

Chapitre 1. OUTILS MATHÉMATIQUES : VECTEURS ET REPERES DE L'ESPACE

I	VECTEURS LIBRES, ORIENTATION DE L'ESPACE.....	1.1
1	Vecteurs liés - Vecteurs libres	1.1
2	Éléments caractéristiques d'un vecteur libre.....	1.1
3	Vecteurs glissants ou glisseurs	1.2
4	Orientation de l'espace.....	1.2
II	BASES ET COMPOSANTES D'UN VECTEUR.....	1.4
1	Base orthonormée directe	1.4
2	Repère orthonormé direct	1.4
3	Coordonnées d'un point - composantes d'un vecteur.....	1.5
III	CALCUL VECTORIEL.....	1.5
1	Produit scalaire de deux vecteurs	1.5
a)	Propriétés du produit scalaire	1.5
b)	Utilisation des composantes.....	1.6
2	Produit vectoriel de deux vecteurs.....	1.6
a)	Propriétés du produit vectoriel.....	1.6
b)	Utilisation des composantes.....	1.7
IV	REPERES DANS L'ESPACE PHYSIQUE.....	1.7
1	Repère cartésien. Coordonnées cartésiennes	1.7
2	Coordonnées cylindriques	1.7
a)	Coordonnées polaires dans le plan	1.7
b)	Coordonnées cylindriques	1.8
c)	Relations avec les coordonnées cartésiennes.....	1.9
3	Coordonnées sphériques.....	1.10
4	En résumé	1.12

Chapitre 2. CINÉMATIQUE DU POINT

I	GENERALITES.....	2.1
1	Définition et but de la cinématique.....	2.1
2	Vecteurs vitesse et accélération d'un point par rapport à un repère.....	2.1
a)	Point mobile par rapport à un repère	2.1
b)	Vecteur vitesse.....	2.1
c)	Vecteur accélération	2.2
II	POINT MOBILE SUR UNE DROITE	2.3
1	Etude générale	2.3
2	Mouvement rectiligne à vitesse constante	2.4
3	Mouvement rectiligne à accélération constante.....	2.5
III	BASE MOBILE.....	2.6
1	Base \mathcal{B}_2 mobile par rapport à une base \mathcal{B}_1	2.6
2	Vecteur rotation (instantané) associé au mouvement de \mathcal{B}_2 par rapport à \mathcal{B}_1	2.7
a)	Cas particulier important	2.7
b)	Cas général	2.8
3	Dérivée d'une fonction vectorielle par rapport à des bases mobiles entre elles.....	2.11

4	Composition des rotations	2.13
5	Cas particuliers importants : base locale des coordonnées cylindriques et des coordonnées sphériques mobiles par rapport à une base fixe.....	2.14
a)	Coordonnées cylindriques	2.14
b)	Coordonnées sphériques.....	2.14
IV	BASE DE PROJECTION - BASE DE DERIVATION	2.15
1	Définitions	2.15
2	Méthode à employer	2.15
3	Exemple : Point mobile sur un cerceau de rayon R constant.....	2.16
4	Point mobile dans un plan	2.17
a)	Composantes du vecteur vitesse en coordonnées polaires.....	2.18
b)	Composantes du vecteur accélération en coordonnées polaires	2.19
V	COMPOSITION DES MOUVEMENTS.....	2.20
1	Repère mobile.....	2.20
a)	Point lié à un repère donné	2.21
b)	Point coïncident	2.23
2	Composition des vitesses.....	2.24
a)	Première méthode : méthode vectorielle.....	2.24
b)	Deuxième méthode : utilisation des coordonnées.....	2.26
3	Composition des accélérations	2.27
a)	Première méthode : utilisation des coordonnées.....	2.27
b)	Deuxième méthode : méthode vectorielle.....	2.28
4	Exemple de calculs	2.29
ANNEXE 2A. DERIVEE D'UNE FONCTION VECTORIELLE D'UNE VARIABLE REELLE. DERIVEE D'UNE FONCTION VECTORIELLE DU TEMPS	2.33	
2A.1 DERIVEE D'UNE FONCTION VECTORIELLE D'UNE VARIABLE REELLE.....	2.34	
2A.1.1	Fonction vectorielle d'une variable réelle	2.34
2A.1.2	Dérivée d'une fonction vectorielle.....	2.34
2A.1.2.1	Composantes cartésiennes de la dérivée.....	2.35
2A.1.2.2	Règles opératoires de la dérivation.....	2.35
2A.1.3	Dérivée de fonctions vectorielles particulières.....	2.36
2A.1.3.1	Fonction vectorielle de direction constante	2.36
2A.1.3.2	Fonction vectorielle de module constant	2.36
2A.1.3.3	Vecteur unitaire dans un plan orienté	2.37
2A.2 DERIVEE D'UNE FONCTION VECTORIELLE DU TEMPS.....	2.37	
2A.2.1	Fonction vectorielle du temps.....	2.37
2A.2.1.1	Définition.....	2.37
2A.2.1.2	Unité de temps	2.38
2A.2.2	Dérivée d'une fonction vectorielle du temps	2.38
2A.2.2.1	Dérivation directe	2.38
2A.2.2.2	Dérivation composée	2.38
2A.2.3	Exemple important : vecteur de norme constante.....	2.39
ANNEXE 2B. NOTION DE DIFFERENTIELLE ET D'ACCROISSEMENT DE FONCTION.....	2.40	
Fonction réelle d'une variable réelle.....	2.41	
Fonction vectorielle d'une variable réelle.....	2.42	
Fonction réelle de 2 variables.....	2.42	

