OPTION PHYSIQUE CHIMIE
Thermodynamique /thermique

1. Soit une ailette de refroidissement considérée comme une tige pleine cylindique, d'axe Ox, semi-infinie, occupant les $x > 0$. Ce cylindre est de rayon a et de conductibilité thermique K. Il est en contact avec une source à la température T_e en O et par sa surface latérale avec un fluide infini à la température constante $T_0 < T_e$. On notera h le coefficient d'échange thermique avec ce fluide.

   On suppose le régime permanent établi. On pose $T_d(x) = T(x) - T_0$. On note $q(x)$ la quantité de chaleur traversant la section droite d'abscisse x.

   (a) Exprimer $T_d(x)$ en fonction des paramètres

   (b) Que vaut la quantité de chaleur Q évacuée de la source par unité de temps ?

   (c) Par analogie électrique, en déduire la résistance thermique de l'ailette.

2. Un récipient contient un liquide homogène de masse volumique ρ. On y ajoute des macromolécules de masse volumique $\rho_0 > \rho$. Ces dernières sont supposées quasi-sphériques, de rayon R et de masse m. La solution est maintenue homogène (agitation) jusqu'à $t = 0$. On suppose que les molécules sont alors seulement soumises à leur poids et à une force visqueuse $\vec{f} = -f\vec{v}$.

   (a) Écrire l'équation du mouvement d'une macromolécule et montrer qu'il existe une vitesse limite v_l que l'on exprimera.

   (b) On suppose que les macromolécules atteignent quasi-instantanément leur vitesse limite. Exprimer le flux molaire correspondant $\vec{J_E}$. Ce flux crée une inhomogénéité de concentration qui engendre un flux de diffusion $\vec{J_D}$. Exprimer ce dernier flux et en déduire la concentration $C(z)$ à la cote z en fonction des paramètres.

   (c) A.N. : On mesure
   $$\frac{C(z=0)}{C(z=2cm)} = 2$$
   On peut étabir qu'avec une bonne approximation $D = \frac{k_B T}{f}$. En déduire la masse et le rayon des macromolécules.
   k_B =1,38.10^{-23} J.K^{-1} ρ/ρ_0 =0,8 ρ =1000 kg.m^{-3}. g=9,8m.s^{-2} N_A=6,02.10^{23}.

3. On considère un lac gelé. L'eau du lac est supposée à la température constante T_c et elle est recouverte d'une couche de glace d'épaisseur $l(t)$. L'air est à la température $T_a < T_c$. La température de surface de la glace vaut $T_s \neq T_a$. On modélise le contact entre glace et air par un coefficient d'échange h. On néglige les variations temporelles de T devant ses variations spatiales.

   (a) Soit L_g la chaleur latente de solidification par unité de masse de la glace. Exprimer le flux thermique Φ par unité d'aire de la glace dans la direction ascendante.

   (b) Déterminer la température T au sein de la glace.

(c) Déduire des deux questions précédentes une équation différentielle sur l.

(d) Exprimer T_s.

(e) En déduire $l(t)$ en faisant intervenir

$$l_0 = \frac{\lambda_g}{h} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{\lambda_g \rho_g L_g}{2h^2(T_c - T_a)}$$

Données : ρ_g =900 kg.m^{-3}
L_g=3,3.10^5 W.kg^{-1}s
T_c = 273K
λ_g =2,1 W.m^{-1}K^{-1}
h =50 W.m^{-2}K^{-1}
T_a = 253 K

4. **Entrée d'air dans un récipient**
On considère un récipient vide d'air, de volume V_0. À $t = 0$ on le met en communication avec l'atmosphère à la pression P_0 et la température T_0 (conditions normales de température et de pression). Le phénomène est suffisamment rapide pour être supposé adiabatique. En assimilant l'air à un gaz parfait pour lequel $\gamma = 1,4$ calculer par deux méthodes la température finale T_f de l'air dans le récipient, soit en considérant cet air comme un système fermé, soit comme un système ouvert.

5. **Turbopropulseur**
On considère un turbopropulseur aspirant de l'air à la pression P_1, température T_1, vitesse v_1 supposée faible, et le rejetant à la pression P_2, température T_2, vitesse v_2, après l'avoir fait passer successivement par un compresseur lui apportant le travail w'_1 par unité de masse, une chambre de combustion injectant du kérosène donnant une chaleur q par unité de masse, et une turbine extrayant un travail w'_2 par unité de masse afin d'alimenter le compresseur, et faire tourner une hélice et différents systèmes auxiliaires d'un aéronef. On se place en régime permanent.

