Cette étude vise à présenter une méthode de modélisation des non-linéarités de propagation dans les parties homogènes en température des moteurs thermoacoustiques de configurations variées. Ce travail permet d'évaluer l'ampleur du phénomène de cascade harmonique causée par les niveaux acoustiques relativement élevés atteints dans les moteurs thermoacoustiques en proposant d'obtenir la forme du front d'onde en régime établi, pour une distribution de température donnée, et ainsi de conclure sur la possibilité de formation d'ondes de choc dans certaines configurations. Utilisé de manière préventive lors de la conception d'une machine, ce travail pourra conduire à la minimisation de la distorsion du front d'onde, et par conséquent à la maximisation de l'efficacité des transducteurs thermo-acousto-électriques.

1 Introduction

Les oscillateurs thermoacoustiques sont des oscillateurs autonomes dans lesquels une onde acoustique auto-entretenue est générée grâce à une source de chaleur externe. Ces dispositifs sont des moteurs thermodynamiques bénéficiant d'avantages intrinsèques tels que d'importantes fiabilité et longévité dûs à une conception simple n'utilisant pas ou peu de pièces mobiles, accompagnés d'un faible impact environnemental grâce à l'utilisation de fluides non nuisibles (air, hélium, gaz rares, etc.). De plus, ils sont théoriquement capables d'atteindre des efficacités supérieures à 30% [14]. Leurs applications potentielles comprennent notamment la valorisation de chaleur perdue ou la micro-génération électrique.

Les phénomènes thermoacoustiques à la base du fonctionnement de ces moteurs sont relativement complexes à décrire, notamment parce qu'ils mettent en jeu des transferts instationnaires de chaleur et de masse. Ces phénomènes sont souvent prépondérant dans la caractérisation du comportement non linéaire des moteurs thermoacoustiques (et notamment pour l'expression de l'amplitude de saturation de l'auto-oscillation), et amènent à négliger d'autres effets non linéaires d'importance moindre, tels que les non linéarités de propagation associées à l'amplitude finie des oscillations acoustiques. Cependant, dans certaines conditions, ces non-linéarités de propagation sont la cause d'une déformation du front d'onde pouvant aboutir à la formation d'une onde de choc [2]. Cet effet de transfert de l'énergie vers les harmoniques supérieurs, pour lesquels les pertes sont plus importantes, est pénalisant pour l'efficacité des machines.

Des approches analytiques ont déjà permis, sous certaines hypothèses, de modéliser ce phénomène pour une configuration idéale de moteur à ondes stationnaires [6]. On propose ici d'étendre cette modélisation à des géométries de moteurs plus complexes par une résolution numérique du problème. Cette modélisation propose d'utiliser une description simplifiée de la propagation acoustique dans la partie inhomogène en température d'une machine thermoacoustique, basée sur les équations linéarisées de la thermoacoustique. La propagation dans les guides d'ondes homogène en température (c'est-à-dire les résonateurs du système) est, par contre, décrite par des équations rendant compte des effets non linéaires cumulatifs dus à la propagation d'une onde acoustique d'amplitude finie en fluide thermovisqueux.

2 Champ acoustique dans le moteur

La propagation acoustique est décrite par deux approches différentes selon qu'elle se fait dans le noyau thermoacoustique, ensemble des parties de porosité $\phi < 1$ et/ou inhomogènes en température noté TAC pour ThermoAcoustic Core (entre l_1 et l_2 sur la figure 1), ou dans le résonateur de porosité $\phi = 1$ et homogène en température.

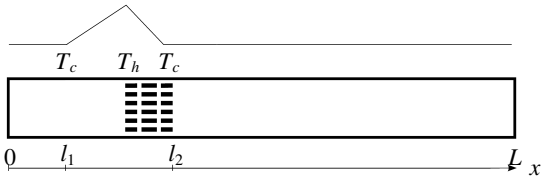

FIGURE 1 – Modèle de moteur droit, composée d'un stack, entouré d'échangeurs de chaleur chaud (température T_h) et froid (température T_c), dans un résonateur droit fermé-fermé. Un exemple de profil de température est donné. Une oscillation auto-entretenue se maintient dans ce moteur pour une différence de température $\Delta T = T_h - T_c > \Delta T_o$.

