycle de forçage : $t/T = 0$ correspond au début de la phase d'accélération. $A_o = 0.2$; $A_\phi = 0.7$.

Lors de l'étude de l'effet de la pulsation sur l'écoulement moyen, nous avons remarqué que la contrainte turbulente moyenne $\langle u'v' \rangle$ varie comme le frottement pariétal. Il n'est donc pas surprenant de constater sur les figures 5.36 à 5.38, que les profils moyens sont similaires à ceux obtenus en écoulement non-pulsé, et ce quelle que soit la pulsation de forçage.

À haute fréquence, les profils en moyenne temporelle et en moyenne de phase sont identiques à chaque instant du cycle, et correspondent au profil de viscosité turbulente obtenu

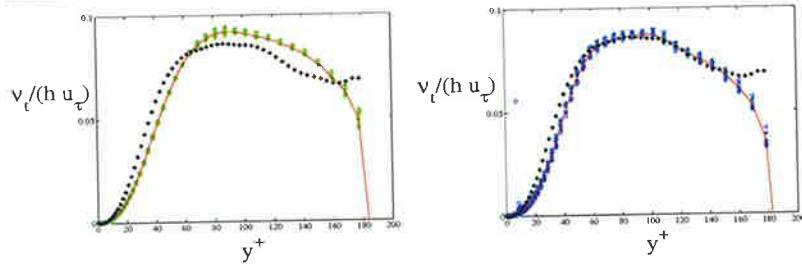


FIG. 5.36: Profil de viscosité turbulente en moyenne de phase et en moyenne temporelle pour $\omega^+ = 0.1$: $A_0 = 0.2$ (gauche), $A_0 = 0.7$ (droite), symboles (tableau 5.8) $\langle \nu_t \rangle_\Phi(y, t)$, $-\langle \nu_t \rangle(y)$, $+++ \bar{\nu}_t(y)$ (cas non-pulsé).

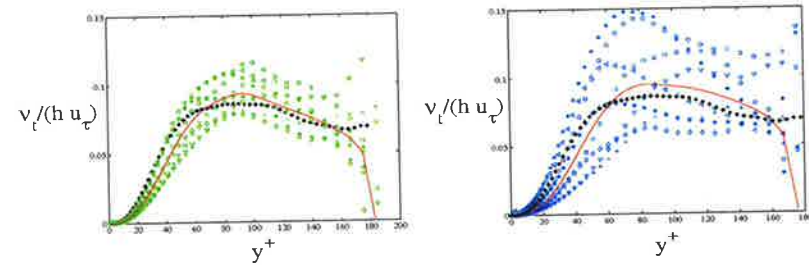


FIG. 5.37: Profil de viscosité turbulente en moyenne de phase et en moyenne temporelle pour $\omega^+ = 0.01$: $A_0 = 0.2$ (gauche), $A_0 = 0.7$ (droite), symboles (tableau 5.8) $\langle \nu_t \rangle_\Phi(y, t)$, $-\langle \nu_t \rangle(y)$, $+++ \bar{\nu}_t(y)$ (cas non-pulsé).

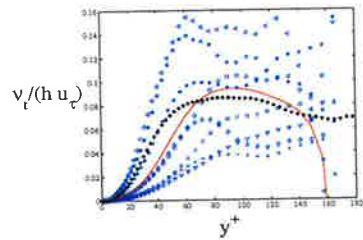


FIG. 5.38: Profil de viscosité turbulente en moyenne de phase et en moyenne temporelle pour $\omega^+ = 0.006$ et $A_0 = 0.7$: symboles (tableau 5.8) $\langle \nu_t \rangle_\Phi(y, t)$, $-\langle \nu_t \rangle(y)$, $+++ \bar{\nu}_t(y)$ (cas non-pulsé).

en régime non-pulsé. En revanche, pour les deux autres fréquences, les profils de viscosité turbulente en moyenne de phase oscillent au cours du cycle autour du profil moyen. Les profils extrêmes sont d'autant plus éloignés l'un de l'autre que l'amplitude de forçage est forte, comme le montre la figure 5.37. On constate également que le phénomène est plus marqué pour $\omega^+ = 0.006$ que pour $\omega^+ = 0.01$. Ce comportement concernant l'évolution du profil de viscosité turbulente en moyenne de phase est à rapprocher de celui de l'amplitude de la contrainte turbulente périodique A_{uv} (cf figure 5.23). En effet, à haute fréquence, la turbulence est gelée et la modulation de la contrainte turbulente est faible. Il n'y a

donc pas de variations autour du profil de viscosité moyen. L'amplitude A_{uv} augmente cependant lorsque la fréquence diminue, d'où une variation plus importante autour du profil moyen de viscosité turbulente.

Sur ces profils, on retrouve également les phénomènes de relaminarisation et de retransition à la turbulence, observés respectivement en phase d'accélération et de décélération. Cela se traduit par une diminution de la viscosité turbulente entre $t/T=0/8$ (*) et $t/T=3/8$ (+); puis, durant le reste du cycle, qui correspond à la phase de décélération, la viscosité turbulente augmente à nouveau.

Nous avons constaté, dans la partie précédente, que la zone critique ne pouvait pas être reproduite avec un modèle de viscosité turbulente qui considère uniquement un profil moyen de viscosité. On peut penser que la prise en compte de l'effet de la pulsation sur la viscosité turbulente va permettre d'améliorer la modélisation. En effet, on a vu que Howe (1995), qui considère la variation du profil moyen de viscosité avec la pulsation, et Ronneberger (1991), qui tient compte du temps de réponse de la turbulence, ont obtenu de meilleurs résultats avec leur modèle. Nous avons donc envisagé de tenir compte de l'évolution temporelle des profils de $\langle \nu_t \rangle_\Phi(y, t)$ dans la résolution de l'équation 5.35. Pour cela, nous avons considéré une variation cyclique régulière du profil de viscosité turbulente entre les deux profils extrêmes obtenus pour $\omega^+ = 0.01$. L'amplitude du frottement pariétal oscillant obtenue reste supérieure au cas laminaire avec $A_\tau/A_{\tau(KS)} = 1.0952$. Cette valeur correspond de plus relativement bien à la valeur de $A_\tau/A_{\tau(KS)} = 1.0856$, obtenue lors de la résolution de l'équation 5.35 avec le profil moyen de viscosité turbulente à $\omega^+ = 0.01$. De même, on trouve un bon accord pour le déphasage avec une valeur de $\Phi_\tau - \Phi_u(0) = 37.3^\circ$ contre $\Phi_\tau - \Phi_u(0) = 38^\circ$ dans le cas d'un profil moyen de viscosité turbulente. La prise en compte d'une variation temporelle simple de $\langle \nu_t \rangle_\Phi$, n'améliore donc pas la modélisation de la zone critique.

Sur la figure 5.39, nous avons comparé l'évolution du profil de viscosité turbulente au

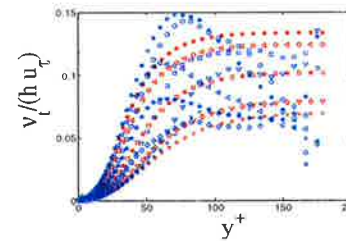


FIG. 5.39: Profils de viscosité turbulente en moyenne de phase ($\omega^+ = 0.01$) : simulations, $-\langle \nu_t \rangle_\Phi(y, t)$, $-\langle \nu_t \rangle(y)$, $+++ \bar{\nu}_t(y)$ (cas non-pulsé).

cours du cycle pour le cas du modèle et de la simulation. L'hypothèse de variation circulaire régulière et identique pour tout y n'est donc pas réaliste. En effet, la dépendance en phase des profils, qui semble en outre dépendre de y , est complexe et il semble difficile d'en dégager un modèle qui soit prédictif.

5.4 Approche scalaire passif

L'objectif de la partie précédente était de voir si une représentation de la turbulence à l'aide uniquement d'un profil de viscosité turbulente était suffisante pour re-

produire et expliquer la zone critique. La modélisation simplifiée des variations du profil de viscosité turbulente obtenues en écoulement pulsé ne nous a pas permis de retrouver cette zone. Bien que la prise en compte de la dépendance en phase complexe des profils de viscosité soit probablement nécessaire, on peut également objecter que cette approche ne permet pas de caractériser pleinement la turbulence. En effet, dans cette approche, on suppose que les structures cohérentes de la turbulence n'ont aucun effet sur l'onde oscillante. La prise en compte de ces structures, et de leur interaction avec l'onde oscillante, est peut-être nécessaire à la modélisation complète du problème. Afin d'avancer sur ce point, nous avons mené, en parallèle, une étude de scalaire passif. Le scalaire passif, représentatif de la composante oscillante de la vitesse dans le cas du canal pulse (u_o), obéit à une équation d'advection/diffusion par un écoulement turbulent non-pulsé avec une condition limite oscillante sur les parois du canal.

5.4.1 Equation de convection/diffusion : solution laminaire

L'équation de convection/diffusion pour le scalaire passif (variable c) est écrite, comme les équations de Navier-Stokes, sous forme conservative :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho c}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{u} \cdot \rho c) - \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\mu}{Re Sc} \vec{\nabla} c \right) = 0 \\ c(\pm 1, t) = \sin(\omega t) \end{array} \right. \quad (5.43)$$

Le nombre de Schmidt défini par $Sc = \frac{\nu}{\kappa}$, avec κ coefficient de diffusion, fixe la diffusion du scalaire.

L'application du double filtrage (SGE et Favre) à cette équation fait apparaître un flux de scalaire sous-maille : $C_i = -\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{c} + \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{c}$. On utilise alors le même modèle de fermeture que pour la température, qui est souvent considérée comme un scalaire passif en écoulement incompressible. Ainsi, avec l'introduction du nombre de Schmidt turbulent, équivalent du nombre de Prandtl turbulent, on peut écrire :

$$C_i \simeq \bar{\rho} \frac{\nu_t}{Sc_t} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x_i} \quad (5.44)$$

La valeur de Sc_t est fixée à 0.6 par Chollet (1985) à l'aide de la théorie EDQNM développée pour un scalaire passif. Finalement le code résout l'équation filtrée suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{\rho} \bar{c}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\bar{\rho} \bar{c} \vec{u}) = \vec{\nabla} \cdot \left[\left(\frac{\bar{\mu}}{Re Sc} + \frac{\bar{\rho} \nu_t}{Sc_{turb}} \right) \vec{\nabla} \bar{c} \right] \\ \bar{c}(\pm 1, t) = \sin(\omega t) \end{array} \right. \quad (5.45)$$

La résolution supplémentaire d'une équation de convection/diffusion nous a amené à reconsidérer le critère diffusif dans la détermination du pas de temps. En effet, en considérant que la constante visqueuse reste la même, le pas de temps lié à la diffusion du scalaire s'écrit :

$$\Delta t_3 = \frac{C_{visc}}{\max \frac{1}{Re Sc} \left(\frac{1}{\Delta x^2}, \frac{1}{\Delta y^2}, \frac{1}{\Delta z^2} \right)} \quad (5.46)$$

Ce critère diffusif est donc, soit équivalent ($Sc = 1$), soit plus restrictif ($Sc(1)$) que celui portant sur l'écoulement (cf définition de Δt_2 p23).

Avant de passer directement aux résultats des simulations en scalaire passif, nous allons rapidement présenter la solution laminaire, qui nous a servi de condition initiale dans les simulations. Nous précisons également les avantages que peut représenter cette approche du problème avec un scalaire passif.

