Méthodes bayésiennes pour la séparation d'ondes appliquées à la propagation acoustique dans les matériaux complexes

Aurélien Roux[1], Laurent Simon[1], Jérôme Idier[2], Claude Depollier[1], Catherine Potel[1]
[1] *Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM), UMR CNRS 6613*
Av. Olivier Messiaen, 72085 Le Mans Cédex 9, France, Aurelien.Roux@univ-lemans.fr, Laurent.Simon@univ-lemans.fr
[2] *Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCyN), UMR CNRS 6597*
BP92101, 1 rue de la Noë, 44321 Nantes Cédex 3, France

Résumé

Dans cet article, l'utilisation de méthodes bayésiennes pour la déconvolution de signaux ultrasonores issus de l'Évaluation et le Contrôle Non-Destructifs de matériaux est proposée. Ces méthodes permettent l'introduction d'*a priori* physiques dans le traitement des signaux expérimentaux. Deux méthodes sont présentées : le filtrage de Wiener et une adaptation de ce filtre, qui permet de prendre en compte le caractère contrasté des données expérimentales en Évaluation et Contrôle Non-Destructifs de matériaux par ultrasons. Des perspectives de séparation et d'identification des différents échos constituant les signaux expérimentaux sont dégagées.

Introduction

L'Évaluation et le Contrôle Non-Destructifs (E/CND) des matériaux par ultrasons sont souvent basés sur l'estimation des vitesses de phase via les temps de vol des différentes ondes se propageant dans le matériau suite à une insonification ultrasonore. Les signaux d'excitation traditionnellement utilisés sont à bande étroite et à support temporel court (type *tone-burst*), et les traitements associés sont de type spectroscopie interférométrique (intercorrélation des signaux d'entrée/sortie, par exemple). Si elles ont largement fait leurs preuves, ces méthodes présentent cependant des limites lorsque les échos correspondant aux différents modes de propagation se recouvrent temporellement et/ou lorsque le milieu ou les ondes sont fortement dispersifs.
Le propos de cet article est d'offrir une analyse alternative, basée sur l'usage de signaux de type *chirps* associés à des traitements reposant sur une description statistique des trains d'échos à séparer, cette description statistique permettant d'inclure des connaissances *a priori* sur le signal, issues de considérations physiques.

Modélisation du problème

L'insonification d'un matériau en vue du contrôle par ultrasons s'effectue souvent via un milieu couplant fluide, comme l'eau. Cette insonification engendre des mécanismes de propagation acoustique dans le matériau qui génèrent eux-mêmes des ondes acoustiques dans le milieu couplant (ou le milieu extérieur) de part et d'autre du matériau (réflexion et transmission). L'analyse des données expérimentales en réflexion ou en transmission (Figure 1) permet alors de déterminer diverses propriétés du matériau (constantes visco-élastiques, présence et identification de défauts). Dans la modélisation présentée

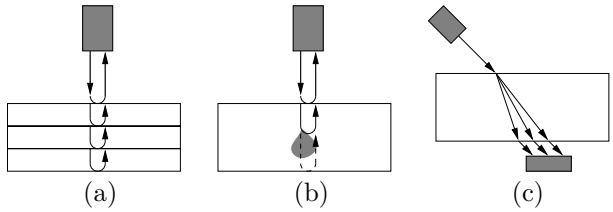

Fig. 1: Protocoles d'Évaluation et de Contrôle Non-Destructifs. (a) Contrôle d'un multicouche. (b) Présence de défaut. (c) Évaluation d'un matériau.