2.1 Propagation non linéaire en résonateur

La propagation non linéaire dans un guide d'onde est un sujet qui a donné lieu à de nombreuses études, notamment dans le domaine de l'acoustique musicale où elle a permis de mettre évidence le caractère de *cuivrabilité* de certains instruments à vents [9], expliqué par la formation d'ondes de choc en leur sein. La description adoptée ici est la même que celle utilisée dans l'étude analytique d'un moteur à onde stationnaire idéalisé [6], généralisée pour des configurations quelconques de moteurs.

La description non linéaire de la propagation d'une onde acoustique guidée de pulsation ω, dans un fluide viscothermique est basée sur l'analyse des nombres adimensionnels qui la caractérisent. Le fluide étant décrit par μ,ν et η qui sont respectivement ses coefficients de viscosité de cisaillement dynamique et cinématique, et de volume, λ sa conductivité thermique, c_0 est la célérité adiabatique du son dans ce fluide, et R étant le rayon hydraulique du guide d'onde, trois nombres adimensionnels sont établis :

- $M = u_0/c_0$ le nombre de Mach, rapport de l'amplitude d'une vitesse acoustique caractéristique u_0 à la célérité de l'onde acoustique c_0 dans le fluide de travail ;
- $Re = c_0^2/(\nu\omega)$ le nombre de Reynolds acoustique, qualifiant la nature de l'écoulement ;
- $Sh = \sqrt{(\nu/\omega)}/R$ la constante de cisaillement, rapport de l'épaisseur de couche limite visqueuse à la dimension du guide.

L'ordre de grandeur des trois nombres M, $1/Re$ et Sh, permet de caractériser l'importance des différents effets prenant place lors de la propagation pour le domaine d'étude considéré, c'est-à-dire pour des fréquences dans le spectre de l'audible, des guides d'ondes de rayon d'ordre

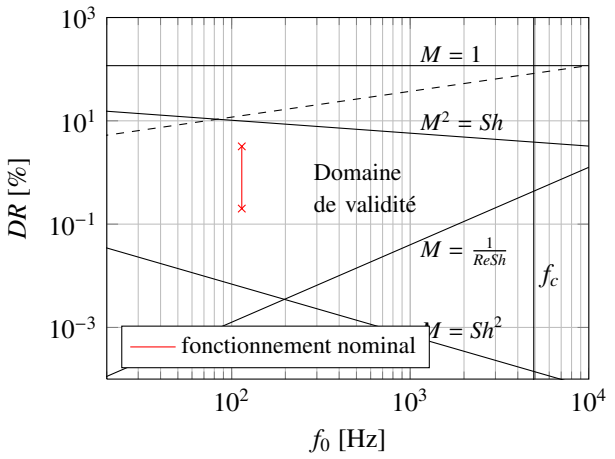

FIGURE 2 – Diagramme de prédominance pour un résonateur de rayon interne $R = 2$ cm. La ligne tiretée (- -) représente la condition de Merkli. Le segment représente le régime de fonctionnement nominal d'un moteur ayant une fréquence de travail de 112 Hz, et pour des *drive ratio* DR de quelques %. En rouge est donnée la zone de fonctionnement nominal du moteur présenté Fig. 1.

centimétrique et des niveaux sonores élevés (150-175 $\mathrm{dB_{SPL}}$ pour les moteurs à air à pression atmosphérique). Dans ces conditions, les trois nombres sont petits devant l'unité. Ce premier constat permet de faire l'hypothèse de propagation faiblement non linéaire, pour laquelle les effets non linéaires ne sont pas locaux mais cumulatifs. Cela permet de séparer deux échelles de temps (ou d'espace), une rapide (ou courte) décrivant la propagation locale quasi-linéaire, et une lente (ou longue) prenant en compte les effets cumulatifs. Cela se traduit par la possibilité de séparer toute onde acoustique dans le guide d'onde en deux composantes contrapropagatives indépendantes, donc en deux équations de propagation totalement découplées.

