

MODÉLISATION NUMÉRIQUE EN PHYSIQUE
TRAVAUX PRATIQUES Nos. 1 et 2 (Durée: 2 × 2 h 30)

1. **Décharge d'un condensateur** On considère un condensateur $C = 1\mu\text{F}$, portant une charge $Q = CU_i$ avec $U_i = 10\text{ V}$. Ce condensateur est court-circuité à $t = 0$ par une résistance $R = 1000\ \Omega$.

- (a) Établir et résoudre « à la main » l'équation différentielle correspondante. On posera $\tau = RC$.
- (b) Tracer avec `matlab` la solution, entre $t = 0$ et $t = 1\text{ ms}$. Illustrer graphiquement le fait que la tangente à la courbe à l'origine coupe l'axe des abscisses en τ .
- (c) Résoudre numériquement cette équation (créer un fichier `rc.m` et utiliser `ode23`), comparer graphiquement à la solution exacte.

2. **Circuit RLC série** On considère désormais un circuit RLC série relié à un générateur alternatif sinusoïdal $E(t) = E \cos \omega t$. On prendra $R = 350\ \Omega$, $C = 1\ \mu\text{F}$, $L = 1\text{ H}$, $\omega = 2\pi f$ avec f variable compris entre 50 et 500 Hz.

- (a) Établir pour U , tension aux bornes du condensateur, une équation différentielle linéaire du second ordre
- (b) La résoudre numériquement avec `matlab`. Indication : ramener l'équation à deux équations du premier ordre puis poser

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} U \\ \frac{dU}{dt} \end{pmatrix}$$

On obtient alors une équation différentielle du premier ordre pour \vec{y} .

- (c) Visualiser la solution $U(t)$ pour $0 < t < 10\text{ ms}$, $U(t=0) = 1\text{ V}$ et $E = 0$. Tracer ensuite $RI(t)$ où $I(t)$ est l'intensité.
- (d) On prend désormais $E = 1\text{ V}$. Visualiser sur un même graphe $E(t)$ et $RI(t)$ pour $f = 100\text{ Hz}$, $f = 500\text{ Hz}$, puis à la fréquence de résonance du circuit
- (e) Tracer $RI(t)$ en fonction de $E(t)$ (figure de Lissajous) pour $t > 1\text{ ms}$ à ces mêmes trois fréquences
- (f) Tracer le maximum de $RI(t)$ sur l'intervalle de temps considéré en fonction de la fréquence f .

3. Chute libre

On considère une boule de pétanque de diamètre 6,7 cm, masse apparente 700 g, et une balle de tennis de même diamètre mais de masse 55 g, soumis de la part de l'air à :

- une force de frottement visqueuse de la forme $6\pi\eta r v$, où η est la viscosité absolue de l'air ($1,458 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$ pour l'atmosphère standard), r le rayon de la boule, et v le module de sa vitesse,
- une résistance aérodynamique de la forme $C_x \rho S \frac{v^2}{2}$ où C_x est le coefficient de pénétration dans l'air (0,44 pour une sphère), ρ la densité de l'air ($1,225 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$), et S la surface de section droite de la sphère. On prendra $g=9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

(a) Préliminaires

Vérifier l'homogénéité des formules ci-dessus, faire le bilan des forces, et projeter en coordonnées cartésiennes adaptées.

(b) Chute libre verticale

- i. Comparer à l'aide de matlab les équations horaires de chute libre pour la boule de pétanque et de tennis, lâchées sans vitesse initiale sur une hauteur de 1,80 m, en présence et absence d'air.
- ii. Trouver numériquement la durée de chute dans chacun de ces trois cas
- iii. Discuter l'influence des différentes forces en présence en fonction de la vitesse.
- iv. Reprendre ces questions pour une hauteur de chute de 5000 m.

(c) Lancer

On lance désormais les objets avec un angle de 45 degrés par rapport à la verticale ascendante, avec une vitesse initiale de 10 m/s, depuis une hauteur de 1,80 m.

- i. Comparer numériquement les trajectoires jusqu'au contact du sol, en présence et absence d'air.
- ii. Faire varier les vitesses initiales pour rendre le phénomène plus visible (prendre par exemple le cas du boulet de canon de vitesse initiale 300 m/s). Commenter l'influence de l'air sur la précision du tir en calculant numériquement l'instant de contact avec le sol et la portée. Critiquer les hypothèses faites.