

Optimisation de la localisation d'une source ponctuelle d'émission acoustique dans un matériau anisotrope homogène

Bernard CASTAGNEDE, Wolfgang SACHSE et Kwang Yul KIM

Résumé — Nous présentons une méthode d'optimisation de la localisation d'une source d'émission acoustique supposée ponctuelle dans un matériau anisotrope homogène. La résolution du problème spécifique à deux dimensions pour une lame à faces parallèles aboutit à un système non linéaire d'équations transcendantes qui est numériquement traité par approximations successives. Des résultats obtenus par simulation, attestant de la robustesse de l'algorithme, sont discutés.

Optimization of the localization of a point-like acoustic emission source in a homogeneous anisotropic medium

Abstract — An optimization process is presented for locating an acoustic emission source which is supposed to be point-like in a homogeneous anisotropic material. The solution of the two-dimensional specific problem for a plate with parallel surfaces yields a non-linear system of transcendental equations which is numerically solved by an iterative scheme. Some results obtained in simulation showing the robustness of the algorithm are discussed.

Abridged English Version — Acoustic emission source location is a problem of interest in various fields such as geophysics [1], fracture mechanics and materials science. For applications in the field of nondestructive testing of materials several generation methods using thermoelastic interactions, such as laser Nd:YAG [2], synchrotron radiation [3] and rapid cooling [4] are commonly used. Source location is generally done by triangulation technique [5], that can be extended for different geometries [6]. For similar problems, statistical analysis simulating staggering in the positioning of the sensors [7], noise [8], and dispersion [9] have been used. Nevertheless, it seems that no attempt was done to include anisotropy in these treatments. Here, we propose a numerical scheme able to handle anisotropy in a general manner.

We start with Equation (1) which express time delay differences for a given pair (k, m) of sensors that are distributed over a circle of radius d , as shown in Figure. After rearrangement, Equation (1) is squared twice, and following some algebraic manipulations, the non-linear system of equations (2) is obtained. Each quadratic equation of this system is transcendental as the coefficients A_i are functions of the unknowns themselves through equations (3) and (4) which provide the wavespeeds [10] and which are intricate combinations of direct and inverse circular functions. To solve this overdetermined system of non-linear equations a functional $F(X_s, Y_s)$ is defined and then minimized with the help of a modified Newton-Raphson numerical method ([11], [12]).

Some results are provided by using a numerical simulation. The numerical parameters of this simulation were chosen from the literature [13]. The experimental random errors are simulated with the help of a perturbation procedure. The robustness of the algorithm is clearly demonstrated on several cases illustrating some of the characteristic features of the problem. Table I deals with the influence of the source location on the accuracy of the optimization. These results show that the convergence performance decreases when the source is moved further away from the center of the array of sensors. Nevertheless, the

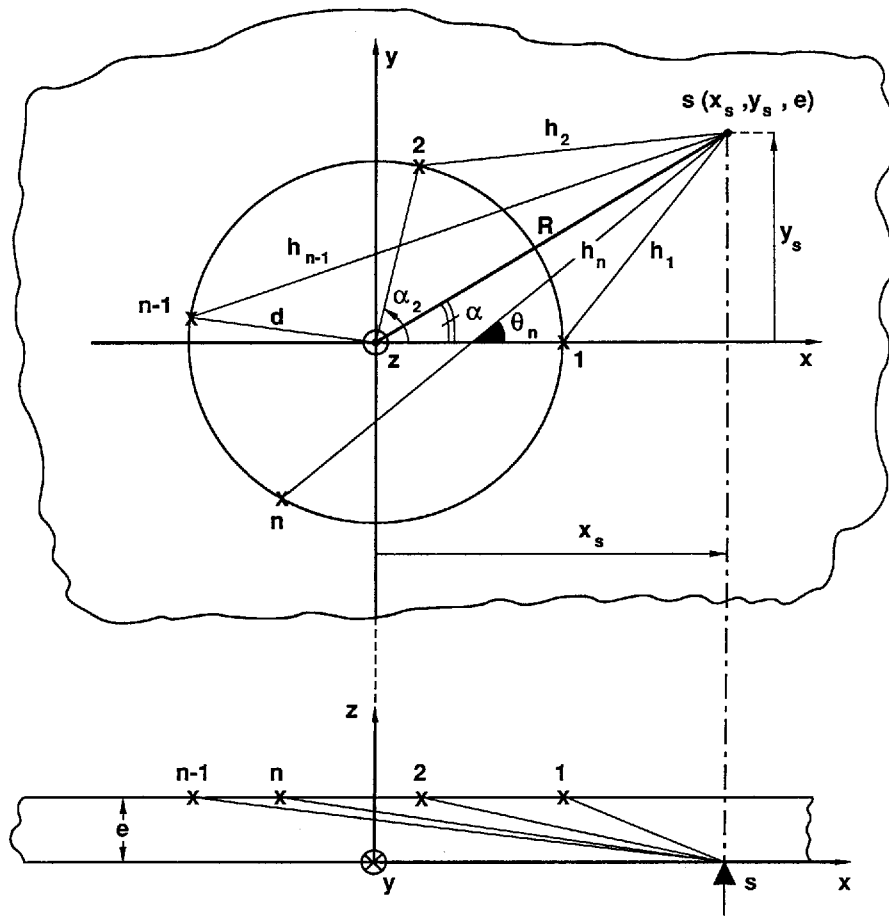
Note présentée par Michel COMBARNOUS.