Par ailleurs, l'expression de la propagation grâce à ces trois nombres adimensionnels permet de caractériser l'importance des différents effets prenant place les uns par rapports aux autres, et de s'assurer de la validité de la méthode sur le domaine d'étude. Le diagramme de prédominance donné Fig. 2 permet de visualiser le domaine de validité de l'approche choisie, en fonction de la fréquence de fonctionnement et du *drive ratio*, rapport de l'amplitude de pression acoustique à la pression statique. Notamment, les conditions $M = Sh^2$ et $M = 1/ReSh$ indiquent qu'en deçà de ces limites les effets non linéaires sont négligeables devant les effets linéaires ignorés (comme par exemple les effets du à la courbure des couches limites en guide cylindrique), et donc qu'une théorie non linéaire n'est pas nécessaire. La condition $M^2 = Sh$ indique la limite basse au delà de laquelle les effets prenant place dans les couches limites sont négligeables devant les phénomènes non linéaires de second ordre. Une autre description de la propagation serait alors plus adaptées. La *condition de Merkli* détermine la limite en dessous de laquelle l'écoulement est laminaire dans les couches limites. La verticale à droite de la figure représente la fréquence de coupure f_c du tube.

Dans le domaine de validité décrit, l'expression de la propagation acoustique en fluide viscothermique et en guide d'onde cylindrique de rayon R, adimensionnée grâce aux nombres adimensionnels introduits ci-dessus, peut être établie pour une variable acoustique $q \in \{p, \mathbf{u}, \rho\} = q^+ + q^-$ sous la forme du couple d'équations de Burgers généralisées [3] suivant :

$$\frac{\partial q_\pm}{\partial \sigma} \mp q_\pm \frac{\partial q_\pm}{\partial \theta_\pm} = \pm \frac{S}{\epsilon} \frac{\partial^2 q_\pm}{\partial \theta_\pm^2} \mp \frac{T}{\epsilon} \frac{\partial^{\frac{1}{2}} q_\pm}{\partial \theta_\pm^{\frac{1}{2}}}. \tag{1}$$

où $\theta = \omega\tau$ est un temps adimensionné exprimé en fonction du temps retardé $\tau = t \mp \mathbf{x}c_0$ pour des ondes propagatives se propageant respectivement selon $\pm\mathbf{x}$, et $\sigma = ((\gamma+1)/2)M\omega\mathbf{x}/c_0$ est la distance adimensionnée par la distance de formation du choc, et avec

- $S = \frac{1}{2Re}\left(\frac{4}{3} + \frac{\eta}{\nu} + \frac{\gamma-1}{Pr}\right)$ le nombre de Stokes, mesure des pertes volumiques ;
- $T = Sh\left[1 + (\gamma-1)/\sqrt{Pr}\right]$ mesure des pertes de couches limites ;
- $\epsilon = M(\gamma+1)/2$ mesure de la déformation non linéaire ;
- $Pr = (\nu C_P)/\lambda$ le nombre de Prandtl, rapport des effets de viscosités aux effets thermiques.

Le terme ϵ/S compare l'importance des pertes volumiques à celle des effets non linéaires. La dérivée seconde associée traduit l'augmentation des pertes volumiques proportionnellement au carré de la fréquence pour une onde harmonique. Le terme ϵ/T compare l'importance des pertes de couches limites à celle des effets non linéaires. La présence de la dérivé fractionnaire s'explique par l'augmentation des pertes pariétales proportionnellement à la racine carrée de la fréquence. Elle est définie par le produit de convolution

$$\begin{aligned}\frac{\partial^{1/2} q}{\partial \theta^{1/2}} &= \frac{\partial q}{\partial \theta} * \frac{1}{\sqrt{\pi\theta}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\theta} \frac{1}{\sqrt{\theta - \theta'}} \frac{\partial q(\theta', \sigma)}{\partial \theta'} \mathrm{d}\theta'.\end{aligned} \tag{2}$$

Des termes ajoutés au membre de droite de cette équation pourrait permettre de prendre en compte d'autres effets, tels que la présence de lentes variations de section, celle d'un écoulement redressé [8], voire de lentes variations de température.