Lorsque l'écoulement porteur est laminaire, la convection du scalaire est nulle; on se ramène alors à un problème de diffusion simple avec une condition limite oscillante, exactement identique à celui défini pour u_o , la composante oscillante de la vitesse pulsée. La relation 5.8 correspond donc également à la solution laminaire du scalaire passif oscillant, qui peut se mettre sous la forme :

$$c(y, t) = A_c(y) \cos(\omega t + \phi_c(y)) \quad (5.47)$$

où A_c et ϕ_c sont calculées à partir de X_1 et X_2 , définis pour la solution laminaire de Kirchhoff-Stokes avec $l_s = \sqrt{2\nu/\omega Re Sc}$ (p89). Cette solution de Kirchhoff-Stokes est d'ailleurs obtenue par simple changement de variable :

$$c_{KS}(y, t) = A_c(y) \cos(\omega t + \phi_c(y)) + \sin(\omega t); \quad (5.48)$$

où c_{KS} correspond alors à la composante périodique de la vitesse pulsée \bar{u} . De ce point de vue, on peut considérer l'approche scalaire passif comme la linéarisation du problème pulsé. Ainsi, l'étude de l'amplitude A_τ et du déphasage Φ_τ du frottement pariétal cohérent en fonction de la pulsation de forçage se ramène à l'étude de la dérivée pariétale de scalaire passif : $\tau_c = \partial c / \partial y|_w$. La composante moyenne du scalaire étant nulle, on identifiera directement A_τ et Φ_τ par la méthode des moindres carrés de Levenberg-Marquardt : $\langle \tau_c \rangle_\Phi(t) = A_\tau \cos(\omega t + \Phi_\tau)$.

L'approche scalaire passif présente essentiellement trois avantages. Tout d'abord, il s'agit d'une approche linéarisée qui permet d'étudier l'effet de la turbulence sur l'écoulement oscillant, sans tenir compte de la retro-action de l'acoustique ou de la pulsation sur la turbulence. De plus, une approche linéarisée permet de s'affranchir de l'amplitude de forçage $A_o = 1$; D'autre part, le nombre de Schmidt, qui fixe la diffusion du scalaire, intervient dans la définition de l'épaisseur de couche de Stokes et on peut ainsi faire varier indépendamment les paramètres ω^+ et l_s^+ : $l_s^+ = \sqrt{2/\omega^+ Sc}$. Une simulation haute fréquence, mais avec une épaisseur de couche de Stokes grande, nous permettrait par exemple d'attribuer le comportement quasi-laminaire observé en écoulement pulsé, soit au gel de la turbulence lié à la pulsation trop rapide de l'écoulement, soit au confinement de la couche de Stokes dans la sous-couche visqueuse. Cela nous permettrait de trancher entre les différentes interprétations proposées. Enfin, pour un même écoulement turbulent non-pulsé, on peut considérer plusieurs scalaires passifs, ce qui représente un gain de temps de calcul certain (10 simulations d'écoulements pulsés correspondant chacune à 10 périodes de forçages (ω^+ données dans le tableau 5.9) représentent plus du double des heures SX5 (supercalculateur de l'IDRIS) nécessaires à une seule simulation avec 10 scalaires passifs (mêmes ω^+) représentant 10 périodes de forçage à la plus basse fréquence considérée).

5.4.2 $Sc = 1$

Nous avons commencé par considérer des nombres de Schmidt valant 1, la relation entre l'épaisseur de couche de Stokes et la pulsation restant dans ce cas la même que pour l'écoulement pulsé : $l_s^+ = \sqrt{2/\omega^+}$. Dix scalaires passifs dont les caractéristiques sont représentées dans le tableau 5.9 ont fait l'objet d'une première simulation.

réf.	+	o	◇	*	□	◁	*	▽	▷	△
ω	0.054	0.108	0.162	0.216	0.27	0.324	0.432	0.54	0.756	1.08
ω^+	0.0047	0.0095	0.0142	0.019	0.0237	0.0285	0.038	0.047	0.066	0.095
l_s^+	20.52	14.5	11.84	10.26	9.17	8.37	7.256	6.48	5.48	4.59

TAB. 5.9: Références des simulations de scalaire passif ($Sc = 1$).

Nous avons tout d'abord regardé quel était l'effet de la turbulence sur les profils de concentration de scalaire. Pour ce faire, nous avons tracé, sur la figure 5.40, les profils d'amplitude et de phase de la concentration, en fonction de y/l_s . Nous utilisons cette représentation, car bien que y/l_s diminue avec la fréquence, elle permet de superposer toutes les solutions laminaires sur une seule courbe représentée en rouge sur les figures 5.40. L'écart par rapport à la solution laminaire est de plus en plus important, en ampli-

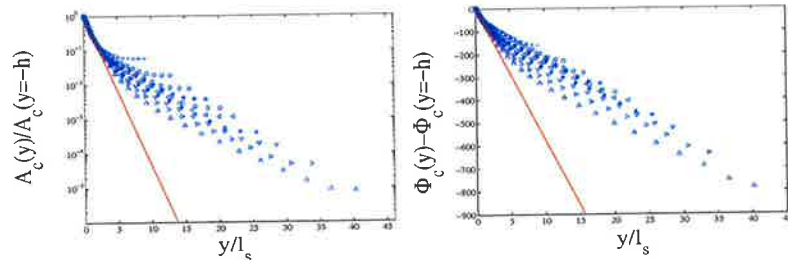


FIG. 5.40: Amplitude (gauche) et déphasage (droite) de la concentration de scalaire.

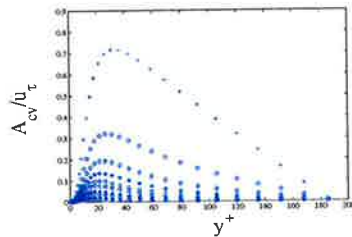


FIG. 5.41: Profils d'amplitude de $-\langle c''v'' \rangle_\Phi$: transport turbulent de scalaire (références dans le tableau 5.9).

tude et en phase, lorsque ω diminue. La hausse de l'amplitude au centre du canal coïncide avec l'épaississement de la couche oscillante en canal pulsé turbulent obtenu pour une baisse de la fréquence de forçage. Par rapport à la solution laminaire, l'amplitude de la

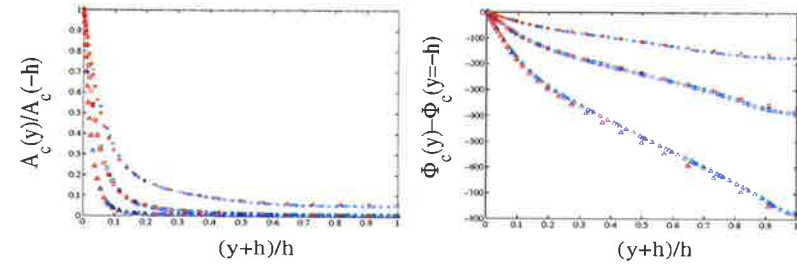


FIG. 5.42: Amplitude (gauche) et déphasage (droite) de la concentration de scalaire : comparaison approche scalaire passif (bleu) et résolution de l'équation 5.35 avec un profil de viscosité turbulente moyen (rouge). (+ $\omega^+ \simeq 0.006$; □ $\omega^+ \simeq 0.025$; △ $\omega^+ \simeq 0.1$)

concentration commence par diminuer pour $y/l_s \leq 1.8$, puis, au-delà de cette limite, elle augmente, traduisant ainsi l'augmentation de l'épaisseur de couche de scalaire oscillante. La hausse du transport turbulent de scalaire permet d'expliquer ce phénomène. En effet, comme le montre la figure 5.41, le transport turbulent de scalaire, quasiment nul à haute fréquence, augmente lorsque la fréquence diminue, ce qui a pour conséquence de déplacer le scalaire vers le centre du canal.

Nous avons voulu mesurer l'effet de la présence des structures cohérentes de la turbulence sur la concentration du scalaire. Nous avons donc comparé les profils obtenus pour les scalaires passifs avec des profils obtenus lors de la résolution numérique de l'équation 5.35 avec un profil moyen de viscosité turbulente (canal non-pulsé $Re_\tau = 180$). La figure 5.42 indique clairement que le scalaire est relativement insensible à la présence des structures cohérentes dans l'écoulement.

Sur la figure 5.43 nous avons représenté l'évolution de l'amplitude du frottement de scalaire en fonction de la pulsation de forçage : A_τ est toujours supérieure ou égale à sa valeur laminaire, représentée en rouge sur la figure 5.43. En effet, à haute fréquence, on retrouve une évolution en $\sqrt{\omega^+}$ caractéristique de l'atténuation laminaire. Lorsque la fréquence d'oscillation diminue, on s'éloigne de la solution laminaire avec une atténuation plus importante.

Avant de confronter les valeurs de $A_\tau/A_{\tau(KS)}$ avec les résultats de la littérature, nous avons comparé les résultats obtenus, d'une part, en simulation de scalaire passif, et d'autre part, par la résolution numérique de l'équation 5.35 avec un profil moyen de viscosité turbulente. La figure 5.44 indique un bon accord, avec malgré tout un léger décalage en amplitude et en phase. Nous avons attribué ce décalage, d'une part, à la modélisation du profil moyen de viscosité turbulente par une fonction en tangente hyperbolique et, d'autre part, par l'utilisation d'un solveur de Navier-Stokes différent (spectral) pour la résolution de l'équation 5.35. Le décalage observé reste cependant minime lorsque l'on compare les résultats aux références de la littérature. On peut voir sur la figure 5.45 que le rapport $A_\tau/A_{\tau(KS)}$ correspond bien aux valeurs de référence pour les régimes quasi-stationnaire ($\omega^+ \simeq 0.005$) et quasi-laminaire ($\omega^+ \simeq 0.1$). Pour les fréquences de la zone critique, $A_\tau/A_{\tau(KS)}$ reste supérieur à 1 et s'inscrit dans la continuité entre les régimes extrêmes quasi-stationnaire et quasi-laminaire.

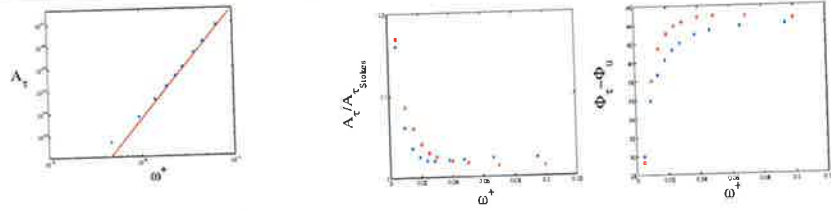


FIG. 5.43: Amplitude du frottement pariétal cohérent : * scalaire passif turbulent, — solution laminaire de Kirchhoff-Stokes en $\sqrt{\omega^+}$.

FIG. 5.44: Amplitude (gauche) et déphasage (droite) du "frottement" de scalaire : comparaison approche scalaire passif (bleu) et résolution de l'équation 5.35 avec un profil de viscosité turbulente moyen (rouge).

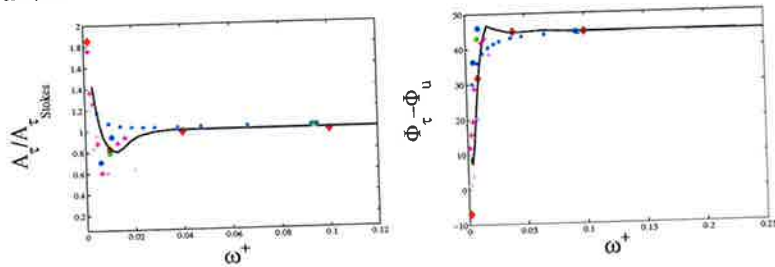


FIG. 5.45: Amplitude normalisée par la valeur laminaire (gauche) et déphasage (droite) du frottement pariétal cohérent : * scalaire passif, — Ronneberger & Ahrens 1977 (expérience de propagation acoustique et d'écoulement oscillant) $A_o = 5\%$, • Scotti & Piomelli 2001 $A_o = 70\%$, + Tardu *et al* 1994 $A_o = 70\%$, + Tardu *et al* 1994 $A_o = 20\%$, • canal pulsé $Re_\tau = 180$ $A_o = 70\%$, • canal pulsé $Re_\tau = 180$ $A_o = 20\%$.