ici, chaque interface, chaque défaut ou diffuseur, chaque mode est considéré comme une séquence temporelle $r_k\mathbf{h}_k$, où $\mathbf{h}_k$ est un modèle d'*ondelette* représentatif des formes d'ondes susceptibles d'être présentes dans les signaux de mesure (réflexion aux interfaces, réflexion et/ou diffusion sur un défaut, modes de propagation), et r_k est une pondération modélisant l'atténuation et les éventuelles oppositions de phase lors des différents trajets dans le matériau et des réflexions aux interfaces ou sur des défauts. Dans le cadre du *CND*, r_k est nommé *séquence de réflexion*.
Le signal expérimental $\mathbf{z}$ de dimension M est donc modélisé comme la superposition des différentes contributions (modes, échos aux interfaces, défauts...), additionnée d'un bruit de mesure $\mathbf{n}$:

$$\mathbf{z} = \sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{h}_k r_k + \mathbf{n} = \mathbf{H}\mathbf{r} + \mathbf{n}\,, \qquad (1)$$

où $\mathbf{H}$ est une approximation circulante de l'ondelette $\mathbf{h}$, $\mathbf{n}$ est un bruit gaussien centré (sa matrice de covariance $\mathbf{C}$ est donc diagonale).

On peut résumer cette modélisation par le synoptique présentée en figure 2.

Moindres carrés pénalisés (*MCP*)

Principe

La problématique d'*E/CND* peut être considérée comme un *problème inverse*, notion intimement liée à celle de

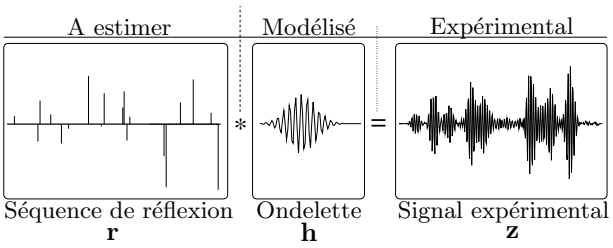

Fig. 2: Synoptique de modélisation du signal expérimental. La séquence de réflexion est le signal qu'on cherche à identifier et sur lequel on fait des *a priori*. L'*ondelette* correspond à la signature temporelle du transducteur et d'*un* trajet dans le matériau. Le signal expérimental est le signal mesuré en sortie du matériau (transmission ou réflexion), qu'il soit obtenu à partir d'une simulation ou d'une mesure.

problème mal posé [1].
En effet, la nature même d'un problème inverse ne garantit pas de satisfaire les 3 conditions posées par Hadamard [2] pour définir un problème bien posé[1] :
- pour chaque donnée z, une solution r existe (*existence*),
- la solution r est unique (*unicité*),
- la dépendance de r par rapport à z est continue (continuité).

Dans le cas de l'équation (1), une estimation $\hat{\mathbf{r}}$ de $\mathbf{r}$ peut être obtenue par minimisation d'un critère au sens des moindres carrés (ou de toute autre norme) :

$$\hat{\mathbf{r}} = \arg\min_{\mathbf{r}} ||\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{r}||^2 \,. \tag{2}$$

Cette solution, équivalente à une intercorrélation [3], n'est pas nécessairement unique et ne satisfait pas forcément la condition de continuité. Elle peut donc mener à une estimation fortement biaisée et à grande variance (Figure 3).

Le principe de la pénalisation est d'ajouter une fonction $f(\mathbf{r})$, dite de pénalisation, au critère à minimiser, J,

$$J = ||\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{r}||^2 + \alpha f(\mathbf{r}) \,, \tag{3}$$

où α est le taux de pénalisation, ou paramètre de régularisation, qui définit l'importance de la fonction de pénalisation dans le critère à minimiser.
Cette fonction $f(\mathbf{r})$ doit être choisie de manière à pénaliser (c'est-à-dire prendre de grandes valeurs) les solutions ne correspondant pas aux *a priori* physiques du problème, et à ne pas pénaliser (ou très faiblement) les solutions satisfaisant ces *a priori*.
Il s'agit finalement d'établir un modèle de signal pour $\mathbf{r}$, et d'évincer les estimations s'écartant de ce modèle pour ne garder que celles qui paraissent physiquement viables ; ce faisant, on réduit l'*espace des probables* de $\mathbf{r}$:

$$\hat{\mathbf{r}} = \arg\min_{\mathbf{r}} \big(||\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{r}||^2 + \alpha f(\mathbf{r})\big) \,. \tag{4}$$

Si de nombreuses classes de fonctions de pénalisation peuvent être utilisées, il est habituel de privilégier les fonctions convexes (et *a fortiori* quadratiques) qui présentent l'avantage d'assurer l'unicité de solution [3].