2.2 Propagation dans le TAC

La présence d'un gradient de température dans le noyau thermoacoustique empêche le découplage des variables acoustiques en deux composantes contrapropagatives comme dans les résonateurs. Toutefois le formalisme des matrices de diffusion permet justement de pouvoir relier les composantes contrapropagatives de part et d'autre d'un biporte acoustique [10]. Les équations linéarisées de la thermoacoustique permettent de donner les coefficients de transmission T^+ et T^- et de réflexion R^+ et R^- entre l'entrée en $x = l_1$ et la sortie du biporte en $x = l_2$, l'élément étant soumis à une distribution de température $T_0(x)$, de sorte que

$$\begin{pmatrix} p^+(l_2) \\ p^-(l_1) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T^+(\omega, T_0(x)) & R^-(\omega, T_0(x)) \\ R^+(\omega, T_0(x)) & T^-(\omega, T_0(x)) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p^+(l_1) \\ p^-(l_2) \end{pmatrix}. \tag{3}$$

3 Résolution numérique

Les équations (1) de propagation guidée d'ondes planes en fluide réel ne possède pas de solution analytique à ce jour. Elles sont résolues numériquement, dans le domaine fréquentiel. La dérivée partielle donnée par la relation (2) se traduit alors par une multiplication par $\sqrt{j\omega}$. La solution est cherchée sous la forme d'une combinaison d'onde propagatives telles que

$$q^{\pm} = \sum_{n=1}^{+\infty} \left[a_n(\sigma) \sin n\theta + b_n(\sigma) \cos n\theta \right]. \tag{4}$$

L'introduction du développement en série de Fourier (4) dans l'équation de Burgers (1) et l'égalisation terme à terme mène au système d'équations suivant :

$$\frac{\partial a_n}{\partial \sigma} = n \left[\sum_{p=1}^{n-1} \left(\frac{a_p a_{n-p}}{2} - \frac{b_p b_{n-p}}{2} \right) - \sum_{p=n+1}^{+\infty} \left(a_{p-n} a_p + b_{p-n} b_p \right) \right] - \frac{S}{\epsilon} n^2 a_n - \frac{T}{\epsilon} \sqrt{\frac{n}{2}} \left(a_n - b_n \right), \tag{5}$$

et

$$\frac{\partial b_n}{\partial \sigma} = n \left[\sum_{p=1}^{n-1} \left(\frac{a_p b_{n-p}}{2} + \frac{b_p a_{n-p}}{2} \right) + \sum_{p=n+1}^{+\infty} \left(b_{p-n} a_p - a_{p-n} b_p \right) \right] - \frac{S}{\epsilon} n^2 b_n - \frac{T}{\epsilon} \sqrt{\frac{n}{2}} \left(a_n + b_n \right), \tag{6}$$

lequel est résolu numériquement sur σ par une méthode des différences finies.

Pour une résolution numérique, un critère de troncature est défini grâce à la fréquence de coupure f_c du résonateur, ce qui limite à 40 harmoniques pour le moteur défini à la Fig. 1.

3.1 Saturation de l'amplitude de l'onde

Dans un modèle de résonateur linéaire couplé à un TAC linéaire, il existe une solution correspondant au seuil de déclenchement. Cette solution donne une distribution de température pour laquelle une oscillation acoustique auto-entretenue apparait. Cette solution permet aussi de donner qualitativement la forme du champ acoustique dans le moteur, d'amplitude théoriquement infinitésimale. Au delà du seuil de déclenchement, l'amplitude finie dans le moteur ne peut être obtenue par une description linéaire. Elle est la conséquence de différents phénomènes amenant à la saturation de la croissance de l'amplitude de l'onde acoustique, parmi lesquels on peut citer de manière non exhaustive le pompage de chaleur thermoacoustique, la convection forcée par les écoulements redressés [11, 12], la turbulence aux changements de sections et de direction [1], ou encore les pertes singulières aux interfaces des matériaux poreux [7] constituants le noyau. Considérant ici seulement le régime établi, on considérera que les deux premiers phénomènes amènent, après un régime transitoire, à une distribution stable de température dans le TAC ; ils ne seront donc pas directement pris en compte. Les drive ratio peu élevés auxquels sont sollicités les moteurs permettent en première approche de négliger les effets de la turbulence. Les pertes singulières aux interfaces des échangeurs de chaleur et du stack/régénérateur peuvent être décrites comme une baisse de pression due à la résistance au passage dans le brusque changement de section apparente du guide d'onde. Cette perte de charge est donnée pour un écoulement alternatif, par extension de la forme pour les écoulements stationnaires, sous la forme

