

## INTRODUCTION

## Chapitre 1. CINEMATIQUE DU SOLIDE

<b>I</b>	<b>RAPPELS DE CINEMATIQUE DU POINT</b> .....	<b>1.1</b>
1	Repères et bases.....	1.1
a)	Base orthonormée directe.....	1.1
b)	Repère orthonormé direct.....	1.1
c)	Coordonnées d'un point - composantes d'un vecteur.....	1.2
d)	Repère cartésien. Coordonnées cartésiennes.....	1.2
e)	Coordonnées cylindriques.....	1.2
i)	Coordonnées polaires dans le plan.....	1.2
ii)	Coordonnées cylindriques.....	1.3
iii)	Relations avec les coordonnées cartésiennes.....	1.3
f)	Coordonnées sphériques.....	1.4
g)	En résumé.....	1.7
2.	Vecteurs vitesse, rotation et accélération.....	1.8
a)	Vecteur vitesse.....	1.8
b)	Vecteur accélération.....	1.8
c)	Vecteur rotation.....	1.8
i)	Introduction : mouvement d'un point dans le plan.....	1.8
ii)	Cas particulier important.....	1.9
iii)	Cas général.....	1.10
3	Dérivée d'une fonction vectorielle par rapport à des bases mobiles entre elles.....	1.11
4	Composition des mouvements.....	1.11
a)	Point lié à un repère donné et point coïncident.....	1.12
i)	Point lié à un repère donné.....	1.12
ii)	Point coïncident.....	1.12
b)	Composition des vitesses.....	1.13
c)	Composition des accélérations.....	1.15
d)	Composition des rotations.....	1.16
i)	Coordonnées cylindriques.....	1.18
ii)	Coordonnées sphériques.....	1.18
e)	Vitesse de glissement.....	1.18
<b>II</b>	<b>CHAMP DE VITESSE D'UN SOLIDE INDEFORMABLE</b> .....	<b>1.19</b>
1	Relation entre les vitesses de deux points liés au même solide.....	1.19
2.	Equiprojectivité des vitesses.....	1.20
3.	Torseur distributeur des vitesses ou torseur cinématique.....	1.20
a)	Rappel de la formule de changement de point.....	1.20
b)	Définition d'un torseur.....	1.21
c)	Torseur distributeur des vitesses.....	1.21
4.	Mouvement de translation d'un solide.....	1.22
<b>III</b>	<b>MOUVEMENT PLAN : CINEMATIQUE GRAPHIQUE</b> .....	<b>1.23</b>
1	Exemples.....	1.23
2.	Définition.....	1.24
3.	Centre instantané de rotation du mouvement de $\mathcal{R}_1$ par rapport à $\mathcal{R}_0$ .....	1.25
a)	Cas où le torseur distributeur des vitesses est un glisseur : $\vec{\Omega}(\mathcal{B}_1 / \mathcal{B}_0) \neq \vec{0}$ et $\vec{\Omega}(\mathcal{B}_1 / \mathcal{B}_0) \cdot \vec{V}(P_1 / \mathcal{R}_0) = 0$ .....	1.25
i)	Définition du c.i.r.....	1.25
ii)	Construction du c.i.r. à partir de deux vecteurs vitesse équiprojectifs.....	1.26

b)	Cas où le torseur distributeur des vitesses est un couple : $\vec{\Omega}(\mathcal{B}_1 / \mathcal{B}_0) = \vec{0}$ et $\vec{V}(P_1 / \mathcal{R}_0) \neq \vec{0}$ .....	1.27
c)	But de la cinématique graphique.....	1.27
d)	Éléments de cinématique graphique.....	1.28
4.	Base et roulante.....	1.29
5.	Exemples de mouvements plans.....	1.30
a)	Mouvement d'une barre d'extrémités guidées sur des glissières perpendiculaires.....	1.31
b)	Roulement sans glissement d'un cercle sur une droite fixe.....	1.32
6.	Application : les engrenages.....	1.34
a)	Définition.....	1.34
b)	Développante de cercle.....	1.35
c)	Ligne d'engrènement, angle de pression, cercles de base.....	1.36