(a) En appliquant le premier principe pour un système ouvert, calculer le bilan de variation d'enthalpie massique pour l'air.

(b) Calculer le rendement du système défini par le rapport de $w = |w'_2| - |w'_1|$ et q en considérant un cycle de Joule composé de deux isobares (combustion et échappement) et deux adiabatiques (compression initiale puis détente à travers la turbine).
L'air est supposé être un gaz parfait diatomique La température après combustion vaut 1000 K.

6. **Compresseur**
On considère un compresseur aspirant de l'air assimilé à un gaz parfait à une pression P_1 et le rejetant à une pression P_2 en lui fournissant un travail w' par unité de masse. Le phénomène est supposé adiabatique et on néglige la vitesse de l'écoulement. On se place en régime permanent.

(a) En considérant un système fermé constitué de l'air situé initialement entre deux plans AB et CD situés de part et d'autre du compresseur, puis après $t = dt$ entre deux plans A'B' et C'D', calculer la variation d'enthalpie massique de l'air. Même question en appliquant le premier principe pour un système ouvert.

(b) Si la transformation est réversible montrer que

$$w' = \int_1^2 vdP$$

où v est le volume massique.

(c) Exprimer la température finale T_{2is} dans ce cas.

(d) On suppose désormais que la transformation est irréversible mais que le caractère visqueux du fluide induit des pertes et donc une création d'entropie δS_c par intervalle de temps dt. Réexprimer w'.

(e) On considère dans ce cas une transformation polytropique (transformation non adiabatique correspondant à la même variation d'entropie que la transformation réelle mais réversible).

Exprimer le travail élémentaire $\delta w'_{pol}$ dans ce cas et en déduire le rendement

$$\eta_{pol} = \frac{\delta w'_{pol}}{\delta w'_{reel}}$$

que l'on considèrera constant tout au long de la transformation.

(f) En déduire une relation entre température et pression dans la transformation et commenter le résultat.

7. **Tuyère**

On considère une tuyère de section variable $A(x)$, admettant de l'air à une vitesse $v(0)$, pression $P(0)$, température $T(0)$, et le rejetant à une vitesse $v(1)$, pression $P(1)$ après une détente adiabatique. On se place en régime permanent.

(a) En considérant un système fermé constitué d'une masse d'air située à $t = 0$ entre les abscisses O et x de la tuyère puis à $t = dt$ entre O' et x' exprimer la variation Δh d'enthalpie massique de l'air entre O et x.

(b) Même question en appliquant le premier principe pour un système ouvert.

(c) Exprimer la variation d'enthalpie Δh en fonction des pressions à O et à x.

(d) Exprimer la température T à l'abscisse x en fonction de $p(x) = \frac{P_(x)}{P(0)}$

(e) En déduire la vitesse $v(x)$ en fonction de $v(0)$ et de p ; réexprimer ces résultats si $v(0)$ est faible, puis en fonction du nombre de Mach

$$M = \frac{u}{c} \quad c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

(f) De même exprimer p en fonction de M puis $\rho(x)/\rho(0)$ où $\rho(x)$ est la densité à l'abscisse x.

(g) Enfin exprimer $v(x)$ en fonction de M, γ, C_p et $T(0)$.

(h) On suppose que le débit massique est constant dans la tuyère. Montrer que l'état final du système ne dépend que de $A(1)$ et de $p(1)$ et qu'il existe une fonction f telle que $f(p)A(x)$ soit constante.

(i) En fait à $x = 0$ l'air est admis suite à un mélange de kérosène et d'oxygène liquide à la température $T(0)$ de 3600 K et à la pression de 40 atmosphères. Sachant que $A(1)$ vaut 1 m^2 $C_p = 3663$ JK^{-1}kg^{-1} $\gamma = 1,11$ et $P(1)$ =0,5 atm trouver la poussée de la tuyère.

(j) Tracer $f(p)$ et montrer qu'il existe un maximum pour lequel on exprimera le nombre de Mach correspondant. En déduire l'aire correspondante et la forme optimale de la tuyère.