[1] pour le cas simple d'un problème défini par $z(t) = h(t) * r(t)$.

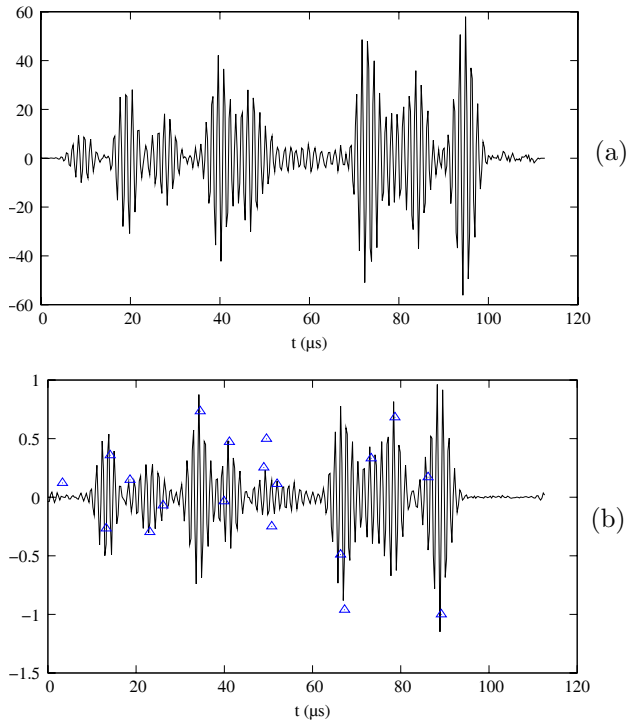

Fig. 3: Estimation de la séquence de réflexion $\mathbf{r}$ par minimisation d'un critère de moindres carrés. (a) Signal expérimental $\mathbf{z}$. (b) Séquence impulsionnelle estimée $\hat{\mathbf{r}}$ (—) - Séquence impulsionnelle théorique (△).

Filtrage de Wiener

Le filtre de Wiener est l'opérateur G qui, associé à un jeu de données expérimentales $y = Ax$ donne la meilleure estimée de x au sens du maximum de vraisemblance *a posteriori*[2] [1] :

$$\hat{x} = Gy \,. \tag{5}$$

On choisit d'utiliser ce filtre pour la minimisation d'un critère avec pénalisation par une fonction quadratique.

L'usage de la pénalisation quadratique est particulièrement confortable, car toute fonction quadratique est convexe et continue. En particulier, les solutions minimisant ce genre de critère sont très simples à calculer. Dans le cadre de la modélisation présentée dans la première partie, le critère à minimiser s'écrit :

$$J = ||\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{r}||^2 + \sum_{k=0}^{M-1} |r_k|^2 \,, \tag{6}$$

et la solution de Hunt [4] est :

$$\hat{\mathbf{r}} = \mathrm{TF}^{-1}\Big[\frac{\tilde{\mathbf{z}}\tilde{\mathbf{h}}^*}{||\tilde{\mathbf{h}}||^2 + \alpha}\Big] \,, \tag{7}$$

où $\tilde{\mathbf{a}}$ est la Transformée de Fourier Discrète de $\mathbf{a}$.

On s'aperçoit cependant (4) que la régularisation quadratique a tendance à lisser la solution, à la manière d'un

[2] $G = C_x A^*(AC_xA^* + C_b)^{-1}$, $C_{x,b}$ sont, respectivement, les matrices de covariance du signal x et du bruit b, A^* désigne l'opérateur adjoint de A.