## Chapitre 2. LIAISONS MECANIQUES - MODELISATION

<b>INTRODUCTION</b> .....	<b>2.1</b>	
<b>I</b>	<b>EXEMPLE DU JOINT DE CARDAN</b> .....	<b>2.3</b>
<b>II</b>	<b>DEGRES DE LIBERTE</b> .....	<b>2.4</b>
1	Décomposition du déplacement d'un solide dans un repère.....	2.4
2	Degrés de liberté d'une liaison - degré de liaison.....	2.4
<b>III</b>	<b>MODELISATION DES LIAISONS BINAIRES PRINCIPALES</b> .....	<b>2.5</b>
1.	Les onze liaisons binaires principales.....	2.5
2.	Exemples de solutions technologiques.....	2.7
a)	Les roulements.....	2.7
b)	Liaison encastrement.....	2.9
c)	Liaison pivot.....	2.9
d)	Liaison glissière.....	2.9
e)	Liaison hélicoïdale.....	2.9
f)	Liaison pivot glissant.....	2.9
g)	Liaison sphérique à un doigt.....	2.9
h)	Liaison rotule.....	2.9
i)	Liaison appui plan.....	2.10
j)	Liaison ponctuelle.....	2.10
<b>IV</b>	<b>MODELISATION DES EFFORTS MECANIQUES</b> .....	<b>2.10</b>
1	Insuffisance des vecteurs libres en mécanique.....	2.10
2	Moment d'un glisseur en un point - notion de couple.....	2.11
3	Représentation mathématique d'un action mécanique.....	2.13
a)	Application - notations.....	2.13
b)	Torseur distributeur des vitesses.....	2.14
c)	Torseur transmissible.....	2.14
<b>V</b>	<b>CAS DES LIAISONS PARFAITES</b> .....	<b>2.15</b>
1.	Puissance des efforts appliqués à un solide rigide.....	2.15
2.	Liaison parfaite (sans frottement).....	2.15

<b>VI</b>	<b>ACTION MECANIQUE TRANSMISE PAR UN CONTACT PONCTUEL.....</b>	<b>2.17</b>
1.	Analyse géométrique et cinématique.....	2.17
2.	Lois du contact ponctuel.....	2.18
3.	Lois de frottement (lois de Coulomb).....	2.19
a)	Cône de frottement.....	2.19
b)	Contact sans frottement.....	2.20

### Chapitre 3. STATIQUE DES SYSTEMES MECANIQUES

<b>I</b>	<b>PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE (PFS) .....</b>	<b>3.1</b>
1	Actions exercées sur un système mécanique.....	3.1
a)	Actions extérieures s'exerçant sur un système.....	3.1
b)	Système et sous-systèmes - Actions intérieures.....	3.1
2	Enoncé du principe fondamental de la statique.....	3.3
a)	Repos et équilibre.....	3.3
b)	Enoncé du principe.....	3.3
<b>II</b>	<b>RESOLUTION D'UN PROBLEME DE STATIQUE .....</b>	<b>3.4</b>

### Chapitre 4. DYNAMIQUE DU SOLIDE

<b>I</b>	<b>GRANDEURS DYNAMIQUES D'UN SYSTEME MATERIEL .....</b>	<b>4.1</b>
1.	Torseur dynamique.....	4.1
a)	Cas du point matériel.....	4.1
b)	Généralisation au cas du système $\Sigma$ .....	4.2
2.	Principe fondamental de la dynamique.....	4.3
a)	Enoncé du principe.....	4.3
b)	Repères galiléens, invariance galiléenne.....	4.3
c)	Principe de l'action-réaction.....	4.5
d)	Dynamique des systèmes de masse négligeable.....	4.7
<b>II</b>	<b>ELEMENTS D'INERTIE D'UN SOLIDE.....</b>	<b>4.9</b>
1	Introduction.....	4.9
2	Répartition de masse continue.....	4.10
a)	Cas d'une ligne.....	4.10
b)	Cas d'une surface.....	4.10
c)	Cas d'un volume.....	4.10
3	Exemples de calcul du moment dynamique.....	4.10
a)	Pendule simple.....	4.10
b)	Pendule composé.....	4.12
4	Définition des éléments d'inertie d'un solide.....	4.13
a)	Moment d'inertie par rapport à une droite.....	4.13
b)	Moment d'inertie par rapport aux axes d'un repère $\mathcal{R}$ .....	4.13
c)	Produits d'inertie par rapport aux plans de coordonnées d'un repère $\mathcal{R}$ .....	4.14
d)	Opérateur d'inertie.....	4.14
e)	Eléments d'inertie de quelques solides homogènes usuels.....	4.16
5	Centre de masse d'un solide.....	4.17
a)	Répartition de masse discontinue.....	4.17
b)	Théorème de Huygens pour les moments d'inertie.....	4.18

