

MÉCANIQUE QUANTIQUE
TRAVAUX DIRIGÉS Nos. 4 (Durée: 1 h)

Opérateurs, commutateurs, valeurs et vecteurs propres

1. Opérateurs

On considère l'opérateur \widehat{H} associant à une fonction $\psi(x)$ de $L^2(\mathbb{R})$ la fonction $\phi(x)$ telle que

$$\phi(x) = \widehat{H}\psi(x) = -\frac{d^2}{dx^2}\psi + x^2\psi$$

(a) Appliquer l'opérateur aux fonctions suivantes :

$$\psi_1(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \psi_2(x) = (4x^2 - 2)e^{-\frac{x^2}{2}}$$

(b) Que constate-t-on ?

2. Valeurs propres, commutateurs

On considère les matrices suivantes :

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(a) Calculer valeurs propres et vecteurs propres de ces différentes matrices

(b) Calculer les commutateurs $[\sigma_x, \sigma_y]$, $[\sigma_y, \sigma_z]$ et $[\sigma_x, \sigma_z]$