accuracy of the algorithm is generally excellent, even with a weak number of sensors, as the coefficient of variation of the optimized coordinates is smaller than the amount of perturbation on the time of flight differences, at least inside of the array of sensors. The influence of the number of sensors is discussed in Table II. The analysis of some systematic errors on the stiffness constants is performed in Table III. It is shown that, on this particular example, these quantities have a slight influence on the precision of the location process.

Extensions of the present work are proposed to include non-principal planes in the description. This is a more difficult problem as analytical expressions for the slowness curves are no longer available. Nevertheless, this problem can be numerically solved by using a Jacobi method [12] which provide the eigenvalues of the propagation tensor. On the other hand, generalizations of the method to the full 3-D problem are possible, although the convergence seems generally to be more problematic. The new functional is complicated by the apparition of supplementary terms. Difficulties in the convergence are due to nonuniqueness of the solutions for some configurations source/sensors. Further work along that direction will be initiated in the future.

INTRODUCTION. — L'émission acoustique se rapporte à la génération d'ondes élastiques transitoires dues à une soudaine libération d'énergie de déformation au sein d'un matériau. La localisation de sources d'émission acoustique va intéresser à la fois le sismologue, le mécanicien de la rupture, et le spécialiste en Science des matériaux. En ce qui concerne la localisation d'épicentres de tremblements de terre, la propagation des ondes sismiques de volume s'effectue dans un milieu, considéré localement isotrope, avec gradients et discontinuités des propriétés mécaniques. La solution de tels problèmes fait appel à des méthodes analytiques complexes très particulières [1]. En Science des matériaux, les applications concernent le contrôle nondestructif pour des matériaux subissant des sollicitations mécaniques non élastiques. Dans ce cas, l'émission acoustique est directement liée à des transformations irréversibles subies par le matériau, telles que des mouvements de dislocation, l'initiation et la propagation de microfissures, ou des transformations de phase. Notons en outre, que des sources d'émission acoustique peuvent être générées à l'aide d'une source thermique. C'est le cas, par exemple, de l'interaction thermoélastique induite par laser Nd : YAG [2], ou par radiation synchrotron [3], ou bien encore par brusque refroidissement d'un défaut à la surface d'un matériau [4]. Pour un matériau isotrope et homogène, la localisation d'une source d'émission acoustique se fait par simple triangulation [5], et peut être étendue à diverses géométries [6]. Pour des problèmes analogues, des analyses statistiques furent mises en œuvre pour prédire les erreurs dues à des incertitudes sur la position des senseurs récepteurs [7], à l'adjonction de bruit [8]. Aussi, l'influence de la dispersion fut étudiée [9].

Il est toutefois remarquable de constater que peu d'attention fut dévolue au problème de la localisation de sources d'émission acoustique dans des matériaux anisotropes. Pourtant des applications potentielles existent en contrôle nondestructif de matériaux composites par exemple. La difficulté de ce problème tient au fait que l'anisotropie vient compliquer l'analyse vu que les différences en temps de transit ne sont plus liées à des différences de longueurs géométriques comme c'est le cas en milieu isotrope, mais à des différences de chemins acoustiques faisant intervenir l'indice de réfraction acoustique qui est une fonction de l'orientation.



MÉTHODE DE CALCUL. — La géométrie retenue, décrite sur la figure, consiste en un ensemble de n senseurs ($n \geq 3$) distribués sur un cercle centré à l'origine du référentiel, et de rayon d . Chaque senseur est repéré par sa coordonnée angulaire α_k ($k=1, \dots, n$) avec l'axe principal 1 du matériau. La source S de coordonnées cartésiennes X_s, Y_s se trouve sur la face opposée de la lame à faces parallèles considérée (Fig., b).