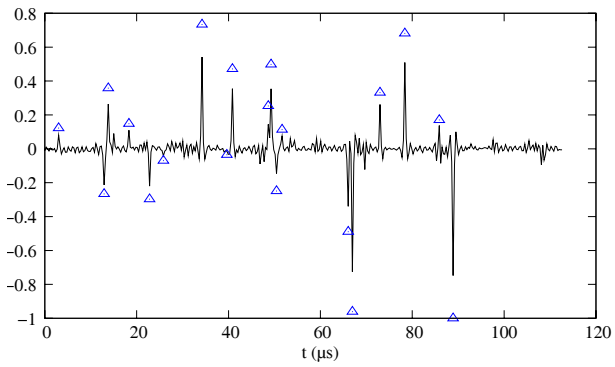

Fig. 4: Déconvolution par filtrage de Wiener avec pénalisation quadratique pour le jeu de données expérimentales de la figure 3 (a). Séquence déconvoluée (—) - Séquence théorique (△)

filtre moyenneur, alors que les solutions recherchées dans le contexte *E/CND* sont plutôt de type impulsionnel.

Filtrage adapté à des données fortement contrastées

En *E/CND*, les séquences de réflexion à estimer sont nécessairement des séquences *contrastées* (voir figure 2). Il s'agit donc d'un problème de *déconvolution impulsionnelle*, procédure pour laquelle le filtre de Wiener est peu adapté [1, 8].

Différentes méthodes existent pour déconvoluer des séquences impulsionnelles, notamment la déconvolution Bernoulli-Gaussienne (*BG*), également nommée *sparse-deconvolution*, dans laquelle la séquence de réflexion est modélisée comme un processus Bernoulli-Gaussien [5] ou également la déconvolution L_1, qui fait l'hypothèse que les amplitudes de la séquence de réflexion sont distribuées exponentiellement [6].

Le choix s'est porté ici sur un algorithme dérivant du filtrage de Wiener. En effet, ce type d'algorithme est très robuste à des incertitudes dans la modélisation de l'ondelette $\mathbf{h}$ [7].
L'algorithme est adaptatif, les variances individuelles du vecteur $\mathbf{r}$ (soit les éléments $(s_0^2\, s_1^2\, \ldots\, s_{M-1}^2)$ de la diagonale de la matrice de covariance $\mathbf{C}_r$ de $\mathbf{r}$) étant adaptées à chaque itération, de manière à autoriser des solutions contrastées.
La solution doit alors minimiser le critère [8]

$$J = \underbrace{\frac{1}{2}(\mathbf{z}-\mathbf{H}\mathbf{r})^T\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{z}-\mathbf{H}\mathbf{r})}_{\mathcal{A}} + \underbrace{\frac{1}{2}\mathbf{r}^T\mathbf{C}_r^{-1}\mathbf{r}}_{\mathcal{B}}, \qquad (8)$$

par rapport à $\mathbf{r}$ et à la séquence des variances individuelles $(s_0^2\, s_1^2\, \ldots\, s_{M-1}^2)$.

La partie $\mathcal{A}$ consiste à minimiser l'énergie du signal d'erreur entre l'estimation et le jeu de données expérimentales. Cette minimisation assure la plus grande fidélité aux données, mais qu'elle n'est pas suffisante, notamment lorsque les signaux sont bruités, puisque les composantes du bruit, en particulier en dehors de la bande utile, sont alors également reconstruites [1].

La partie $\mathcal{B}$ assure, quant à elle, le caractère fortement contrasté des solutions trouvées, à travers l'adaptation des variances individuelles.

Deux contraintes (énergétique et de contraste) doivent également être appliquées à l'algorithme, afin d'éviter les solutions dégénérées [8].

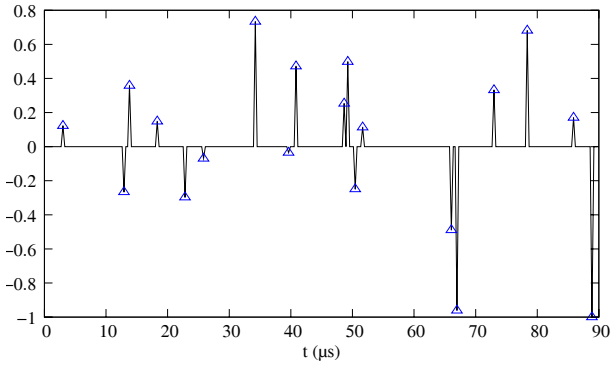

Fig. 5: Déconvolution par filtrage de Wiener adaptée aux données contrastées pour le jeu de données expérimentales de la figure 3 (a). Séquence déconvoluée (—) - Séquence théorique (△).