La présence des structures cohérentes de la turbulence ne suffit pas à reproduire la zone critique et n'apporte pas grand chose par rapport aux modèles. Nous avons regardé comment évoluait la diffusivité turbulente avec la fréquence de forçage. Seule la définition à partir de la moyenne de phase a un sens puisque la moyenne temporelle du scalaire est nulle. On définit donc la diffusivité turbulente de la façon suivante :

$$\kappa_t(y) = \frac{-\langle c''v'' \rangle \Phi}{\partial \langle c \rangle_\Phi / \partial y} \quad (5.49)$$

On peut voir sur les figures 5.46 et 5.47, correspondant aux pulsations extrêmes, que la diffusivité turbulente n'est pas correctement définie en raison de l'annulation, pour chaque y , de la dérivée de la moyenne de phase du scalaire à différents moments du cycle. Cependant, si on élimine les zones d'indétermination, on peut toutefois estimer que les profils varient peu avec la phase comparé aux variations de $\langle \nu_t \rangle_\Phi(y, t)$ en écoulement pulsé. Pour définir proprement le profil de diffusivité turbulente, nous avons alors considéré qu'il n'y avait pas de dépendance en phase et la diffusivité turbulente a été estimée comme le rapport des amplitudes du numérateur et du dénominateur de la relation 5.49.

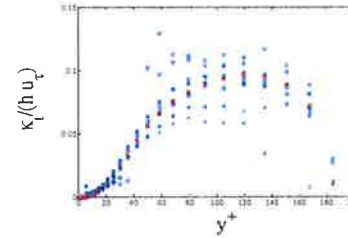


FIG. 5.46: Profils de diffusivité turbulente à 8 instants dans le cycle pour $\omega^+ \approx 0.005$, $S_c = 1$ (référence t/T identique à celle du tableau 5.8 pour les profils de viscosité turbulente).

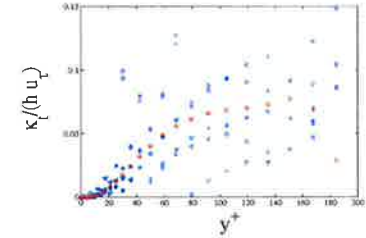


FIG. 5.47: Profils de diffusivité turbulente à 8 instants dans le cycle pour $\omega^+ \approx 0.1$, $S_c = 1$ (référence t/T identique à celle du tableau 5.8 pour les profils de viscosité turbulente).

Sur la figure 5.48, nous avons tracé les profils de diffusivité turbulente pour chaque pulsation de forçage. Ces profils diminuent de façon monotone pour tous les y , lorsque ω^+ augmente. Cela correspond principalement au fait que les fluctuations $\langle c''v'' \rangle_\Phi$ sont de plus en plus faibles et localisées en région de proche paroi lorsque la fréquence augmente (*cf* figure 5.41). Le profil reste toutefois proche de la viscosité turbulente moyenne.

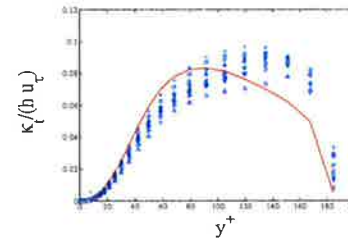


FIG. 5.48: Profils de diffusivité turbulente moyenne (références dans le tableau 5.9).

Cette étude, ainsi que la modélisation de la turbulence par la seule viscosité turbulente moyenne, indiquent qu'il est indispensable de tenir compte de la modification de la turbulence par le forçage pour observer une zone critique, ce qui tend à montrer que le phénomène responsable de cette zone n'est pas linéaire.

La dynamique des champs de scalaire nous renseigne également quant à l'effet de la turbulence sur l'oscillation en régime quasi-stationnaire et quasi-laminaire. Nous avons donc comparé l'évolution des fluctuations de scalaire c'' pour $\omega^+ \approx 0.005$ et $\omega^+ \approx 0.1$ au cours d'un cycle de forçage. On constate sur la figure 5.49 que des structures identiques aux stries, observées pour la vitesse ou la température (*cf* figure 5.50), se développent à basse fréquence, pendant une partie du cycle. En effet, quand la concentration est maximal (en valeur absolue), *ie* pour $t/T = 0/8$ et $t/T = 3/8$, la turbulence marque le champ de scalaire. A haute fréquence, on ne retrouve pas de structures bien marquées à aucun moment dans le cycle. Deux explications sont à envisager : soit la concentration de scalaire pour $y^+ = 10$ est trop faible, soit la turbulence n'a pas le temps d'imprimer les champs de scalaire.

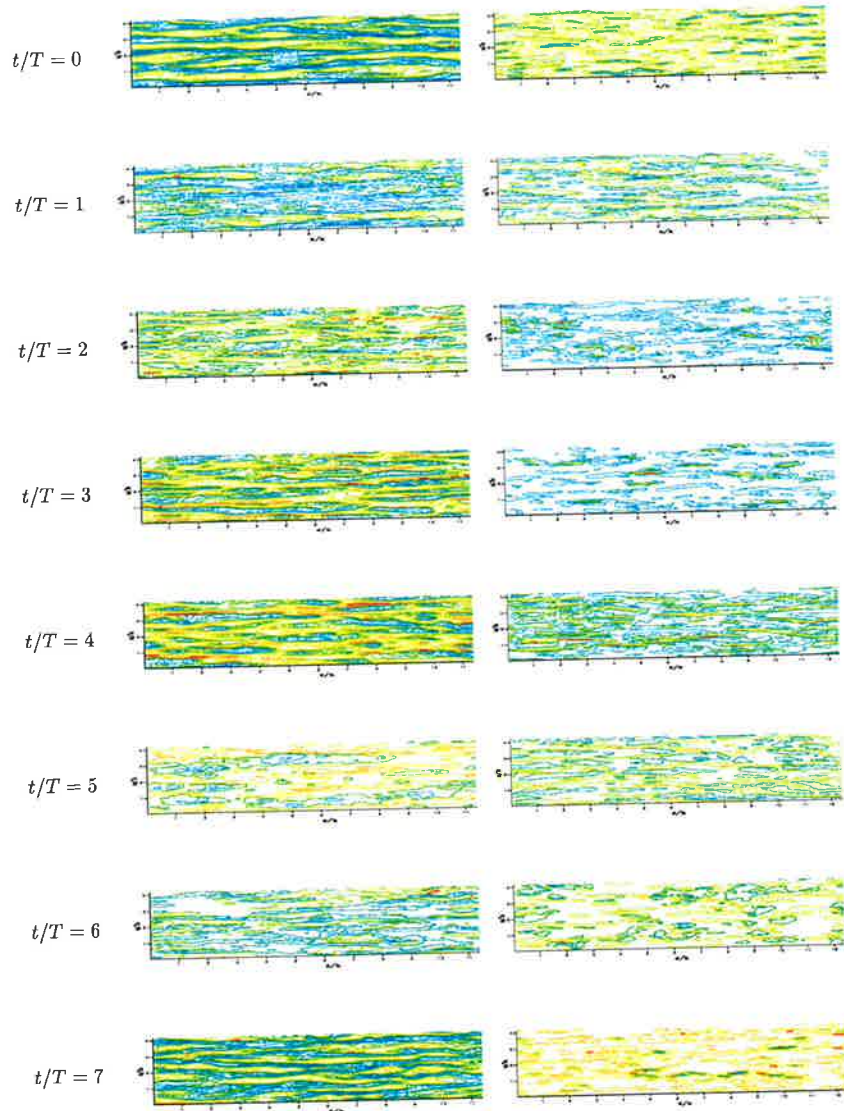


FIG. 5.49: Fluctuations c'' à 8 instants dans un cycle, $t/T=0$ correspondant au début de la phase d'accélération (minimum de concentration) : $\omega^+ = 0.005$ (gauche) et $\omega^+ = 0.1$ (droite). 20 contours en $y^+ \simeq 10$, équi-répartis entre -1 (bleu) et 1 (rouge).

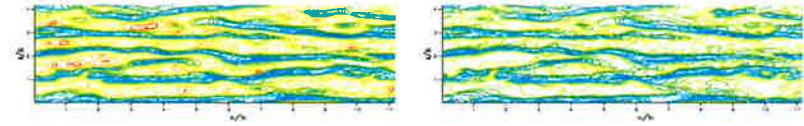
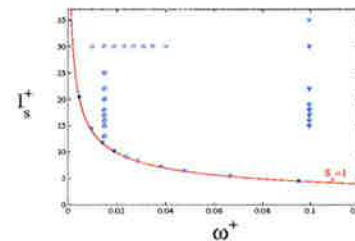


FIG. 5.50: Fluctuations de vitesse u' (gauche) et de température t' (droite) correspondant à l'écoulement qui advecte les scalaires passifs. 20 contours équi-répartis du bleu au rouge, entre $[-0.45; 0.45]$ pour la vitesse et $[-0.0082; 0.0082]$ pour la température.

Dans la partie suivante, nous avons fait varier le nombre de Schmidt afin d'étudier séparément ω^+ et l_s^+ et ainsi de trancher sur l'une ou l'autre des explications.

5.4.3 $Sc < 1$

L'approche scalaire passif, bien qu'inadaptée à l'étude de la zone critique, permet de reproduire correctement le comportement du frottement pariétal oscillant dans les régimes quasi-stationnaire et quasi-laminaire. Nous avons donc conservé cette approche afin de détailler ces deux régimes. En particulier, nous avons considéré, d'une part, des simulations à épaisseur de couche de Stokes constante, en faisant varier la pulsation de forçage, et, d'autre part, des simulations à pulsation constante, pour différentes épaisseurs de couche de Stokes. Le nombre de Schmidt, qui intervient dans la relation entre l_s et ω , nous permet effectivement de faire varier ces deux paramètres indépendamment l'un de l'autre. De cette manière, nous espérons trancher entre les différentes interprétations du comportement de l'écoulement oscillant en présence de la turbulence. En introduction, nous avons mentionné deux interprétations : l'une faisant intervenir la comparaison entre l'épaisseur de couche de Stokes l_s^+ et l'épaisseur de la sous-couche visqueuse δ_i^+ et l'autre, la comparaison entre la pulsation de forçage ω^+ et une fréquence caractéristique de la dynamique de la turbulence, par exemple la fréquence de burst ω_B^+ . Dans le tableau 5.10, nous avons répertorié l'ensemble des simulations considérées dans cette partie ; l'espace des paramètres est représenté sur la figure 5.51.



run1 \square : $l_s^+ \simeq 30$
 run2 \circ : $\omega^+ \simeq 0.015$
 run3 ∇ : $\omega^+ \simeq 0.1$
 (* : $Sc = 1$; $\Delta y_1^+ = 0.2$)

FIG. 5.51: Paramètres des simulations de scalaire passif.