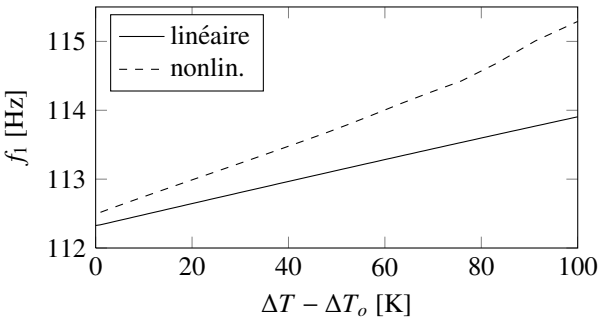

FIGURE 3 – Évolution de la fréquence de fonctionnement f_1 pour un modèle de propagation linéaire (—) et faiblement non linéaire (- -), en fonction de la température de l'échangeur chaud au delà du seuil de déclenchement sur le second mode dans le moteur droit présenté Fig 1.

$$\Delta p(t) = -\frac{1}{2} \frac{4}{3\pi} \rho_0 \left(k_1 K_{out} + k_2 K_{in} \right) v^2(t). \tag{7}$$

avec K_{in} et K_{out} valant respectivement $(1 - \phi_0/\phi_1)^2$ et $0.5(1 - \phi_0/\phi_1)^{3/4}$, où ϕ_0 est la porosité la plus importante, et ϕ_1 la porosité la plus faible. Cependant, les coefficients de pertes de charges dépendent aussi du nombre de Reynolds quand ce dernier est faible. Ce phénomène est pris en compte par les coefficients k_1 et k_2 qui permettent d'ajuster les valeurs hors des plages où les pertes sont constantes[7, chap. 3, 4 et 8].

De plus, il est a noté que, si une description linéaire du processus thermoacoustique permet bien d'en rendre compte à faible amplitude, dès que le drive ratio est supérieur à 1% cette description est insuffisante pour un caractérisation quantitative précise du fonctionnement des moteurs thermoacoustiques, et plus particulièrement ceux à ondes stationnaires [13]. Un ajustement de la température chaude T_h est donc possible dans le système, dépendant du drive ratio et de la constante de cisaillement Sh.

3.2 Detuning non linéaire

La fréquence de fonctionnement des moteurs est régie par le mode le plus instables du système. Pour les configurations les plus simples (un noyau court couplé à un résonateur simple), cette fréquence est principalement gouvernée par les modes de résonance du résonateur. Cependant, il a été montré qu'en régime non linéaire la célérité du son est fonction de l'amplitude, faisant varier la fréquence de travail [4, 6]. Les équations (1) omettent ce phénomène, et leur résolution impose donc de considérer la fréquence comme une variable du problème. La figure 3 met en évidence ce phénomène en comparant la fréquence de fonctionnement f_1 du moteur présenté Fig. 1 selon que le résonateur est linéaire ou faiblement non linéaire. Le moteur fonctionne dans cette configuration son deuxième mode au delà de son seuil de déclenchement [5].