Comme indiqué en figure 5, la reconstruction de la séquence est excellente.

Robustesse - Choix du signal d'excitation

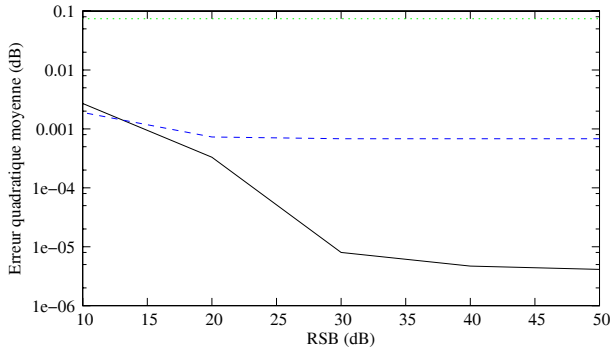

Fig. 6: Erreur quadratique moyenne après seuillage en fonction du *RSB*. Filtre adapté aux données contrastées (—) - Filtrage de Wiener (- -) - Moindres carrés non pénalisés (· · ·).

La figure 6 illustre la robustesse des deux filtres aux faibles Rapport Signal sur Bruits (*RSB*). Elle représente l'erreur quadratique moyenne entre la séquence théorique et les séquences estimées. Comme attendu, le filtrage adapté aux données contrastées fournit de meilleures performances que le filtrage de Wiener.

Cependant, la robustesse aux faibles *RSB* n'est pas suffisante pour réaliser une déconvolution convenable en terme de contrôle. En effet, le principe même de la déconvolution, telle qu'elle est présentée dans ce papier, nécessite la connaissance *a priori* de l'*ondelette* $\mathbf{h}$.

En pratique, cette *ondelette* peut être obtenue de plusieurs manières [1, 8] (matériau test, échos suffisamment éloignés, déconvolution aveugle), mais dans tous les cas une incertitude notable sur la forme exacte de l'*ondelette* persiste. Une bonne méthode consiste alors à obtenir une *ondelette moyenne*, résultat de plusieurs réalisations, et de prendre en compte l'erreur induite à ce niveau. Pour ce faire, la déconvolution doit être robuste aux variations de forme de l'*ondelette*.

D'autre part, l'*ondelette* $\mathbf{h}$, telle qu'elle est définie dans ce document, est le résultat d'une convolution entre la réponse impulsionnelle $\mathbf{g}$ d'*un trajet* dans le matériau et le signal acoustique en sortie du transducteur émetteur $\mathbf{e}$,

$$\mathbf{h} = \mathbf{g} * \mathbf{e}\,. \tag{9}$$

Si N_e et N_g sont, respectivement, les supports temporels du signal d'excitation et de la réponse impulsionnelle d'un trajet dans le matériau, le produit de convolution (l'*ondelette*) de ces deux quantités sera de dimension $N_h = N_e + N_g - 1$. La variation relative de l'*ondelette* est donc d'autant moins importante et marquée que le signal d'excitation est long. L'utilisation de *chirps* (signal sinusoïdal modulé en amplitude et en phase) de longue durée en tant que signal d'excitation présente ici tout son intérêt. En outre, ce type de signal présente l'avantage de pouvoir balayer une bande fréquentielle élargie.

L'usage de signaux d'excitation de longue durée entraîne une forte superposition temporelle des divers échos et/ou modes, mais c'est justement le propre de la déconvolution impulsionnelle que d'identifier un train d'impulsions à partir d'une superposition d'échos [1].

Application à des signaux d'*E/CND*

La méthode est appliquée à des signaux simulés en ondes planes [9].