Pour une paire de senseurs (k, m), l'écart des temps de transit sur les trajets acoustiques des ondes quasilongitudinales source/senseur k , source/senseur m est fourni par l'expression :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta t_p(k, m) = e \left\{ \frac{1}{C_p(\theta_k)} \sqrt{1 + \left(\frac{h_k}{e}\right)^2} - \frac{1}{C_p(\theta_m)} \sqrt{1 + \left(\frac{h_m}{e}\right)^2} \right\} \\ k, m = 1, \dots, n; \quad m > k \end{array} \right.$$

avec :

$$h_m^2 = R^2 + d^2 - 2dX_s \cos \alpha_m - 2dY_s \sin \alpha_m, \quad h_k^2 = R^2 + d^2 - 2dX_s \cos \alpha_k - 2dY_s \sin \alpha_k$$

$$R^2 = X_s^2 + Y_s^2.$$

Il y a $N = C_n^2$ équations linéairement indépendantes du type (1). Cette équation est réarrangée, puis élevée successivement deux fois au carré pour aboutir au système d'équations quadratiques :

$$(2) \quad f(X_s, Y_s) = A_1 X_s^2 + A_2 Y_s^2 + A_3 X_s Y_s + A_4 X_s + A_5 Y_s + A_6 \simeq 0$$

avec :

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 4 d^2 \{ C_p^2(\theta_k) \cos \alpha_m - C_p^2(\theta_m) \cos \alpha_k \}^2 \\
 A_2 &= 4 d^2 \{ C_p^2(\theta_k) \sin \alpha_m - C_p^2(\theta_m) \sin \alpha_k \}^2 \\
 A_3 &= 8 d^2 \{ C_p^4(\theta_k) \cos \alpha_m \sin \alpha_m + C_p^4(\theta_m) \cos \alpha_k \sin \alpha_k - C_p^2(\theta_k) C_p^2(\theta_m) \sin(\alpha_m + \alpha_k) \} \\
 A_4 &= 4 d [K_{km}^2 \{ C_p^2(\theta_k) \cos \alpha_m + C_p^2(\theta_m) \cos \alpha_k \} \\
 &\quad + K_a \{ C_p^2(\theta_k) C_p^2(\theta_m) (\cos \alpha_m + \cos \alpha_k) - C_p^4(\theta_k) \cos \alpha_m - C_p^4(\theta_m) \cos \alpha_k \}] \\
 A_5 &= 4 d [K_{km}^2 \{ C_p^2(\theta_k) \sin \alpha_m + C_p^2(\theta_m) \sin \alpha_k \} \\
 &\quad + K_a \{ C_p^2(\theta_k) C_p^2(\theta_m) (\sin \alpha_m + \sin \alpha_k) - C_p^4(\theta_k) \sin \alpha_m - C_p^4(\theta_m) \sin \alpha_k \}] \\
 A_6 &= K_{km}^4 + K_a^2 \{ C_p^2(\theta_k) - C_p^2(\theta_m) \}^2 - 2 K_a K_{km}^2 \{ C_p^2(\theta_k) + C_p^2(\theta_m) \}
 \end{aligned}$$

ou : $K_{km} = \Delta t_p(k, m) C_p(\theta_k) C_p(\theta_m)$, $K_a = e^2 + R^2 + d^2$, $C_p(\theta_k)$ et $C_p(\theta_m)$ sont les vitesses de propagation des ondes quasi longitudinales le long des trajets acoustiques h_k et h_m qui font des angles θ_k et θ_m avec la direction principale 1. Par exemple, pour le plan (1,2) d'un solide à symétrie orthorhombique, ces vitesses sont fournies par l'expression [10] :

$$(3) \quad C_p(\theta) = \left\{ \frac{1}{2\rho} (A(\theta) + \sqrt{A(\theta)^2 - 4B(\theta)}) \right\}^{1/2}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 A(\theta) &= C_{11} \cos^2 \theta + C_{22} \sin^2 \theta + C_{66} \\
 B(\theta) &= (C_{11} \cos^2 \theta + C_{66} \sin^2 \theta)(C_{66} \cos^2 \theta + C_{22} \sin^2 \theta) - (C_{12} + C_{66})^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta
 \end{aligned}$$

ou :

$$(4) \quad \theta_i = \text{Arcos} \left[\frac{X_i - X_s}{\sqrt{(X_i - X_s)^2 + (Y_i - Y_s)^2}} \right]$$

pour laquelle X_i , Y_i sont les coordonnées cartésiennes des senseurs.