Nous avons commencé par travailler avec une épaisseur de couche de Stokes constante,

simulations	$\approx \omega^+$	Sc	$\approx l_s^+$	réf	$\Delta t * U_b/h$	
run1 \square	0.01	0.2222	30	*	0.000659	
	0.015	0.1481		\circ		
	0.019	0.117		\triangle		
	0.023	0.0966		+		
	0.027	0.0823		\triangleleft		
	0.031	0.0717		*		
	0.035	0.0635		\square		
	0.04	0.0556		\diamond		
	0.044	0.0505		x		
	0.048	0.0427		.		
	0.052	0.0427		\triangleright		
	0.056	0.0397		\triangleright		
	0.06	0.0370		—		
	0.052	0.0427		\triangleright		0.0002696
	0.056	0.0397		\triangleright		
	0.06	0.0370		\triangleright		0.0002378
	0.1	0.0222		\circ		
0.12	0.0158	\circ				
0.15	0.0148	\triangle				
0.17	0.0130	+				
run2 \circ	0.015	0.7889	13	*	0.000659	
		0.5926	15	\circ		
		0.5208	16	\triangle		
		0.4613	17	+		
		0.4115	18	\triangleleft		
		0.3333	20	*		
		0.2755	22	\square		
0.2133	25	\diamond				
run3 \triangleright	0.1	0.0889	15	*	0.0002966	
		0.0781	16	\circ		
		0.0692	17	\triangle		
		0.0617	18	+		
		0.0554	19	\triangleleft		
		0.0413	22	*		
		0.0222	30	\square		
0.0163	35	\diamond				

TAB. 5.10: Références des simulations de scalaire passif ($Sc \neq 1$).

fixée à $l_s^+ \approx 30$. La pulsation de forçage varie alors de $\omega^+ \approx 0.01$ pour $Sc = 0.2222$ à $\omega^+ \approx 0.1$ pour $Sc = 0.0222$. Nous avons choisi l_s suffisamment grande devant δ_t , afin de voir si pour un écoulement oscillant, qui n'est pas confiné dans la sous-couche visqueuse, on retrouve toujours la solution laminaire à haute fréquence. Lorsque la fréquence augmente, le nombre de Schmidt diminue considérablement, et nous avons donc dû réduire le pas de temps. En effet, le pas de temps est calculé à partir du

critère diffusif pour l'équation de convection/diffusion du scalaire passif, qui est plus restrictif que les critères CFL et visqueux pour l'écoulement lorsque le nombre de Schmidt est inférieur à 1. Pour le maillage considéré, et avec $C_{visc} = 0.2$, le pas de temps imposé par l'écoulement, $\Delta t_2 = 0.000659h/U_b$, reste valable pour $Sc \geq 0.036$. Pour $l_s^+ = 30$, il faut réduire le pas de temps pour $\omega^+ > 0.06$. Au-delà de cette pulsation, nous avons considéré le pas de temps estimé à partir du nombre de Schmidt correspondant à la plus haute fréquence ($\omega^+ = 0.17$).

L'amplitude et le déphasage de la dérivée pariétale de scalaire pour $l_s^+ = 30$ sont représentés sur la figure 5.52. Les résultats sont en bon accord avec les simulations à $Sc = 1$ et s'inscrivent sur une courbe qui fait la continuité entre les régimes quasi-stationnaire et quasi-laminaire.

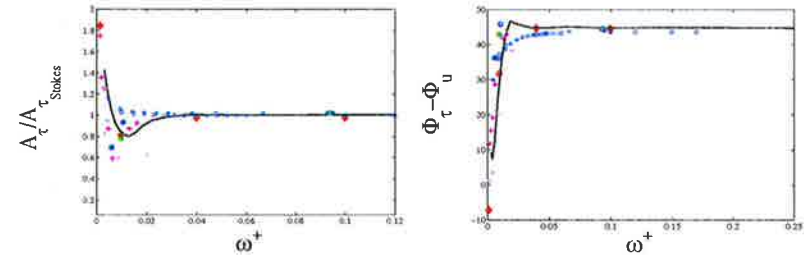


FIG. 5.52: Amplitude normalisée par la valeur laminaire (gauche) et déphasage (droite) du frottement pariétal cohérent : * scalaire passif $Sc=1$, \square scalaire passif $Sc(1 \text{ } l_s^+ \approx 30)$, — Ronneberger & Ahrens 1977 (expérience de propagation acoustique et d'écoulement oscillant) $A_o(5\%$, \bullet Scotti & Piomelli 2001 $A_o = 70\%$, + Tardu et al 1994 $A_o = 70\%$, \triangleright Tardu et al 1994 $A_o = 20\%$, \bullet canal pulsé $Re_\tau = 180$ $A_o = 70\%$, \circ canal pulsé $Re_\tau = 180$ $A_o = 20\%$.

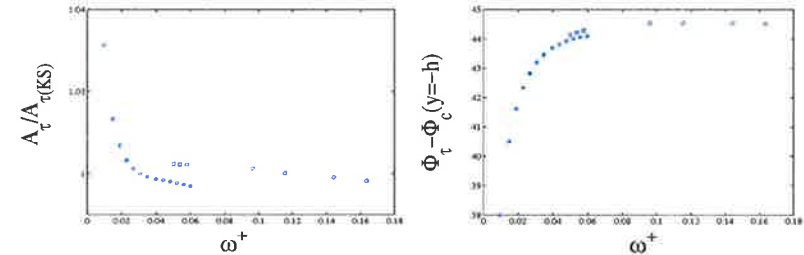


FIG. 5.53: Effet de la pulsation sur l'amplitude (gauche) et le déphasage (droite) de la dérivée pariétale de scalaire à épaisseur de couche de Stokes constante $l_s^+ \approx 30$: * $\Delta t U_b/h = 6.59 \cdot 10^{-4}$, \square $\Delta t U_b/h = 2.696 \cdot 10^{-4}$, \circ $\Delta t U_b/h = 2.378 \cdot 10^{-4}$.

Cependant, si on regarde plus en détail les résultats obtenus avec $Sc(1)$, on constate sur la figure 5.53 une dépendance en fonction du pas de temps. D'une part, les courbes d'amplitude et de phase sur lesquelles s'inscrivent les résultats varient avec Δt , et d'autre part,

il semble que l'on s'éloigne de la solution laminaire, lorsque le nombre de Schmidt se rapproche du nombre de Schmidt limite fixé par le pas de temps. Cela pourrait signifier que le critère visqueux, avec $C_{visc} = 0.2$, n'est pas suffisant pour des nombres de Schmidt très petits devant 1. Les simulations à $\omega^+ \simeq 0.052$, $\omega^+ \simeq 0.056$ et $\omega^+ \simeq 0.06$, pour lesquelles les nombres de Schmidt sont proches du nombre de Schmidt limite imposé par le pas de temps, ont été reconsidérées avec un pas de temps plus petit. On constate effectivement, qu'on se rapproche alors de la solution laminaire pour l'amplitude et pour le déphasage. La détermination du critère visqueux pour une équation de convection/diffusion avec $Sc \ll 1$ nécessitera de réaliser des simulations supplémentaires, même si l'effet que l'on peut attribuer au mauvais réglage du pas de temps reste ici faible. Finalement, cette étude à $l_s^+ = 30$ semble indiquer que la pulsation ω^+ est le paramètre prédominant, qui détermine si la turbulence affecte ou non l'écoulement oscillant. En effet, à haute fréquence, on retrouve toujours la solution laminaire, même si la couche oscillante est suffisamment épaisse pour être confrontée à l'agitation turbulente.

Deux simulations supplémentaires, à pulsation constante $\omega^+ = 0.015$ et $\omega^+ = 0.1$, pour lesquelles on a fait varier l'épaisseur de la couche de Stokes, nous ont permis d'étudier plus spécifiquement le rôle de l_s^+ .

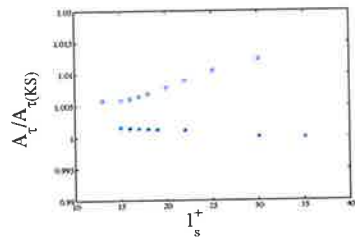


FIG. 5.54: Effet de l'épaisseur de la couche de Stokes sur l'amplitude du frottement de scalaire normalisé par sa valeur laminaire : \circ $\omega^+ = 0.015$, \star $\omega^+ = 0.1$.

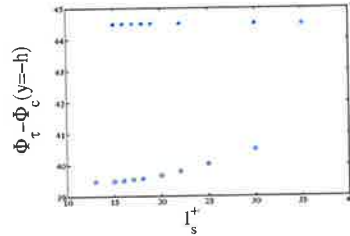


FIG. 5.55: Effet de l'épaisseur de la couche de Stokes sur le déphasage du frottement de scalaire normalisé par sa valeur laminaire : \circ $\omega^+ = 0.015$, \star $\omega^+ = 0.1$.

Les résultats, présentés sur les figures 5.54 et 5.55, semblent confirmer le rôle prédominant joué par la pulsation ω^+ . A haute fréquence, quelle que soit l'épaisseur de la couche de Stokes, la turbulence est gelée et n'a aucun effet sur le scalaire passif. Lorsque la pulsation est suffisamment petite pour que le scalaire oscillant soit affecté par la turbulence, il apparaît que l'épaisseur de la couche de Stokes module l'effet de la turbulence sur le frottement pariétal. Si le comportement de $A_\tau/A_{\tau(KS)}$ va dans le sens d'une hausse de l'agitation turbulente, on ne peut cependant pas en dire de même pour le déphasage qui se rapproche de la solution laminaire lorsque l_s^+ augmente.

L'étude de l'évolution des profils de diffusivité turbulente, établis comme pour le cas $Sc = 1$ à partir des amplitudes du transport turbulent de scalaire et de la dérivée de la moyenne de phase de la concentration, nous permet, d'une part, de comprendre cette évolution du déphasage à basse fréquence lorsque l_s^+ augmente, et, d'autre part, nous a amené à réviser nos conclusions concernant le rôle prédominant de la pulsation. Sur la figure 5.56, on observe une décroissance monotone des profils de diffusivité turbulente

lorsque ω^+ augmente.

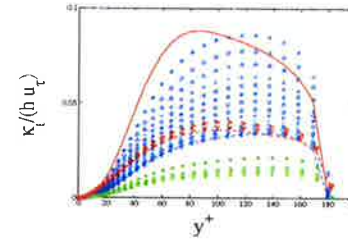


FIG. 5.56: Profils de diffusivité turbulente moyenne $l_s^+ = 30$ (— $\langle \nu_t \rangle(y)$, symboles référencés dans le tableau 5.10).

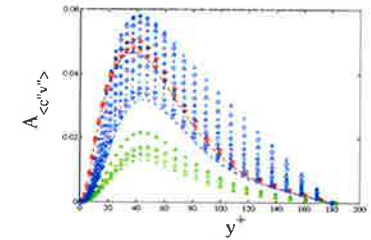


FIG. 5.57: Amplitude du transport scalaire turbulent (références dans le tableau 5.10).

Pour $Sc = 1$, nous avons constaté que la baisse du transport de scalaire entraînait une baisse de la diffusivité turbulente lorsque la fréquence augmente (cf figures 5.41 et 5.48). La diminution du profil de diffusivité turbulente, dans le cas $l_s^+ = 30$, est cependant nettement plus conséquente et est attribuée principalement à la forte baisse du nombre de Schmidt qui varie ici de plus d'un facteur 10. Le transport turbulent de scalaire représenté sur la figure 5.57 diminue dans les mêmes proportions que la diffusivité turbulente, le maximum de $A_{c,v}$ obtenu pour $Sc = 0.2222$ étant d'un ordre de grandeur inférieur au cas $Sc = 1$. Ainsi, la diminution des profils de diffusivité turbulente également observée à pulsation constante sur les figures 5.58 et 5.59 correspond aussi à la baisse du nombre de Schmidt, dans des proportions moindres, lorsque l'épaisseur de couche de Stokes augmente.

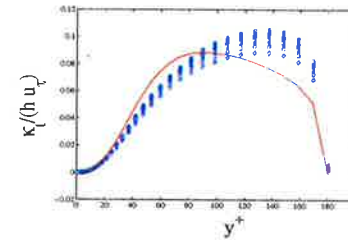


FIG. 5.58: Profils de diffusivité turbulente moyenne $\omega^+ = 0.015$ (références dans le tableau 5.10).