La figure 7 illustre la performance de ce type de déconvolution appliquée à des signaux expérimentaux. Si certains échos ne sont pas reconstruits, cela est dû au seuillage qui est appliqué en fin de chaîne (avec un seuil de 0.0005) afin de présenter la séquence déconvoluée sous une forme impulsionnelle.
Ce seuillage est réalisé de manière automatique, et il est donc possible de manière très simple d'estimer les temps de vol des différentes contributions à partir de la séquence déconvoluée.

Conclusion et perspectives

Les méthodes bayésiennes de déconvolution ont donc un fort potentiel en terme de reconstruction d'échos, en particulier lorsque les signaux d'entrée sont des *chirps*.

La méthode est en cours d'adaptation aux signaux de mesure en incidence oblique.

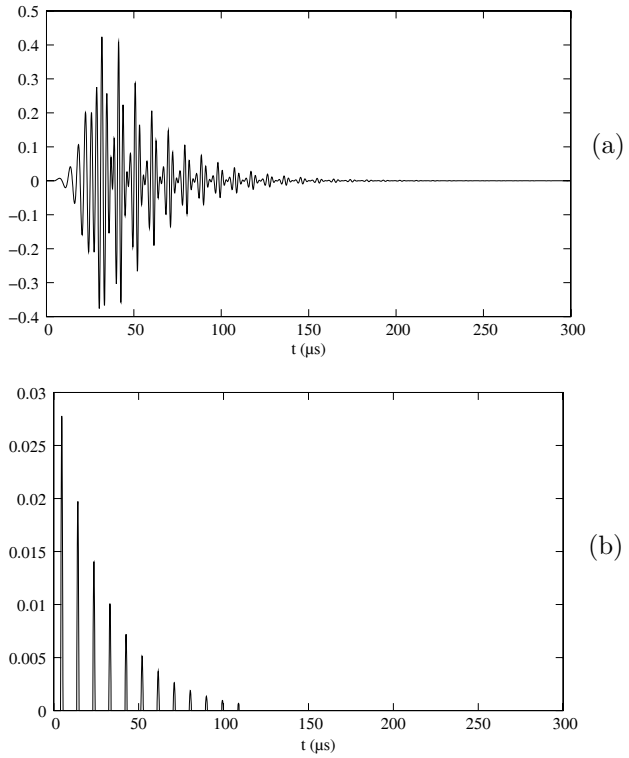

Fig. 7: Déconvolution impulsionnelle d'un signal expérimental de *CND* par filtrage de Wiener adapté aux données contrastées puis seuillage à 0.0005. (a) Signal expérimental $\mathbf{z}$ (b) Séquence déconvoluée $\hat{\mathbf{r}}$.

Références

[1] J. Idier. Approche bayésienne pour les problèmes inverses. Lavoisier, Paris, 2001

[2] J. Hadamard. Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. Princeton Univ. Bull., 13, 1901

[3] J. Idier. *Estimation de retard - Aspects méthodologiques*. Journée "Estimation de retard en acoustique", SFA, Tours, 2005

[4] B.R. Hunt. "The application of constraint least squares estimation to image restoration by digital computer". IEEE Trans. Communications **C-22** (1973), 805-812

[5] J. Mendel. "Optimal Seismic Deconvolution : an Estimation Based Approach". Academic Press, New York (1983)

[6] T. Pham, R. de Figueiredo. "Maximum likelihood estimation of a class of non-Gaussian densities with application to L_p deconvolution". IEEE Trans. Signal Proc. **73** (1989)

[7] A. Walden. "Robust Deconvolution by modified Wiener filtering". Geophysics **53 (2)** (1988), 186

[8] T. Olofsson. "Semi-sparse deconvolution robust to uncertainties in the impulse responses". Ultrasonics **42** (2004), 969-975

[9] C. Potel. "Floquet waves and classical plane waves in an anisotropic periodically multilayered medium ; application to the validity domain of homogenization". J. Acoust. Soc. Am, **97 (5)** (1995), 2815-2825