

---

**MÉCANIQUE QUANTIQUE**  
**TRAVAUX DIRIGÉS Nos. 5 (Durée: 2\* 1 h )**

## Particule dans un puits de profondeur finie

On considère une particule de masse  $m$ , de fonction d'onde  $\psi(x)$  astreinte à se mouvoir dans un puits unidimensionnel de profondeur  $U_0$ , de largeur  $2a$ , situé entre  $x = -a$  et  $x = a$ .

Ce puits de potentiel peut par exemple modéliser un plot quantique ou une nanostructure telle que celles utilisées à l'heure actuelle pour réaliser des lasers infrarouges accordables.

1. Rappeler l'équation de Schrödinger dépendant du temps en fonction du Hamiltonien  $H$  de la particule
  2. En déduire l'équation à laquelle obéissent les fonctions propres de la particule d'énergie  $E$
  3. Que vaut  $H$  dans le cas ici considéré ?
  4. Résoudre alors l'équation du 2. Donner en particulier les fonctions propres  $\psi_n(x)$ , et les vecteurs et énergies  $E_n$  correspondantes. Représenter graphiquement les niveaux  $E_n$ .
  5. Quel est le nombre d'états de la particule dans le spectre discontinu suivant la profondeur du puits ?
  6. Réexprimer les niveaux dans le cas où  $U_0 \gg \hbar^2/ma^2$  et comparer au cas du puits infiniment profond
  7. Inversement, dans le cas  $U_0 \ll \hbar^2/ma^2$ , montrer qu'il existe un niveau lié. Fournir une expression approchée de l'énergie et de la fonction d'onde normée de cet état. Calculer les valeurs moyennes des énergies potentielles et cinétiques.
  8. Dans ce dernier cas (puits peu profond), déterminer la probabilité de présence de la particule au fond du puits. Vérifier la relation d'incertitude de Heisenberg.
-