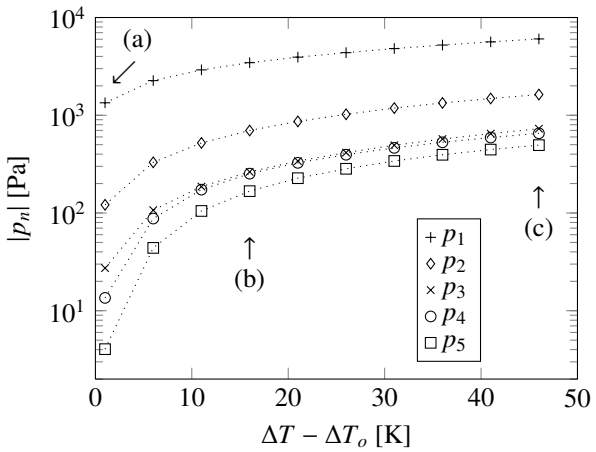

FIGURE 4 – Amplitude de saturation des 5 premiers harmoniques de pression p_n dans le moteur droit en fonction de la température au-delà du seuil de déclenchement linéaire. La fréquence fondamentale correspond au second mode du résonateur ($\lambda \simeq L$).

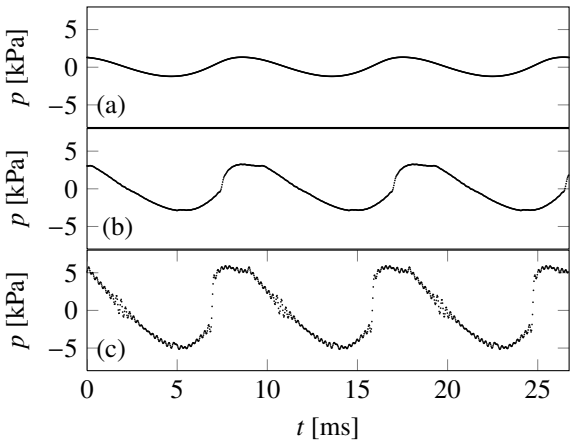

FIGURE 5 – Évolution temporelle de la pression acoustique à l'extrémité gauche du moteur de la Fig. 1 pour différents $\Delta T - \Delta T_o$. (a) : 1 K ; (b) : 16 K ; (c) : 46 K.

4 Propagation dans un moteur droit

Dans un moteur tel que celui présenté Fig. 1, et dont les dimensions sont données en annexe dans le Tableau 1, deux conditions aux frontières sont utilisées pour décrire la propagation : les deux extrémités rigides, traduites par un coefficient de réflexion R. La résolution du système formé par les équations 5 et 6 est faite en étapes successives. La variable q_+ est initiée à une valeur quelconque, mais idéalement proche de la valeur réelle, à l'extrémité du moteur. La composante q_+ est propagée dans la première partie du résonateur, à travers le noyau grâce à la matrice de diffusion, avant d'être à nouveau propagée dans la seconde partie et enfin réfléchie sur l'extrémité de coefficient de réflexion R. Suivant le chemin inverse, la composante q_- est propagée jusqu'à la position initiale, puis réfléchie sur la seconde paroi rigide. A l'itération suivante, l'amplitude de chaque harmonique est initiée par l'amplitude finale de l'itération précédente. La fréquence est ajustée pour tenir compte du *detuning* non linéaire. Ce cycle est répété jusqu'à ce que la différence entre l'amplitude totale de $q = q^+ + q^-$ à la fin d'une itération et à la fin de l'itération précédente soit inférieur à un critère de convergence. L'équilibre est alors atteint : les pertes dans le système compensent exactement l'amplification globale générée par le noyau thermoacoustique. A chaque itération, la propagation à travers le noyau exige la connaissance de q^- pour propager q^+, alors que cette valeur n'a pas encore été calculée. C'est donc la valeur de q^- à l'itération précédente qui est utilisée.

Finalement, la variable q est reconstituée par sommation de ses composantes contrapropagatives dans les résonateurs $q = q^+ + q^-$, et à l'aide de la matrice de transfert dans le noyau.