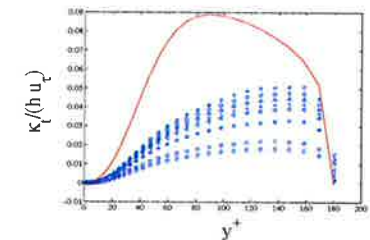


FIG. 5.59: Profils de diffusivité turbulente moyenne $\omega^+ = 0.1$ (références dans le tableau 5.10).

La décroissance monotone des profils de diffusivité turbulente a été observée expérimentalement et numériquement dans des études de transport turbulent de chaleur (la température est alors considérée comme un scalaire passif). Reynolds (1975) a interprété ce résultat comme une diminution de la longueur de mélange (le transport de scalaire en dehors des tourbillons par diffusion moléculaire étant de plus en plus conséquent par rapport au transport turbulent). Piller *et al.* (2002), dans leur étude en SND du transport

turbulent dans un canal à faible nombre de Prandtl, ont relié la diminution de la diffusivité turbulente avec P_τ à l'atténuation croissante des fluctuations de température dans les grands nombres d'onde. La diffusivité moléculaire agit comme un filtre qui diminue l'efficacité des fluctuations de vitesse à créer des fluctuations de température (scalaire). Cela entraîne alors la baisse du transport turbulent et la baisse de la diffusivité turbulente. À l'aide de profils de diffusivité turbulente moyenne, correspondant respectivement au profil moyen de viscosité turbulente pour un canal non-pulsé à $Re_\tau = 180$ et à $1/5$ de ce même profil moyen, nous avons résolu l'équation 5.35 afin de voir quel est l'effet d'une baisse de la diffusivité sur $A_\tau/A_{\tau(KS)}$ et $\Phi_\tau - \Phi_c(-h)$. Sur les figures 5.60 et 5.61, nous avons représenté, d'une part, les profils de diffusivités turbulentes, et, d'autre part, l'amplitude normalisée et le déphasage de la dérivée pariétale de scalaire obtenus par la résolution de l'équation 5.35. On constate qu'une diminution de la diffusivité turbulente entraîne une diminution de $A_\tau/A_{\tau(KS)}$ et une augmentation de $\Phi_\tau - \Phi_c(y = -h)$ dans le régime quasi-stationnaire où l'on s'éloigne de la solution laminaire.

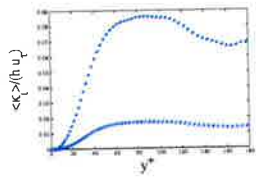


FIG. 5.60: Profils de diffusivité turbulente moyenne : $\square \langle \kappa_t \rangle \simeq \langle \nu_t \rangle_{Re_\tau=180}$, $\circ \langle \kappa_t \rangle \simeq \frac{1}{5} \langle \nu_t \rangle_{Re_\tau=180}$.

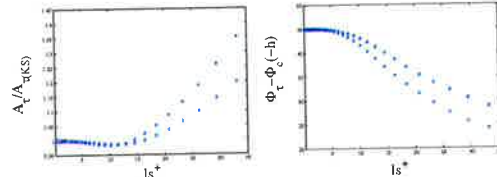


FIG. 5.61: Amplitude normalisée (gauche) et déphasage (droite) obtenus par la résolution de l'équation 5.35 avec les profils de diffusivité turbulente de la figure 5.60.

Ce résultat permet notamment d'expliquer le comportement du déphasage, lorsque nous avons fait varier l'épaisseur de couche de Stokes pour $\omega^+ \simeq 0.015$. On retrouve également la baisse de l'amplitude puisque $A_\tau/A_{\tau(KS)}$ correspondant à $l_s^+ = 13$ et $Sc = 0.7889$ est inférieur à la valeur obtenue pour $Sc = 1$ (1.0059 pour $Sc = 0.7889$ contre 1.035 à $Sc = 1$). La tendance s'inverse lorsqu'on considère des couches de Stokes de plus en plus épaisses. Le scalaire est de plus en plus soumis à l'agitation turbulente, qui devient suffisante pour contrebalancer l'effet de la diminution de κ_t . L'effet de la turbulence sur le comportement quasi-laminaire de l'amplitude de la dérivée pariétale de scalaire est alors accentué, avec un écart plus important par rapport à la solution laminaire.

À haute fréquence, nous avons conclu au gel de la turbulence, ce qui expliquait que les variations de l'épaisseur de la couche de Stokes n'aient pas d'effet. Cependant, les nombres de Schmidt considérés dans ce cas étant très faibles, on ne peut pas exclure que l'effet d'une hausse de l_s^+ soit compensée par une diminution significative de la diffusivité turbulente.

Finalement, l'hypothèse, selon laquelle au-delà d'une certaine pulsation de forçage, la turbulence est gelée et ignorée par le scalaire oscillant indépendamment de l'épaisseur de la couche de Stokes n'a pas pu être testée avec l'approche de scalaire passif en raison de la variation de la diffusivité turbulente avec la diffusion moléculaire. Néanmoins, cette approche nous a permis de voir que dans le cas d'une fréquence suffisamment faible pour

que la turbulence agisse sur le scalaire, l'épaisseur de la couche de Stokes détermine le niveau d'action de la turbulence, plus la couche oscillante pénètre loin dans l'écoulement et plus elle est soumise à l'agitation turbulente.

5.5 Conclusion

Dans ce deuxième volet de la thèse, nous avons étudié la pulsation d'un écoulement turbulent de canal. Nous avons ainsi pu étudier, d'une part, l'effet de la pulsation sur la turbulence et, d'autre part, l'effet de la turbulence sur un écoulement oscillant, avec comme application la propagation acoustique en milieu turbulent. Un intérêt particulier a été porté à l'étude du frottement pariétal, représentatif de l'atténuation sonore, pour laquelle on observe une zone critique où l'atténuation turbulente est plus faible qu'en régime laminaire.

Concernant l'effet de la pulsation sur la turbulence, nous avons mis en évidence, pour le jeu de paramètres considéré, une réduction de la traînée moyenne de l'ordre de 12%, en accord avec les résultats expérimentaux de Lodhal *et al.* (1998). Nous avons suivi la génération de la réponse oscillante des fluctuations turbulentes autour de l_s^+ , ainsi que leur propagation à vitesse constante jusque dans une zone estimée à partir d'une épaisseur de couche de Stokes turbulente basée sur un concept simple de viscosité turbulente. Pour les deux pulsations localisées en zone critique, nous avons observé une relaminarisation en phase d'accélération suivie d'une retransition à la turbulence lors de la décélération. Ce comportement se retrouve aussi lorsque l'on s'intéresse à la dynamique des structures cohérentes de la turbulence, dont l'intensité et la distribution spatiale varient au cours du cycle.

Les résultats concernant le frottement pariétal cohérent sont en bon accord avec les expériences de Tardu *et al.* (1994) et les simulations numériques de Scotti & Piomelli (2001) en canal pulsé, et bien qu'un léger décalage en fréquence par rapport aux résultats de propagation acoustique soit observé, la zone critique est bien retrouvée par la pulsation de l'écoulement. Une simulation à très faible amplitude ainsi que les résultats de l'étude expérimentale menée au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine sur la propagation acoustique en conduit rectangulaire, devrait nous permettre de mieux expliciter l'origine du décalage.

La modélisation linéaire, qui consiste à représenter la turbulence uniquement par un profil moyen de viscosité turbulente, permet de retrouver les comportements quasi-laminaire à haute fréquence et quasi-stationnaire à basse fréquence. Quel que soit le profil de viscosité turbulente considéré, modélisé ou obtenu par SND, la zone critique n'est cependant jamais reproduite correctement. La prise en compte des structures de la turbulence, dans une approche de scalaire passif, n'améliore pas la modélisation de la zone critique.

Les modèles linéaires qui sont capables de reproduire la zone critique sont ceux qui ont tenté de tenir compte de l'effet de la perturbation (acoustique ou pulsation) sur la turbulence. La modélisation exacte de l'amplitude et de la localisation de la zone critique nécessite toutefois un ajustement à l'aide des données expérimentales, et les modèles ne sont jamais prédictifs. La dépendance en phase complexe des profils de viscosité turbulente mise en évidence pour les deux pulsations en zone critique ne nous a pas permis d'améliorer la modélisation. Il apparaît peu probable que le phénomène responsable de la

zone critique correspond à un phénomène linéaire; la prise en compte de la variation de la turbulence causée par la pulsation nous semble indispensable pour expliquer le comportement de la composante oscillante du frottement pariétal turbulent, *ie* de l'atténuation sonore, dans la zone critique.

L'étude de l'atténuation sonore lors de la propagation acoustique en milieu turbulent par la pulsation d'un canal turbulent s'avère appropriée; la suite de ce travail consisterait à prendre en compte les traitements de paroi, dans le but de contrôler l'atténuation sonore.

Chapitre 6

Synthèse finale

6.1 Conclusions

Nous avons réalisé des simulations numériques d'écoulements turbulents de canaux plans, d'une part, pour étudier les effets de compressibilité, et d'autre part, pour étudier la pulsation de l'écoulement. Ce deuxième volet a pour application l'étude de l'atténuation sonore lors de la propagation d'une onde acoustique en milieu turbulent.

Nous avons travaillé à faible nombre de Reynolds, $Re_\tau = 180$, de telle sorte que les simulations sont quasi-directes, l'objectif principal n'étant pas la validation de la SGE pour ces écoulements particuliers, mais plutôt la mise en place d'une première approche numérique des effets de compressibilité et d'une pulsation sur un écoulement turbulent. Le principal effort numérique dans ce travail de thèse repose sur la mise en oeuvre d'une procédure de forçage adaptée aux écoulements compressibles et permettant de pulser l'écoulement.

L'étude des effets de compressibilité en simulation numérique de canal plan permet de prendre en compte des flux de chaleur pariétaux, ce qui permet de compléter l'étude de l'aérodynamique externe qui a été principalement menée en couche limite adiabatique. La dynamique de l'écoulement de canal est donc différente du cas adiabatique, en raison principalement de l'homogénéité spatiale de l'écoulement moyen qui impose des parois isothermes froides. En couche limite adiabatique, la compressibilité se caractérise par l'apparition de forts gradients de masse volumique moyenne et de température moyenne. En canal plan isotherme, outre le fait que cette variation de la densité moyenne soit inversée (densité plus forte aux parois qu'au centre), elle s'accompagne d'une variation de viscosité, qui augmente au centre du canal avec le nombre de Mach.

En ce qui concerne l'évolution avec le nombre de Mach de ces gradients de température, de masse volumique et de viscosité moyennes à la paroi, nous avons trouvé un bon accord avec les DNS de Coleman *et al.* (1995) et de Foyi *et al.* (2004) concernant les effets de compressibilité en canal. Nous avons également observé un élargissement des stries en région de proche paroi pour une augmentation du nombre de Mach à nombre de Reynolds fixé, ainsi qu'une baisse de la production turbulente.

Les transformations de van Driest pour la vitesse moyenne et de Carvin *et al.* (1988) pour la température moyenne, qui considèrent uniquement une correction de masse volumique, s'avèrent améliorables dans le cas du canal compressible. La prise en compte des deux modifications des propriétés moyennes de l'écoulement, *ie* de la viscosité et de la masse

volumique, nous a amené à définir une échelle intégrale y^{*+} , dont la dépendance vis à vis du nombre de Mach est moins sensible que celles de l'échelle locale y^+ standard, de l'échelle semi-locale proposée par Bradshaw (1977) ainsi que de sa correction (Huang *et al.* (1995)) basée sur des SND de Coleman *et al.* (1995) dans le but de réaménager les scalings développés en adiabatique au cas isotherme. A partir de cette unité, nous avons défini une nouvelle transformation, désignée ici sous le nom de "transformation de Brun", qui nous a permis, pour nos simulations de canal plan turbulent compressible, de renormaliser avec succès les profils moyens de vitesse et de température.