Chapitre 3. LES FORCES : LOIS PHYSIQUES

I	ACTIONS SUR UN SYSTEME MECANIQUE	3.1
1	Divers types d'actions	3.1
2	Dimension physique d'une force	3.2
a)	Equations aux dimensions	3.2
b)	Paramètres sans dimension	3.4
c)	Dimension d'une force - Unité de force	3.4
II	MODELISATION DES EFFORTS MECANIQUES	3.5
1	Insuffisance des vecteurs libres en mécanique	3.5
2	Moment d'un glisseur en un point - notion de couple	3.6
3	Représentation mathématique d'un action mécanique	3.7
III	EXEMPLES DE LOIS DE FORCES	3.9
1.	Forces dues à la déformation des corps	3.9
2.	Interaction de gravitation	3.10
3.	Attraction de la Terre. Champ de la pesanteur	3.11
a)	Champ de gravitation dû à un objet de volume \mathcal{V}	3.11
b)	Champ de la pesanteur	3.12
4.	Action de contact	3.14
a)	Point mobile sur une surface	3.14
b)	Point mobile sur une courbe	3.16

Chapitre 4. DYNAMIQUE DU POINT MATERIEL

I	PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE POUR LE POINT MATERIEL	4.1
1.	Enoncé du principe	4.1
a)	Forces appliquées	4.1
b)	Repères galiléens	4.1
c)	Enoncé du Principe Fondamental	4.2
2.	Retour sur les repères galiléens, invariance galiléenne	4.3
3.	Principe de l'action-réaction	4.5
4.	Principe fondamental de la statique	4.6
a)	Repos et équilibre	4.6
b)	Enoncé du principe	4.7
II	EXEMPLES DE MOUVEMENTS RECTILIGNES	4.8
1.	Mouvement vertical du point pesant	4.8
a)	Mouvement vertical du point pesant dans le vide	4.8
b)	Mouvement vertical du point pesant dans l'eau	4.9
2.	Chute d'un corps avec résistance de l'air	4.9
a)	Résolution de l'équation du mouvement	4.10
b)	Etude de la vitesse	4.12
c)	Lien avec la chute dans le vide	4.12
3.	Chute d'un point matériel glissant sur un plan incliné	4.13
a)	Contact sans frottement	4.13
b)	Contact avec frottement	4.14
III	LE PENDULE CIRCULAIRE	4.17
1.	Equation du mouvement	4.17
2.	Utilisation des moments	4.18
IV	MOUVEMENT DU PROJECTILE TERRESTRE	4.20

1.	Equations du mouvement	4.20
2.	Intégration des équations du mouvement	4.20
3.	Etude de la trajectoire	4.21
V	LE PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE DANS LES REPERES NON GALILEENS	4.23
1.	Retour sur la composition des mouvements	4.23
2.	Forces fictives ou forces d'inertie	4.24
3.	Exemple : équilibre relatif	4.25