4.1 Amplitudes de saturation

La variable q pouvant représenter chacune des variables acoustiques, il a été choisi de travailler ici avec la pression acoustique p. La résolution des équations 5 et 6 permet de calculer la pression acoustique en tout point du moteur pour une distribution de température donnée. La figure 4 montre l'amplitude de saturation des premiers harmoniques de pression dans le moteur droit en fonction de l'augmentation de la température chaude au dessus du seuil de déclenchement linéaire, pour des distributions de température linéaire dans le stack et le TBT. Cette figure permet par exemple de mettre en évidence que le quatrième harmonique p_4 atteint des amplitudes équivalentes à celles du troisième harmonique p_3, signifiant que la fréquence $4f_1$ est plus amplifiée (ou moins atténuée) que la fréquence $3f_1$.

La représentation des signaux temporels correspondants est donnée Fig. 5 pour quelques températures au-delà du seuil de déclenchement. L'évolution de la forme du front d'onde est visible, d'une forme quasi-sinusoïdale près du seuil (Fig. 5.a), au choc bien formé (Fig. 5.c) formant un saut de pression de quelques kPa, en passant par un redressement progressif du front d'onde (Fig. 5.b).

4.2 Intensité acoustique

La connaissance du champ de pression acoustique en tout point du moteur donne accès à la distribution axiale de l'intensité acoustique pour chaque harmonique $I_n = \frac{1}{2} p_n v_n^*$, avec $v_n = p_n/(SZ_c)$ la vitesse acoustique où S est la section transversale apparente du résonateur et Z_c l'impédance caractéristique du guide d'onde. L'intensité acoustique totale dans le moteur est obtenue par sommation des différents harmoniques. La figure 6 présente l'intensité des deux premiers harmoniques, ainsi que l'intensité totale obtenue par sommation des 40 premiers harmoniques. Le signe de I étant représentatif de la direction du flux d'intensité acoustique ($I > 0$ vers la droite), la figure 6 met bien en évidence que le premier harmonique est amplifié par le noyau (l'intensité en sort des deux côtés) qui est alors une source d'énergie acoustique, quand le second harmonique est atténué (l'intensité "entre" dans le noyau), le noyau étant alors un *puits à énergie acoustique* qui absorbe l'énergie transférée à cette harmonique par la propagation non linéaire. L'intensité acoustique totale est la combinaison linéaire de ce phénomène pour tous les harmoniques, et s'en trouve dans cette configuration être inférieure à celle portée par le fondamental.

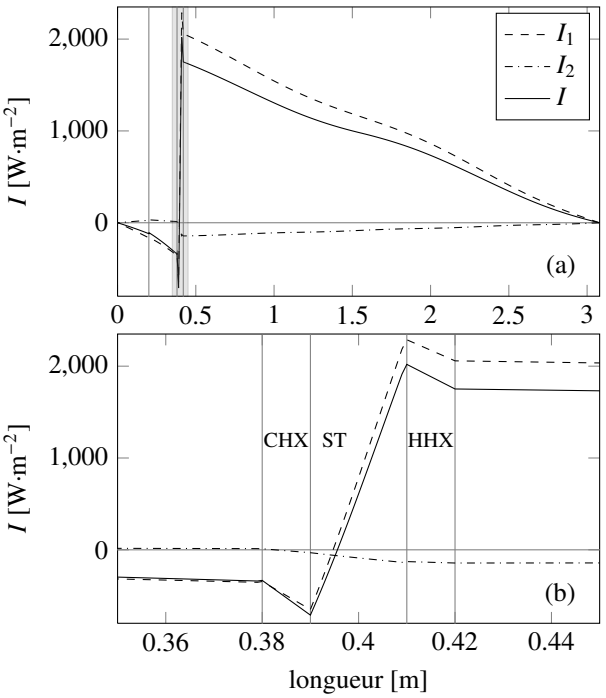

FIGURE 6 – Distribution axiale de l'intensité acoustique des deux premiers harmoniques et totale par composition des 40 premiers harmoniques dans (a) le moteur à onde stationnaire et (b)(zoom sur la zone grisée) dans son stack (ST) et ses échangeurs froid (CHX) et chaud (HHX). Le moteur est déclenché sur le second mode. Les lignes verticales délimitent les éléments du TAC.

