

**MÉCANIQUE QUANTIQUE**  
**TRAVAUX DIRIGÉS Nos. 3 (Durée : 1 h )**

## Particule dans un puits-Effet Hall

### 1. Particule dans un puits

On considère une particule de masse  $m$ , de fonction d'onde  $\psi(x)$  astreinte à se mouvoir dans un puits unidimensionnel infiniment profond, de largeur  $a$ , situé entre  $x = 0$  et  $x = a$ .

- (a) Rappeler l'équation de Schrödinger dépendant du temps en fonction du Hamiltonien  $H$  de la particule
- (b) En déduire l'équation à laquelle obéissent les fonctions propres de la particule d'énergie  $E$
- (c) Que vaut  $H$  dans le cas ici considéré ?
- (d) Résoudre alors l'équation du 1b, en tenant compte de conditions aux limites physiquement raisonnables. Donner en particulier les fonctions propres  $\psi_n(x)$ , et les vecteurs d'onde  $k_n$  et énergies  $E_n$  correspondantes. Représenter graphiquement les niveaux  $E_n$ .
- (e) Normaliser les  $\psi_n(x)$ .
- (f) Donner l'allure des premières fonctions propres ( $n = 0, 1, 2, 3 \dots$ ) et des densités de probabilité  $\rho(x)_n$  correspondantes.  $n = 0$  est-il raisonnable ?
- (g) Généraliser dans le cas d'un puits bi, puis tridimensionnel

2. **Effet Hall** On considère un électron de charge  $-|e|$  astreint à se mouvoir sur une surface bidimensionnelle dans laquelle règne un champ électrique  $\vec{E}$  suivant ( $Ox$ ) et une induction magnétique de potentiel vecteur  $\vec{A} = (0, Bx, 0)$ .

- (a) Donner le Hamiltonien auquel est soumis l'électron.
- (b) L'électron a un vecteur d'onde  $\vec{k} = (k_x, k_y)$ .  $k_x$  et  $k_y$  ne sont pas nuls *a priori*. Cependant, le Hamiltonien dépend-il de  $y$  ? En déduire la forme de la fonction d'onde  $\psi(x, y)$  de l'électron.
- (c) Que devient alors l'équation de Schrödinger indépendante du temps pour l'électron ?
- (d) Mettre cette équation sous la forme de celle de l'oscillateur harmonique.