Il est à noter que le système d'équations non linéaires (2) est par nature transcendant puisque les coefficients $A_i (i=1, \dots, 6)$ sont reliés aux inconnues du problème X_s et Y_s par l'intermédiaire de fonctions circulaires directes et inverses [équations (3) et (4)]. Un tel problème n'admet pas de solution analytique et sera traité numériquement.

Pour ce faire, le système surdéterminé (2) est résolu à l'aide d'une méthode de Newton-Raphson modifiée ([11], [12]) pour laquelle les coefficients $A_i (i=1, \dots, 6)$ du système sont des champs scalaires. A chaque itération ces coefficients doivent être réévalués puisque reliés par l'intermédiaire des vitesses de propagation aux inconnues elles-mêmes.

RÉSULTATS NUMÉRIQUES. — Pour éprouver l'algorithme brièvement décrit, ainsi que certaines de ces variantes, plusieurs résultats obtenus par simulation numérique sont présentés ici. Les paramètres numériques utilisés, masse volumique et constantes élastiques furent choisis dans la littérature [13]. Pour simuler les erreurs aléatoires sur les mesures de temps de parcours, nous avons utilisé une procédure numérique de perturbation mettant en œuvre une fonction de densité quasi gaussienne.

Le tableau I regroupe des résultats caractéristiques en ce qui concerne l'influence de la position de la source. Intuitivement, on conçoit aisément que la convergence soit meilleure lorsque la source est voisine des senseurs ce qui est clairement confirmé par la simulation. En effet, on observe une plus grande difficulté dans la convergence lorsque la source est éloignée des senseurs, ce qui est attesté par l'augmentation du nombre d'itérations. On peut aussi noter que la précision est excellente, même dans ce cas qui n'utilise que quatre

TABLEAU I

Convergence de l'algorithme en fonction de la position de la source.
Le nombre entre parenthèses est le nombre moyen d'itérations.

*Algorithm convergence for various source locations.
The number between parenthesis is the number of iterations.*

		\bar{X}	σ_x	$C_x = (\sigma_x/\bar{X})$ (%)
R = 5,00 cm (3)	R	5,010	0,044	0,88
	α	44,891	0,308	0,67
R = 10,00 cm (12)	R	9,968	0,121	1,21
	α	44,870	0,552	1,23
R = 20,00 cm (30)	R	20,114	0,987	4,91
	α	44,891	0,528	1,18

TABLEAU II

Convergence de l'algorithme en fonction du nombre de senseurs.

Algorithm convergence for different numbers of sensors.

		\bar{X}	σ_x	$C_x = (\sigma_x/\bar{X})$ (%)
n = 4	R	5,010	0,044	0,88
	α	44,891	0,308	0,67
n = 8	R	4,997	0,013	0,26
	α	45,013	0,228	0,51
n = 16	R	5,004	0,008	0,16
	α	45,030	0,073	0,16

TABLEAU III

Influence d'erreurs systématiques sur les constantes élastiques sur la convergence de l'algorithme.

Influence of systematic errors on stiffness coefficients on algorithm convergence.

	$\Delta R/R$ (%)	$\Delta\alpha/\alpha$ (%)
C_{11} :		
+10%	+1,78	-3,06
-10%	-1,55	+3,32
C_{22} :		
+10%	+2,52	+3,71
-10%	-1,79	-4,68
C_{12} :		
+10%	+0,87	-0,75
-10%	-0,86	+0,77
C_{66} :		
+10%	+2,21	-1,80
-10%	-2,22	+2,05

enseurs, puisque les coefficients de variation pour les coordonnées de la source sont inférieurs à l'amplitude de la perturbation sur les temps de transit, en ce qui concerne tout du moins les résultats obtenus à l'intérieur du cercle des senseurs.

Le tableau II présente quelques résultats illustrant l'influence du nombre de senseurs sur la précision de l'optimisation. L'amélioration est nette et paraît meilleure que la traditionnelle relation en racine carrée du nombre de senseurs.

Le tableau III discute l'influence d'erreurs systématiques, cette fois, sur les constantes élastiques. Il est à noter que cette influence apparaît modeste, et le plus souvent négligeable. Toutefois, C_{11} et surtout C_{22} font généralement exception, et cela est directement relié aux valeurs plus importantes de ces deux constantes élastiques, qui ont de façon évidente le plus de poids pour le calcul des vitesses de propagation.