Chapitre 5. L'ENERGIE EN MECANIQUE DU POINT MATERIEL

I	PUISSANCE D'UNE FORCE	5.1
1	Puissance et travail élémentaire d'une force	5.1
a)	Puissance	5.1
b)	Travail élémentaire	5.1
2.	Travail d'une force	5.2
3.	Unités	5.3
II	CAS PARTICULIER DU CHAMP DE FORCES A POTENTIEL	5.4
1.	Potentiel et énergie potentielle	5.4
a)	Potentiel (exemples)	5.4
b)	Energie potentielle (exemple)	5.4
2.	Champ de forces	5.5
3.	Fonction de force	5.5
4.	Energie potentielle	5.6
a)	Exemples	5.6
b)	Variations de l'énergie potentielle	5.7
c)	Remarque sur la terminologie	5.7
5.	Puissance et travail élémentaire	5.8
6.	Exemples de calcul d'énergie potentielle pour deux champs de force dérivant d'un potentiel	5.9
a)	Préliminaire	5.9
b)	Attraction proportionnelle à la distance (ressort)	5.10
c)	Champ de la pesanteur	5.11
III	ENERGIE CINETIQUE	5.12
1	Définition	5.12
2	Théorème de l'énergie cinétique	5.12
3.	Exemples	5.13
a)	Chute d'un point matériel glissant sur un plan incliné (contact sans frottements)	5.13
b)	Le projectile terrestre	5.14
IV	ENERGIE MECANIQUE	5.16
1.	Exemple du pendule circulaire (sans frottements)	5.16
2.	Généralisation	5.19
a)	Système conservatif	5.19
b)	Exemples de systèmes conservatifs	5.19
c)	Energie mécanique	5.19

ANNEXE 5A : CIRCULATION D'UN VECTEUR SUR UNE COURBE 5.20

ANNEXE 5B : GRADIENT D'UNE FONCTION 5.20

5B.1	DEFINITIONS DE BASE	5.20
5B.2	POUR ALLER PLUS LOIN	5.21
5B.2.1	Raisonnement à deux dimensions	5.21
5B.2.1.1.	Les lignes de niveau : exemple d'une carte topographique	5.22
5B.2.1.2.	Orientation du gradient	5.23
5B.2.1.3.	Retour sur l'énergie potentielle	5.23
5B.2.2	Opérateur nabla	5.24

Chapitre 6. VIBRATIONS - OSCILLATEURS HARMONIQUES

I	INTRODUCTION	6.1
1	Généralités	6.1
2	Schématisation	6.2
II	OSCILLATIONS LINEAIRES LIBRES NON AMORTIES	6.3
1.	Définitions	6.3
2.	Forme de l'équation du mouvement	6.3
3.	Retour sur le pendule circulaire	6.5
4.	Cas important du ressort linéaire	6.9
a)	Ressort horizontal	6.9
b)	Ressort vertical	6.13
5.	Cas particulier de la rotation autour d'un axe fixe	6.15
6.	Calcul de moments d'inertie	6.17
a)	Introduction	6.17
b)	Moment d'inertie par rapport à une droite Δ	6.18
c)	Eléments d'inertie de quelques solides homogènes usuels	6.19
d)	Théorème de Huygens pour les moments d'inertie	6.20
7.	Le ressort spiral et le fil de torsion	6.21
a)	Le ressort spiral	6.21
b)	Le fil de torsion	6.22
c)	Couple de rappel	6.22
d)	Exemple de mise en équation d'un problème	6.22
d)	Pendule de Pohl	6.26
8.	Représentation de l'oscillateur harmonique non amorti dans le plan des phases	6.27
III	OSCILLATIONS LINEAIRES LIBRES AMORTIES	6.29
1	Forme de l'équation du mouvement	6.30
2	Résolution mathématique de l'équation	6.30
a)	Premier cas : $\Delta' = 0$ c'est-à-dire $\gamma = \omega_0$	6.31
b)	Deuxième cas : $\Delta' \neq 0$	6.31
3	Les trois régimes	6.32
a)	$\Delta' = 0$: régime critique	6.33
b)	$\Delta' > 0$: régime aperiodique	6.33
c)	$\Delta' < 0$: régime pseudo-périodique	6.34
4	Facteur de qualité du système	6.36
5	Représentation de l'oscillateur harmonique amorti dans le plan des phases	6.37
a)	Mouvement critique	6.37
b)	Mouvement aperiodique	6.37
c)	Mouvement pseudo-périodique	6.38

IV	OSCILLATIONS FORCEES SOUS EXCITATION PERIODIQUE (SYSTEME AMORTI)	6.39
1.	Equation du mouvement	6.39
2.	Solution générale de l'équation	6.40
3.	Méthode d'étude du régime stationnaire (ou permanent)	6.40
4.	Mise en évidence du phénomène de résonance sur un exemple	6.42
a)	Oscillateur non amorti	6.42
b)	Oscillateur amorti	6.45
5.	Puissance transmise au système par la source excitatrice en régime permanent	6.49
a)	Puissance instantanée transmise par la source au système	6.49
b)	Puissance moyenne	6.50
c)	Bande passante - facteur de qualité	6.51
d)	Bande passante et amplitude	6.53