En ce qui concerne la renormalisation des fluctuations turbulentes de vitesse et de température, il faut rappeler qu'en régime incompressible déjà, la dépendance en fonction du nombre de Reynolds n'est pas supprimée avec la renormalisation classique par u_r et ν . Aussi, il est vraisemblable que la prise en compte supplémentaire du nombre de Mach, impliquant des effets contraires de masse volumique et de viscosité, empêche une renormalisation totale des fluctuations turbulentes. Foyi *et al.* (2004) concluent à ce sujet qu'il n'existe pas de scaling capable de renormaliser rigoureusement ces fluctuations. Nous proposons toutefois une conclusion plus optimiste, puisque nous pensons qu'en travaillant à $Re_c^+ = h^{c^+} = cste$, la nouvelle transformation des fluctuations turbulentes de vitesse et de température devrait être satisfaisante. De même, nous avons montré que l'espacement préférentiel des stries, λ_c^+ normalisé "à la Brun", reste approximativement constant si on considère $Re_c^+ = cste$. Enfin, à partir d'une relation de type Crocco-Buseman, établie pour le canal laminaire et relativement bien vérifiée en régime turbulent, nous avons développé une analogie de Reynolds propre au canal, qui fournit des résultats aussi concluants que les analogies existantes, au moins jusqu'à Mach 2. Les perspectives à court et moyen terme concernant cette partie de l'étude sont données à la fin du mémoire.

Concernant la seconde partie de l'étude, portant sur la pulsation d'un écoulement turbulent, nous avons, d'une part, étudié l'effet de la pulsation sur la turbulence, et, d'autre part, l'effet de la turbulence sur la pulsation, qui, à faible amplitude, peut être assimilée à une perturbation acoustique. L'étude a été menée pour deux amplitudes de forçage, 70% et 20% du débit moyen.

Un des objectifs de la thèse, sur cette seconde partie de l'étude, portait sur l'analogie entre l'effet de la turbulence sur l'écoulement oscillant et celui de la turbulence sur l'atténuation sonore dans le cas de la propagation acoustique. La pulsation de l'écoulement turbulent s'avère effectivement adaptée à l'étude de l'atténuation sonore en milieu turbulent. Nos simulations numériques sont en bon accord avec les SGE de Scotti & Piomelli (2001) et avec les expériences de Tardu *et al.* (1994), toutes deux portant sur le canal plan pulsé. Bien qu'on observe un léger décalage en fréquence par rapport aux résultats de Ronneberger & Arhens (1977) et Peters *et al.* (1993) en propagation acoustique, l'évolution de l'amplitude du frottement cohérent normalisée par sa valeur laminaire correspond à l'évolution de l'atténuation sonore en fonction de la fréquence. En particulier, on retrouve qualitativement la zone critique où le frottement pariétal cohérent et/ou l'atténuation sonore est plus faible en régime turbulent qu'en régime laminaire. L'étude d'une simulation à très faible amplitude, ainsi que le résultat de l'expérience de propagation acoustique en conduit rectangulaire menée au LAUM, devraient apporter des éclaircissements au sujet de l'origine du décalage fréquentiel observé pour la zone critique.

En étudiant les effets de la pulsation sur la turbulence, nous avons observé une réduction de la traînée moyenne consistante, pour la gamme de paramètre considérée, avec les résul-

tats expérimentaux de Lodhal *et al.* (1998). En revanche, Scotti & Piomelli (2001) ayant fixé le gradient de pression moyen, n'observent aucune modification du frottement moyen et bien que Tardu *et al.* (1994) observent une dispersion de l'ordre de 15% autour de la valeur non-pulsée de la traînée moyenne, ils n'ont pas dégagé de tendance particulière. Nous avons suivi l'évolution des fluctuations turbulentes en fonction de la fréquence de forçage. A haute fréquence, la couche oscillante générée à la paroi par la pulsation reste confinée en zone visqueuse et la réponse oscillante des fluctuations est quasi-inexistante. Les fluctuations de vitesse u'' présentent une striation analogue à celle observée pour les fluctuations u' en régime non-pulsé, mais leur niveau reste faible et elles ne varient pas au cours du cycle. La pulsation étant très rapide, elle ne parvient pas à modifier la structure de la turbulence, qui reste à l'équilibre pendant tout le cycle. Ainsi, les structures cohérentes, visualisées à l'aide d'isosurfaces positives du critère $Q = \frac{1}{2}(\Omega^2 - S^2)$, sont similaires au cas non-pulsé à tout moment dans le cycle.

Pour les deux fréquences localisées en zone critique, le comportement des fluctuations turbulentes est modifié par la pulsation de l'écoulement. Lorsque la fréquence diminue, la turbulence s'éloigne de plus en plus de son état d'équilibre durant une part de plus en plus grande du cycle, et on observe une pulsation de plus en plus marquée du champ résolu (voir les isosurfaces positives de $Q = 0.6U_b^2/h^2$). L'onde de cisaillement issue de la pulsation se propage en dehors de la sous-couche visqueuse et génère des oscillations dans les quantités turbulentes. En particulier, on a observé la génération de l'oscillation autour de l_t^+ , puis sa propagation à vitesse constante vers le centre du canal. En effet, les profils de déphasage des composantes périodiques du tenseur de Reynolds en moyenne de phase mettent en évidence une vitesse de phase constante, identique à la vitesse de propagation de l'onde de cisaillement estimée à l'aide d'un concept simple de viscosité turbulente, qui permet de définir une épaisseur de couche de Stokes turbulente l_t^+ . La dynamique des fluctuations de vitesse est modifiée au cours du cycle; on observe un allongement des structures durant l'accélération, identifiée comme une phase de relaminarisation et une retransition à la turbulence lors de la décélération, avec réapparition de spots turbulents. Les différents comportements observés restent qualitativement identiques pour les deux amplitudes de forçage considérées.

Afin de tester la linéarité du phénomène responsable de la zone critique, de mesurer l'influence des structures cohérentes de la turbulence et de trancher sur les différentes interprétations des régimes quasi-stationnaire (faible nombre de Strouhal ω^+) et quasi-laminaire (grand nombre de Strouhal ω^+), nous avons considéré, d'une part, la modélisation de la turbulence par un seul profil de viscosité turbulente et, d'autre part, une approche de scalaire passif. L'ensemble des modèles linéaires proposés jusqu'alors ne sont pas prédictifs et ceux qui fonctionnent le mieux sont ceux qui prennent en compte la modification de la turbulence par la pulsation. Nous avons mis en évidence la dépendance complexe en phase des profils de viscosité turbulente. Une modélisation simplifiée, qui prend en compte une évolution circulaire et régulière de ces profils au cours du cycle, ne suffit toutefois pas à améliorer la modélisation. L'approche scalaire passif, qui en plus tient compte de la présence des structures de la turbulence, montre que ces structures n'ont aucun effet sur les comportements quasi-stationnaire et quasi-laminaire de l'atténuation sonore. Si, à basse fréquence, nous avons vérifié que l'effet de la turbulence, pour une même pulsation, était renforcé lorsque la couche de Stokes s'épaissit, la diminution monotone de la diffusivité

turbulente avec la diffusion moléculaire ne nous a pas permis de trancher entre l'hypothèse du gel de la turbulence et celle du confinement de l'oscillation en sous-couche visqueuse à haute fréquence.

Finalement, les deux approches linéaires, modélisation par une viscosité turbulente et scalaire passif, n'ont pas permis de retrouver la zone critique. Il nous apparaît donc très peu probable que le phénomène responsable de la baisse du frottement cohérent et/ou de l'atténuation sonore par rapport au régime laminaire autour d'une zone de fréquence critique soit linéaire. Ainsi, la modélisation de l'effet de l'écoulement sur l'atténuation sonore étant à elle seule complexe, on peut présumer de l'atout que représentera la simulation numérique dans l'optimisation des traitements de paroi en vue de réduire le bruit émis. La souplesse des calculs numériques pourra, par exemple, être utilisée pour simuler différents traitements de paroi en évaluant l'influence des différents paramètres (forme, dimensions) de ces traitements, afin d'expliquer certaines caractéristiques relevées expérimentalement.

6.2 Perspectives

Les objectifs immédiats aux deux parties de l'étude concernent l'augmentation du nombre de Reynolds des simulations. Cette augmentation du nombre de Reynolds nous permettra, d'une part, d'accompagner la hausse du nombre de Mach afin de maintenir Re_τ^c constant et, d'autre part, de considérer une simulation d'écoulement pulsé à un nombre de Reynolds identique à celui de l'expérience de propagation acoustique menée par le LAUM. On peut noter également que la hausse du nombre de Reynolds nous permettra de considérer des nombres de Strouhal ω^+ plus petits, sans pour autant envisager des temps de calculs rédhibitoires.

La suite du travail, en ce qui concerne la partie acoustique, concerne la prise en compte d'un traitement de paroi, représenté en première approche par une ou plusieurs cavités localisées à la paroi. Parallèlement, le travail sera aussi poursuivi en considérant la prise en compte d'effets de compressibilité pour un écoulement pulsé, dans le but, à plus long terme, de réaliser une étude complète incluant traitements de paroi et effets de compressibilité pour un écoulement turbulent pulsé. L'objectif est finalement de modéliser la propagation acoustique dans des conduits traités en présence d'écoulement, en tenant compte des effets de température élevée (compressibilité), en vue d'optimiser les traitements et de réduire le bruit émis par le moteur du futur avion supersonique.

Bibliographie

- BARDINA, J., FERZIGER, J. & REYNOLDS, W. 1980 Improved subgrid model for large-eddy simulation. *AIAA Paper* **80-1357**.
- BATCHELOR 1953 The theory of homogeneous turbulence. *Cambridge Univ. Press*.
- BLACKWELDER, R. & HARITONIDIS, J. 1983 Scaling of the bursting frequency in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* **132**, 87-104.
- BOGARD, D. & TIEDERMAN, W. 1986 Burst detection with single-point velocity measurements. *J. Fluid Mech.* **162**, 389-414.
- BOGARD, D. & TIEDERMAN, W. 1987 Characteristics of ejections in turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* **179**, 1-19.
- BOUSSINESQ, J. 1877 Théorie de l'écoulement tourbillant. *Mém. prés. Acad. Sci.* **46**.
- BRADSHAW, P. 1977 Compressible turbulent shear layers. *Annu. Rev. Fluid. Mech.* **9**, 33-54.
- BRETERON, G. & REYNOLDS, W. 1991 Dynamic response of boundary-layer turbulence to oscillatory shear. *Phys. Fluids A* **3** (1), 178-187.
- BRETERON, G., REYNOLDS, W. & JAYARAMAN, R. 1990 Response of a turbulent boundary layer to sinusoidal free-stream unsteadiness. *J. Fluid Mech.* **221**, 131-159.
- BRUN, C. & HABERKORN 2004 Communication privée. Orléans, Mars 2004.
- BRUN, C., HABERKORN, M. & COMTE, P. 2003 Compressibility effects in fully developed channel flow up to mach 5. In *5th Euromech Fluid Mechanics Conference*, Toulouse.
- BUSEMANN, A. 1935 Gassströmung mit laminarer grenzschrift entlang einer platte. *ZAMM* **15**, 23-25.
- CARVIN, C., DEBIEVE, J. & SMITS, A. 1988 The near wall temperature profile of turbulent boundary layers. *AIAA 26th Aerospace Sciences Meeting* **88-0136**, January 11-14, Reno, Nevada.
- CEBECI, T. & SMITH, A. 1974 Analysis of turbulent boundary layers. *Academic Press* New York.