5 Conclusion

Les premiers résultats obtenus en couplant une description linéaire de la propagation dans le noyau thermoacoustique à une modélisation faiblement non linéaire de la propagation dans les guide d'onde sont prometteurs pour l'évaluation de l'importance de ce phénomène dans la saturation de l'amplitude de l'onde acoustique dans les moteurs thermoacoustiques à ondes stationnaire. La composition spectrale du champ acoustique dans ces moteurs peut permettre de conclure sur la forme du front d'onde. De prochains développements permettront d'étendre ce travail à d'autres configurations de moteurs, notamment aux résonateurs annulaires et éventuellement, de conclure sur la concordance de ces prédictions avec des données expérimentales.

Annexe : dimensions du moteur droit

Dans le Tableau 1 sont données les dimensions des éléments constituant le moteur et quelques données utiles pour le moteur introduit Fig. 1 et utilisée pour les applications numériques présentées.

TABLEAU 1 – Dimensions du moteur.

Résonateur		**Stack**	
Longueur totale	3.08 m	Longueur	2.0 cm
Rayon interne	2 cm	Rayon hydr.	0.47 mm
Partie droite	20 cm	Porosité	0.88
Partie gauche	2.66 m	Formes des pores	carrés
Échangeurs		**TBT**	
Longueur	1.0 cm	Longueur	18 cm
Rayon hydr.	0.5 mm	Pression statique	1013 hPa
Porosité	0.66	T_c = 293 K	ΔT_o = 130 K
Forme des pores	fentes	Fluide	air

References

[1] S. Backhaus and G. W. Swift. A thermoacoustic-Stirling heat engine: Detailed study. *J. Acoust. Soc. Am.*, 107:3148, 2000.

[2] T. Biwa and T. Takahashi. Observation of traveling thermoacoustic shock waves (L). *J. Acoust. Soc. Am.*, 130(6):3558–3561, December 2011.

[3] D. T. Blackstock. Generalized Burgers equation for plane waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, 77:2050, 1985.

[4] W. Chester. Resonant oscillations in closed tubes. *J. Fluid Mech.*, 18(01):44–64, 1964.

[5] M. Guedra and G. Penelet. On the use of a complex frequency for the description of thermoacoustic engines. *Acta Acust. united Ac.*, 98(2):232–241, 2012.

[6] V. Gusev, H. Bailliet, P. Lotton, and M. Bruneau. Asymptotic theory of nonlinear acoustic waves in a thermoacoustic prime-mover. *Acta Acust. united Ac.*, 86(1):25–38, 2000.

[7] I. Idelchik. *Handbook of hydraulic resistance – Third Edition*. Begell House Publishers, 2001.

[8] L. Menguy and J. Gilbert. Non-linear acoustic streaming accompanying a plane stationary wave in a guide. *Acta Acust. united Ac.*, 86(2):249–259, 2000.

[9] L. Menguy and J. Gilbert. Weakly nonlinear gas oscillations in air-filled tubes; solutions and experiments. *Acta Acust. united Ac.*, 86(5):798–810, 2000.

[10] G. Penelet, S. Job, V. Gusev, P. Lotton, and M. Bruneau. Dependence of sound amplification on temperature distribution in annular thermoacoustic engines. *Acta Acust. united Ac.*, 91(3):567–577, 2005.

[11] G. Penelet, V. Gusev, P. Lotton, and M. Bruneau. Non-trivial influence of acoustic streaming on the efficiency of annular thermoacoustic prime movers. *Phys. Lett. A*, 351(4):268–273, 2006.

[12] G. Penelet, M. Guedra, V. Gusev, and T. Devaux. Simplified account of Rayleigh streaming for the description of nonlinear processes leading to steady state sound in thermoacoustic engines. *Int. J. Heat Mass Tran.*, 55(21–22):6042 – 6053, 2012.

[13] G. Swift. Analysis and performance of a large thermoacoustic engine. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 92(3):1551–1563, 1992.

[14] M. Tijani and S. Spoelstra. A hot air driven thermoacoustic-Stirling engine. *Applied Thermal Engineering*, 61(2):866–870, 2013.