<b>III</b>	<b>CALCUL DES GRANDEURS DYNAMIQUES POUR UN SOLIDE RIGIDE .....</b>	<b>4.19</b>
1.	Application de l'opérateur à un vecteur.....	4.19
2.	Torseur dynamique.....	4.19
3	Cas particuliers importants d'application du PFD.....	4.20
a)	Solide en rotation autour d'une droite.....	4.20
c)	Solide en translation par rapport à $\mathcal{R}_0$ .....	4.24
d)	Solide ayant un point fixe par rapport à $\mathcal{R}_0$ .....	4.24
4	Cas général d'un système mécanique de solides rigides.....	4.24
5	Mise en équations d'un problème.....	4.25
a)	Les étapes de la modélisation.....	4.26
b)	Stratégie pour l'application du PFD.....	4.31
c)	Cas particulier des systèmes plans.....	4.32
6.	Exemple.....	4.33
a)	Inventaire des actions appliquées.....	4.34
b)	Application du PFD au système $\Sigma = (S_1) \cup (S_2)$ .....	4.35
c)	Application du PFD au solide $(S_2)$ .....	4.37
d)	Récapitulatif des équations et des inconnues du problème.....	4.38
e)	Condition de roulement sans glissement.....	4.38
f)	Etude du mouvement commençant à $t = 0$ .....	4.39
g)	Cas où $m = M$ .....	4.40

### Chapitre 5. L'ENERGIE EN MECANIQUE DU SOLIDE

<b>I</b>	<b>RETOUR SUR LA PUISSANCE .....</b>	<b>5.1</b>
1	Puissance d'une force.....	5.1
2	Cas général d'un système déformable.....	5.1
3	Cas d'actions s'exerçant sur un système rigide.....	5.2
4	Puissance des efforts intérieurs à un système.....	5.3
a)	Cas général.....	5.3
b)	Cas d'un solide rigide.....	5.3
c)	Retour au cas général.....	5.4
<b>II</b>	<b>TRAVAIL .....</b>	<b>5.6</b>
1	Travail d'une force.....	5.6
2	Cas d'un champ de forces à potentiel.....	5.7
a)	Potentiel et énergie potentielle.....	5.7
i)	Potentiel (exemples).....	5.7
ii)	Energie potentielle (exemple).....	5.8
b)	Champ de forces.....	5.8
c)	Fonction de force.....	5.9
d)	Energie potentielle.....	5.10
i)	Exemples.....	5.10
ii)	Variations de l'énergie potentielle.....	5.10
iii)	Remarque sur la terminologie.....	5.11
e)	Puissance et travail élémentaire.....	5.11
f)	Exemples de calcul d'énergie potentielle pour deux champs de force dérivant d'un potentiel.....	5.12
i)	Préliminaire.....	5.12
ii)	Attraction proportionnelle à la distance (ressort).....	5.13
iii)	Champ de la pesanteur.....	5.14
3.	Rappel des unités.....	5.15
<b>III</b>	<b>ENERGIE CINETIQUE .....</b>	<b>5.16</b>

1	Cas du point matériel .....	5.16
2	Cas particulier du solide rigide.....	5.16
	a) Energie cinétique .....	5.16
	b) Théorème de l'énergie cinétique .....	5.18
3	Cas d'un système matériel constitué de solides rigides.....	5.18
4	Exemple d'application.....	5.19
	a) Etude du cerceau $S_2$ .....	5.20
	b) Etude du système $\Sigma=\{S_1+S_2\}$ .....	5.23
	c) Introduction d'une condition de roulement sans glissement .....	5.26
<b>ANNEXE 5A : CIRCULATION D'UN VECTEUR SUR UNE COURBE .....</b>		<b>5.28</b>
<b>ANNEXE 5B : GRADIENT D'UNE FONCTION .....</b>		<b>5.28</b>
<b>5B.1</b>	<b>DEFINITIONS DE BASE .....</b>	<b>5.28</b>
<b>5B.2</b>	<b>POUR ALLER PLUS LOIN .....</b>	<b>5.29</b>
5B.2.1	Raisonnement à deux dimensions.....	5.29
5B.2.1.1.	Les lignes de niveau : exemple d'une carte topographique.....	5.30
5B.2.1.2.	Orientation du gradient .....	5.31
5B.2.1.3.	Retour sur l'énergie potentielle .....	5.31
5B.2.2	Opérateur nabla .....	5.32