- CHOLLET, J. 1985 Two-point closure used for a sub-grid scale model in large eddy simulations. In *Turbulent Shear Flows* (ed. L. Bradbury), pp. 62–72. Springer.
- CHOLLET, J. & LESIEUR, M. 1981 Parametrization of small scales of three-dimensional isotropic turbulence utilizing spectral closure. *J. Atmos. Sci.* **38**, 2747–2757.
- CHU, B. & KOVASZNAY, L. 1958 Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. *J. Fluid Mech.* **3** (5), 494–514.
- COLEMAN, G., KIM, J. & MOSER, R. 1995 A numerical study of turbulent supersonic isothermal-wall channel flow. *J. Fluid Mech.* **305**, 159–183.
- COMTE, P., BRUN, C., HABERKORN, M., BOUCHET, G., PAGNEUX, V. & AURÉGAN, Y. 2004 Compressibility effects and sound propagation in turbulent channel flow. In *XXI International Congress of Theoretical and Applied Mechanics (ICTAM)*, Warsaw, Pologne.
- COMTE, P. & LESIEUR, M. 1998 Large-eddy simulations of compressible turbulent flows. In *Advances in turbulence modelling*, pp. 77–79. Von Karman Institute, lecture series 1998-05.
- CROCCO, L. 1932 Sulla trasmissione del calore da una lamina piana a un fluido scorrente ad alta velocità. *L'Aerotechnica* **12**, 181–197.
- DEARDOFF, J. 1970 A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* **41**, 453–465.
- DEBIEVE, J., DUSSAUGE, J.-P. & GAVIGLIO, J. 1979 Remarques sur une analogie entre les fluctuations turbulentes de vitesse et de température, en écoulements supersoniques. *4^{ème} Congrès Français de Mécanique* Institut National Polytechnique de Lorraine, Université Nancy I.
- VAN DRIEST, E. 1951 Turbulent boundary layer in compressible fluid. *Journal of the aeronautical sciences* **18** (3), 145–160.
- DUBIEF, Y. 2000 Simulation des grandes échelles de la turbulence de la région de proche paroi et des écoulements décollés. PhD thesis, Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- DUBIEF, Y. & DELCAYRE, F. 2000 On coherent-vortex identification in turbulence. *JOT* **1** 011 (011).
- DUCROS, F. 1995 Simulations numériques directes et des grandes échelles de couches limites compressibles. PhD thesis, Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- DUCROS, F., COMTE, P. & LESIEUR, M. 1996 Large-eddy simulation of transition to turbulence in a boundary layer developing spatially over a flat plate. *J. Fluid Mech.* **326**, 1–36.
- ERLERBACHER, G., HUSSAINI, M., SPEZIALE, C. & ZANG, T. 1992 Toward the large-eddy simulation of compressible turbulent flows. *J. Fluid Mech.* **238**, 155–185.

- FAVRE, A. 1965 *J. de Mécanique* **4**, 361.
- FERNHOLZ, H. & FINLEY, P. 1981 A further compilation of compressible turbulent boundary layer data with a survey of turbulence data. *AGARDograph* **253**.
- FOYSI, H., SARKAR, S. & FRIEDRICH, R. 2004 Compressibility effects and turbulence scalings in supersonic channel flow. *J. Fluid Mech.* **509**, 207–216.
- GAVIGLIO, J. 1987 Reynolds analogies and experimental study of heat transfer in the supersonic boundary layer **30** (5), 911–926, int. J. Heat Mass Transfer.
- GERMANO, M., PIOMELLI, U., MOIN, P. & CABOT, W. 1991 A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids A* **3** (7), 1760–1765.
- GEURTS, B. & FRÖHLICH, J. 2002 A framework for predicting accuracy limitations in large-eddy simulation. *Phys. Fluids* **14** (6), 41–44.
- GOTTLIEB, D. & TURKEL, E. 1976 Dissipative two-four methods for time-dependent problems. *J. Comp. Phys.* **30**, 703–723.
- GROTZBACH, G. & SCHUMANN, U. 1979 Direct numerical simulation of turbulent velocity, pressure and temperature fields in channel flows. See *Durst et al.* pp. 370–385.
- GUARINI, S., MOSER, R., SHARIFF, K. & WRAY, A. 2000 Direct numerical simulation of a supersonic turbulent boundary layer at mach 2.5. *J. Fluid Mech.* **414**, 1–33.
- GUO, Y. & ADAMS, N. 1994 In *Proc. 5th Summer Prog.*, NASA/Stanford Center for Turbulence Research.
- GUO, Y., KLEISER, L. & ADAMS, N. 1996 A comparison study of an improved temporal dns and spatial dns of compressible boundary layer transition. *AIAA Journal* **34**, 2501–2506.
- HABERKORN, M., PAGNEUX, V., BOUCHET, G., AURÉGAN, Y. & COMTE, P. 2003 Propagation acoustique en simulation des grandes échelles dans un écoulement de canal plan turbulent. *XVI^{ème} Congrès Français de Mécanique* Nice, Septembre 2003.
- HABERKORN, M., PAGNEUX, V., BOUCHET, G., AURÉGAN, Y. & COMTE, P. 2004 Large eddy simulation of acoustical propagation in turbulent channel flow. *Congrès joint, 7^{ème} Congrès Français d'Acoustique CFA & 30. Deutsche Jahrestagung für Akustik DAGA* **14** (2), 802–809, strasbourg, Mars 2004.
- HATAY, F. & BIRINGEN, S. 1995 Direct numerical simulation of low-reynolds number supersonic turbulent boundary layers. *AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* **33**, reno, NV, Jan. 9-12.
- HINO, M., KASHIWAYANAGI, M., NAKAYAMA, A. & HARA, T. 1983 Experiments on the turbulence statistics and the structure of a reciprocating oscillatory flow. *J. Fluid Mech.* **131**, 363–400.

- HINZE, J. 1975 In *Turbulence* (ed. 2nd Ed. New York : MacGraw-Hill), p. 732. CTR, Stanford.
- HOWE, M. 1984 On the absorption of sound by turbulence and other hydrodynamic flows. *Journal of applied Mathematics* **32**, 187-209.
- HOWE, M. 1995 The damping of sound by wall turbulent shear layers. *Acoustical Society of America* **93** (3), 1723-1729.
- HSU, C., LU, X. & KWAN, M.-K. 2000 Les and rans studies of oscillating flows over flat plate. *ASCE, J. Eng. Mech.* **126**, 186.
- HUANG, P., COLEMAN, G. & BRADSHAW, P. 1995 Compressible turbulent channel flows : Dns results and modelling. *J. Fluid Mech.* **305**, 185-218.
- HUNT, J., WRAY, A. & MOIN, P. 1988 Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. In *In : Proceedings of the 1988 summer program*, pp. 193-208. CTR, Stanford.
- HUSSAIN, A. 1983 Coherent structures - reality and myth. *Phys. Fluids* **26** (10), 2816-2850.
- HUSSAIN, A. & REYNOLDS, W. 1970 The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow. *J. Fluid Mech.* **41** (2), 241-258.
- IGUCHI, M., OHMI, M. & TANAKA, S. 1985 Experimental study in a pulsating pipe flow. *Bulletin of the JSME* **28** (246), 2915.
- INGARD, U. & SINGHAL, V. 1974 Sound attenuation in turbulent pipe flow. *J. Acoust. Soc. Am.* **55** (3), 535-538.
- JEONG, J. & HUSSAIN, F. 1995 On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.* **285**, 69-94.
- JIMENEZ, J. & MOIN, P. 1991 The minimal flow unit in near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.* **225**, 213-240.
- KANEDA, Y., ISHIHARA, T., YOKOKAWA, M., ITAKURA, K. & UNO, A. 2003 Energy dissipation rate and energy spectrum in high resolution direct numerical simulations of turbulence in a periodic box. *Physics of Fluids* **15** (2), 21-24.
- KIDA, S. & MIURA, H. 1998 Identification and analysis of vortical structures. *Eur. J. Mech., B/Fluids.* **17** (4), 471-488.
- KIM, J. & MOIN 1989 Transport of passive scalars in a turbulent channel flow. In *Turbulent Shear Flows 6* (ed. ed. J.-C. André et al.). Springer.
- KIM, J., MOIN, P. & MOSER, R. 1987 Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **177**, 133-166.
- KIRCHHOFF, G. 1868 Über den einfluss der wärmeleitung in einem gase auf die schallbewegung. *Pogg. Ann.* **134** (6), 171-193.

- KITA, Y., ADACHI, Y. & HIROSE, K. 1980 Periodically oscillating turbulent flow in a pipe. *Bulletin of the JSME* **23** (179), 656.
- KOLMOGOROV, A. 1941 Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* **32** (1), 16-18, - traduction dans *Turbulence : classic papers on statistical theory*, 1961, éd. par S.K. Friedlander et L. Topper, pp. 151-154, Interscience Publishers, Inc., New York.
- KOVASZNAVY, L. 1953 Turbulence in supersonic flow. *Journal of the aeronautical sciences* **20** (10), 657-682.
- KRAICHNAN, R. 1976 Eddy viscosity in two and three dimensions. *J. Atmos. Sci.* **33**, 1521-1536.
- LARCHEVÈQUE, L., SAGAUT, P., LE, T.-H. & COMTE, P. 2004 Large-eddy simulation of a compressible flow in a three-dimensional open cavity at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **516**, 265-301.
- LECHNER, R., SESTERHENN, J. & FRIEDRICH, R. 2001 Turbulent supersonic channel flow. *Journal of Turbulence* **2**, 01-25.
- LELE, S. 1994 Compressibility effects on turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **26**, 241-254.
- LESIEUR, M. 1997 Turbulence in fluids. Kluwer Academic Publishers.
- LESLIE, D. & QUARINI, G. 1979 The application of turbulence theory to the formulation of subgrid modeling procedures. *J. Fluid Mech.* **91**, 65-91.
- LILLY, D. 1992 A proposed modification of the germano subgrid-scale closure method. *Phys. Fluids A* **4** (3), 633-635.
- LODHAL, C., SUMER, B. & FREDSE, J. 1998 Turbulent combined oscillatory flow and current in a pipe. *J. Fluid Mech.* **373**, 313-348.
- LUCHIK, T. & TIEDERMAN, W. 1987 Turbulent combined oscillatory flow and current in a pipe. *J. Fluid Mech.* **174**, 529.
- MAC CORMACK, R. 1969 The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering. *AIAA Paper* **69-354**.
- MAEDER, T., ADAMS, N. & KLEISER, L. 2001 Direct simulation of turbulent supersonic boundary layers by an extended temporal approach. *J. Fluid Mech.* **429**, 187-216.
- MANKBADI, R. & LIU, J. 1992 Near-wall response in turbulent shear flows subjected to imposed unsteadiness. *J. Fluid Mech.* **238**, 55-71.
- MAO, Z.-X. & HANRATTY, T. 1986 Studies of the wall shear stress in a turbulent pulsating pipe flow. *J. Fluid Mech.* **170**, 545-564.
- MAO, Z.-X. & HANRATTY, T. 1991 Measurement of wall shear rate in large amplitude unsteady reversing flow. *Proceedings of 8th Symposium on Turbulent Shear Flows* pp. 11-1-1; 11-1-3, sept. 9-11, Munich.

