

MÉCANIQUE QUANTIQUE
TRAVAUX DIRIGÉS Nos. 14 (Durée : 1 h)

Atome d'hydrogène en champ magnétique

1. On considère un électron (dont on négligera le spin) plongé dans un champ magnétique et électrique. Le champ magnétique est uniforme et dérive d'un potentiel $\vec{A}(\vec{r}) = -\frac{1}{2}\vec{r} \wedge \vec{B}$ et le champ électrique dérive du potentiel central $V(r)$ créé par un proton fixe.
 - (a) Rappeler l'expression du Hamiltonien H de l'électron.
 - (b) Comme \vec{B} est uniforme, il commute avec toutes les expressions. Faire apparaître le moment cinétique \vec{L} de l'électron dans H .
 - (c) Exprimer H comme la somme de trois termes :

$$H = H_0 + H_1 + H_2$$

avec

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + V(r)$$

$$H_1 = -\frac{\mu_b}{\hbar} \vec{L} \cdot \vec{B}$$

$$H_2 = \frac{q^2 B^2}{8m} \left(r^2 - \frac{(\vec{r} \cdot \vec{B})^2}{B^2} \right)$$

- (d) Évaluer numériquement l'ordre de grandeur des différents termes et commenter.
2. On considère les fonctions propres de l'atome d'hydrogène, (donc de H_0) qu'on note $|\phi_{n,l,m}\rangle$.
 - (a) Détailler l'expression de ces fonctions
 - (b) Si \vec{B} est suivant Oz , que valent les fonctions propres de $H_0 + H_1$?
 - (c) Traiter les cas de $|\phi_{1,0,0}\rangle$ et $|\phi_{2,1,m}\rangle$
3. On considère l'opérateur dipolaire électrique \vec{D} .
 - (a) Exprimer x, y, z en fonction des premières harmoniques sphériques
 - (b) En déduire les $\langle \phi_{n,l,m} | \vec{D} | \phi_{n',l',m'} \rangle$ pour $n \leq 2$ en fonction de

$$\chi = \int_0^\infty R_{21}(r) R_{10}(r) r^3 dr$$

- (c) En déduire la valeur moyenne du dipôle dans un état stationnaire
- (d) Dans le cas où le système est à $t = 0$ dans la superposition de l'état fondamental et d'un état $2p$ avec des facteurs $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$, exprimer le vecteur d'état au temps t , puis la valeur moyenne $\vec{D}(t)$ du dipôle.
- (e) Quelles sont les conséquences physiques de ce résultat ?