DISCUSSION ET CONCLUSION. — L'algorithme présenté résout de façon efficace le problème de localisation d'une source ponctuelle d'émission acoustique dans un solide

anisotrope. Par permutations circulaires sur les constantes élastiques, la méthode se généralise aisément aux deux autres plans principaux de la symétrie orthorhombique, ainsi qu'à d'autres systèmes de symétrie. L'extension à des plans non principaux ne présente pas de difficulté insurmontable tant que numériquement les valeurs propres du tenseur de propagation peuvent être calculées. Cette procédure numérique supplémentaire est réalisée par une méthode de Jacobi [12]. Par ailleurs, le problème à trois dimensions peut être traité par une méthode numérique analogue. Certaines différences majeures, toutefois existent. Par exemple, la nouvelle fonctionnelle compliquée par apparition de termes de degré huit possède des singularités pour certaines dispositions relatives des senseurs par rapport à la source. De plus, la convergence des données simulées en présence de bruit est généralement difficile. Pourtant, des améliorations sont possibles. L'ensemble de ces développements seront traités dans de futurs articles.

PARAMÈTRES DE LA SIMULATION NUMÉRIQUE.

Distance : Rayon du cercle sur lequel sont disposés les senseurs ($d = 10,00$ cm).

Rayon : Rayon vecteur de la position, en coordonnées polaires, de la source ($R =$ variable pour le tableau I, $= 5,00$ cm pour les tableaux II et III).

Alpha : Angle avec la direction principale 1, en coordonnées polaires, de la source ($\alpha = 45^\circ$).

Épais : Épaisseur de la lame à faces parallèles ($e = 1,00$ cm).

Nombre : Nombre de senseurs ($n = 4$ pour le tableau I, variable pour le tableau II, $= 5$ pour le tableau III).

Pert : Étendue de la perturbation apportée sur les différences en temps de transit ($\text{pert} = 2\%$ pour les tableaux I et II, 0% pour le tableau III).

Rho : Masse volumique du matériau ($\rho = 2,108$ g/cm³).

C_{11} : Constante élastique du matériau ($C_{11} = 26,3$ GPa).

C_{22} : Constante élastique du matériau ($C_{22} = 65,5$ GPa).

C_{12} : Constante élastique du matériau ($C_{12} = 9,58$ GPa).

C_{66} : Constante élastique du matériau ($C_{66} = 10,5$ GPa).

Note reçue le 27 juin 1988, acceptée le 26 août 1988.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] K. AKI et P. G. RICHARDS, *Quantitative Seismology*, vol. 1, W. H. Freeman and Co., San Francisco, 1980, p. 383-477.
- [2] C. B. SCRUBY, R. J. DEWHURST, D. A. HUTCHINS et S. B. PALMER, *Laser generation of ultrasound in metals*, dans *Research Techniques in Nondestructive Testing*, vol. 5, R. S. SHARPE éd., Academic Press, New York, 1982, p. 281-327.
- [3] B. CASTAGNEDE et W. SACHSE, *C.R. Acad. Sci. Paris* (à paraître).
- [4] K. Y. KIM et W. SACHSE, *Int. J. Fract.*, 31, 1986, p. 211-231.
- [5] A. TOBIAS, *Nondestructive Testing Int.*, 10, 1976, p. 9-12.
- [6] M. ASTY, *Nondestructive Testing Int.*, 12, 1978, p. 223-226.
- [7] G. C. CARTER, *J. Acoust. Soc. Am.*, 65, (2), 1979, p. 528-531.
- [8] C. S. CLAY, M. J. HINICH et P. SHAMAN, *J. Acous. Soc. Am.*, 53, (4) 1973, p. 1161-1166.
- [9] C. S. CLAY et M. J. HINICH, *J. Acous. Soc. Am.*, 47, (2), 1970, p. 435-440.
- [10] B. A. AULD, *Acoustic Fields and Waves in Solids*, Vol. 1, Wiley and Sons, New York 1973.
- [11] B. HOSTEN et B. CASTAGNEDE, *C.R. Acad. Sci. Paris*, 296, série II, 1983, p. 297-300.
- [12] P. G. CIARLET, *Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation*, Masson, Paris, 1982, p. 167-207.
- [13] B. CASTAGNEDE, Mesures des constantes élastiques de solides anisotropes par une méthode ultrasonore, *Thèse de spécialité*, Univ. de Bordeaux-I, # 2001, 1984.

*Department of Theoretical and Applied Mechanics,
Thurston Hall, Cornell University, Ithaca, New York 14853 U.S.A.*