- MENENDEZ, A. & RAMAPRIAN, B. 1983 Study of unsteady turbulent boundary layers. *Iowa Institute of Hydraulic Research Rep.* **270**.
- MENEVEAU, C. & KATZ, J. 2001 Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation. *Ann. Rev. Fluid Mech.* .
- MERAD, K. 2003 Simulation numérique d'écoulement développé en canal plan : étude des effets de compressibilité. *Mémoire de DEA Université d'Orléans*.
- METAIS, O. & LESIEUR, M. 1992 Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence. *J. Fluid Mech.* **239**, 157–194.
- MICHEL, R., QUEMARD, C. & DURAND, R. 1969 Application d'un schéma de longueur de mélange à l'étude des couches limites turbulentes d'équilibre. *ONERA NT* **154**.
- MIZUSHINA, T., MARUYAMA, T. & HIPSAWA, H. 1975 Structure of the turbulence in pulsating pipe flows. *Journal of Chemical Engineering of Japan* **8**, 210–216.
- MIZUSHINA, T., MARUYAMA, T. & SHIOZAKI, Y. 1973 Pulsating turbulent flow in a tube. *Journal of Chemical Engineering of Japan* **6**, 487–494.
- MOIN, P. & KIM, J. 1982 Numerical investigation of turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* **118**, 341–377.
- MOIN, P., REYNOLDS, W. & FERZIGER, J. 1978 Large eddy simulation of incompressible turbulent channel flow. *Dept Mech. Engng, Stanford Univ., Rep.* **TF-12**.
- MORKOVIN, M. 1962 Effects of compressibility on turbulent flows. In *Mécanique de la turbulence*, pp. 367–380. CNRS, colloques internationaux du centre national de la recherche scientifique.
- MOSER, R., KIM, J. & MANSOUR, M. 1999 Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$. *Phys. Fluids* **11** (4), 943–945.
- OHMI, M., KYOMEN, S. & USUI, T. 1978 Analysis of velocity distribution in pulsating turbulent pipe flow with time-dependant friction velocity. *Bulletin of the JSME* **121** (157), 1137.
- OHMI, M. & USUI, T. 1976 Pressure and velocity distributions in pulsating turbulent pipe flow, part 1 : theoretical treatments investigations. *Bulletin of the JSME* **19** (129), 307.
- OHMI, M., USUI, T., TANAKA, O. & TOYAM, M. 1976 Pressure and velocity distributions in pulsating turbulent pipe flow, part 2 : Experimental investigations. *Bulletin of the JSME* **19** (134), 951.
- ORSZAG, S. & KELLS, L. 1980 Transition to turbulence in plane poiseuille and plane couette flow. *J. Fluid Mech.* **96**, 159–205.
- PETERS, M., HIRSCHBERG, A., REIJNEN, A. & WIJNANDS, A. 1993 Damping and reflection coefficient measurements for an open pipe at low mach and low helmoltz numbers. *J. Fluid Mech.* **256**, 499–534.

- PETROVAN, M. 2004 Simulation et modélisation d'écoulement turbulent compressible en couche limite décollée dans un canal. *Mémoire de DEA Université d'Orléans*.
- PILLER, M., NOBILE, E. & HANRATTY, T. 2002 Dns study of turbulent transport at low prandtl numbers in a channel flow. *J. Fluid Mech.* **458**, 419–441.
- PIROZZOLI, S., GRASSO, F. & T.B., G. 2004 Direct numerical simulation and analysis of a spatially evolving supersonic turbulent boundary layer at $M = 2.25$. *Phys. Fluids* **11** (4), 943–945.
- POINSOT, T. & LELE, S. K. 1992 Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *J. Comp. Phys.* **103**, 16–42.
- RAI, M., GATSKI, T. & ERLEBACHER, G. 1995 Direct simulation of spatially evolving compressible turbulent boundary layers. *AIAA Paper* **95-0583**.
- RAMAPRIAN, B. & TU, S. 1983 Fully developed periodic turbulent pipe flow. Part2. the detailed structure of the flow. *J. Fluid Mech.* **137**, 59–81.
- RAYLEIGH, L. 1896 The theory of sound. In *Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows*, pp. 319–326. Macmillan, vol. II.
- REYNOLDS, A. 1975 The prediction of turbulent prandtl and schmidt numbers. *Intl J. Heat Mass Transfer* **18**, 1055–1069.
- RIDA, S. & DAN TRAN, K. 1991 Direct simulation of turbulent pulsed plane channel flow. In *Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows*, pp. 9–11 September. Springer, munich, Germany.
- RONNEBERGER, D. 1991 Response of wall turbulence to imposed unsteadiness. *Euromech Colloq.* **272**, Aussois.
- RONNEBERGER, D. & ARHENS, C. 1977 Wall shear stress caused by small amplitude perturbations of turbulent boundary-layer flow : an experimental investigation. *J. Fluid Mech.* **83** (part 3), 433–464.
- ROTTA, J. 1960 Turbulent boundary layers with heat transfer in compressible flow. In *AGARD Symposium on Boundary layer Research*,. Rep. 60-62 of AVA Göttingen, london.
- RUBESIN, M. 1990 Extra compressibility terms for favre-averaged two-equation models of inhomogeneous turbulent flows. In *NASA CR-177556*.
- SAGAUT, P. 1995 Simulations numériques d'écoulements décollés avec des modèles de sous-maille. PhD thesis, Thèse, Université Paris VI.
- SARPKAYA, T. 1993 Coherent structures in oscillatory boundary layers. *J. Fluid Mech.* **253**, 105–140.
- SCHLICHTING, H. 1968 *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill book Company, sixth Edition, p314.

- SCHUMANN, U. 1975 Subgrid scale model for finite-difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli. *J. Comput. Phys.* **18**, 376–404.
- SCOTTI, A. & PIOMELLI, U. 2001 Numerical simulation of pulsating turbulent channel flow. *Physics of Fluids* **13** (5), 1367–1384.
- SELLE, L., LARTIGUE, G., KOCH, R., SCHILDMACHER, K., KREBS, W., PRADE, B., KAUFMANN, P., VEYNANTE, D. & POINSOT, T. 2004 Compressible large-eddy simulation of turbulent combustion in complex geometry on unstructured meshes. *Combustion and Flame* **137** (3), 489–505.
- SHEMER, L., WYGNANSKI, I. & KIT, E. 1985 Pulsating flow in a pipe. *J. Fluid Mech.* **153**, 313–337.
- SMITS, A. & DUSSAUGE, J. 1996 *Turbulent shear layers in supersonic flow*. American Institute of Physics, 357p.
- SOULSBY, R., HAMM, L., KLOPMAN, G., MYRHANG, G., SIMONS, R. & THOMAS, G. 1993 Wave-current interaction in the vertical. *Coastal Engng.* **21**, 41–69.
- SPALART, P. & BALDWIN, B. 1987 Direct simulation of a turbulent oscillating boundary layer. In *Turbulent Shear Flows 6*, p. 8. Springer, Berlin.
- SPINA, E., SMITS, A. & ROBINSON, S. 1994 The physics of supersonic turbulent boundary layers. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **26**, 287–319.
- STOKES, G. 1950 On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Trans. Cambridge Philos. Soc.* **9**, 8.
- TARDU, S. & BINDER, G. 1993 Wall shear stress modulation in unsteady turbulent channel flow with high imposed frequencies. *Physics of Fluids* **5** (8), 2028–2037.
- TARDU, S. & BINDER, G. 1997 Reaction of bursting to an oscillating homogeneous pressure gradient. *Eur. J. Mech., B/Fluids.* **1**, 89–120.
- TARDU, S., BINDER, G. & BLACKWELDER, R. 1994 Turbulent channel flow with large-amplitude velocity oscillations. *J. Fluid Mech.* **267**, 109–151.
- TIDJEMAN, H. 1975 On the propagation of sound in cylindrical tubes. *J. Sound Vib.* **39**, 1–33, also NLR Rep. MP 74004 U.
- TU, S. & RAMAPRIAN, B. 1983 Fully developed periodic turbulent pipe flow. Part 1. main experimental results and comparison with predictions. *J. Fluid Mech.* **137**, 31–58.
- VREMAN, B., GEURTS, B. & KUERTEN, H. 1995 A priori tests of large-eddy simulation of compressible plane mixing layer. *J. Eng. Math.* **29**, 299–327.
- WEI, T. & WILLMARTH, W. 1989 Reynolds number effects on the structure of a turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* **204**, 57.
- WEISS, J. 1981 The dynamics of enstrophy transfer in two-dimensional hydrodynamics. Report n° LJI-TN-121, La Jolla Institute, San Diego, CA.

- YAKHOT, A., ARAD, M. & BEN-DOR, G. 1999 Numerical investigation of a laminar pulsating flow in a rectangular duct. *Int. J. Numer. Methods Fluids* **29**, 935.
- YOUNG, A. 1961 The equations of motion and energy and the velocity profile of a turbulent boundary layer in a compressible fluid. *Rep.* **42**, college of Aero., Cranfield.
- ZAGAROLA, M., PERRY, A. & SMITS, A. 1997 Log laws or power laws : The scaling in the overlap region. *Physics of Fluids* **9** (7), 2094–2100.

Des simulations numériques des grandes échelles d'écoulements turbulents de canaux plans ont été réalisées pour étudier les effets de compressibilité et la pulsation de l'écoulement. Les résultats respectifs sont en bon accord avec les SND de Coleman *et al.* (1995) et les SGE de Scotti & Piomelli (2001). La pulsation du canal nous permet à la fois d'étudier la turbulence instationnaire et, en assimilant une pulsation de faible amplitude à une instationnarité d'origine acoustique, d'étudier l'atténuation sonore en milieu turbulent.

Nous avons simulé des écoulements de canaux compressibles jusqu'à Mach 5 et nous proposons une nouvelle transformation non locale prenant en compte une double correction masse volumique/viscosité. Cette transformation améliore la normalisation des profils de vitesse et de température totale moyennes. Une analogie forte de Reynolds modifiée est développée sur la base d'une relation de type Crocco-Buseman propre au canal à parois isothermes.

En régime incompressible pulsé, une technique de forçage différente de celle utilisée par Scotti & Piomelli (2001) nous a permis de retrouver une réduction de traînée consistante avec les résultats expérimentaux de Lodhal *et al.* (1998), pour la gamme de paramètres considérée. Cette gamme englobe la zone critique observée par Ronneberger & Ahrens (1977) en propagation acoustique, pour laquelle le frottement pariétal cohérent et/ou l'atténuation sonore est plus faible qu'en régime laminaire. Les calculs à amplitude de forçage plus faible confirment que la relaminarisation cyclique n'est pas nécessaire pour observer cette zone critique. Cependant, ni la modélisation par une viscosité turbulente, ni l'approche scalaire passif avec la prise en compte des structures cohérentes, correspondant à deux approches linéarisées de niveaux de sophistication différents, n'ont permis de retrouver la zone critique, qui ne correspond probablement pas à un phénomène linéaire.

Large eddy simulations of turbulent flows of plane channels were carried out to study the effects of compressibility and the pulsation of the flow. The respective results are in good agreement with the DNS of Coleman *et al.* (1995) and the LES of Scotti & Piomelli (2001). The pulsation of the channel enables us to study both non-stationary turbulence and sound attenuation in turbulent medium by assimilating a low amplitude pulsation to an instationnarity of acoustic origin.

We simulated compressible flows of channels until Mach 5 and we propose a new non-local scaling taking into account a double density/viscosity correction. This scaling improves the normalization of the mean velocity and mean total temperature profiles. A modified strong Reynolds analogy is developed on the basis of a Crocco-Buseman relation specific to the channel with isothermal walls.

In pulsated incompressible mode, a technique of forcing different from that used by Scotti & Piomelli (2001) makes it possible to recover a drag reduction consistent with the experimental results of Lodhal *et al.* (1998), for the range of parameters considered. This range includes the critical zone observed by Ronneberger & Ahrens (1977) in acoustic propagation, for which the coherent parietal friction and/or the sound attenuation are weaker than in laminar flow. Calculations with forcing of smaller amplitude confirm that cyclic relaminarisation is not necessary to observe this critical zone. However, neither modeling by a turbulent viscosity, nor the scalar approach taking the coherent structures into account, corresponding to two linearized approaches of different levels of sophistication, made it possible to find the critical zone, which probably does not correspond to a linear phenomenon.