



Concours de Jeux Mathématiques

octobre 2010

Fête de la Science en Mayenne

(© Quadrature Infernale ; I.U.T. « Tech de Co » 53000
LAVAL)

QUADRATURE INFERNALE,

depuis 1988 au département Techniques de Commercialisation de l' I.U.T. de Laval, vous a proposé ce nouveau concours, visant à mettre à l'épreuve votre sagacité, à développer votre goût de la recherche et à titiller vos neurones...

Voici les solutions des cinq énigmes

Q.I.



1. Dîtes 33 !

© Quadrature Infernale, I.U.T. « Tech de Co » de Laval, 2010

A Léon-Noël, convoqué à 10 h 01 le 30/03 pour un examen O.R.L. (Oral de Raisonnement Logique), le professeur Sinus posa la question suivante :

- *combien y a-t-il de nombres impairs entre 22 et 88 ?*

Puis, Léon-Noël ayant bien répondu, le professeur lui donna deux définitions :

1. On appelle pppm d'un nombre son plus petit multiple palindrome (non nul) ; le pppm de 33 est par exemple 33, alors que celui de 53 est 212 .
2. On associe à chaque nombre entier son nonume qui est égal à la somme de ses chiffres si cette somme est un chiffre, sinon, la somme des chiffres de cette somme si c'est un chiffre, sinon... Par exemple, le nonume de 2010 est 3 (car $2 + 0 + 1 + 0 = 3$) ; celui de 97379 est 8 (car $9 + 7 + 3 + 7 + 9 = 35$ et $3 + 5 = 8$).

Le professeur Sinus énonça alors sa deuxième question, accordant à Léon-Noël 22 minutes de réflexion :

- *pourriez-vous trouver, parmi les 33 nombres impairs compris entre 22 et 88, celui qui a le plus grand pppm ?*
- *oui je le pourrais*, répondait Léon-Noël 11 minutes plus tard.
- *bien*, dit Sinus qui dicta alors sa dernière question :
- *quel est le nonume du pppm de celui des 33 nombres impairs compris entre 22 et 88, qui a le plus grand pppm ?*

Mais, que doit répondre Léon-Noël à cette dernière question ?

- a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 9

L'observation des quarante premiers multiples des 33 nombres impairs compris entre 22 et 88 permet de trouver la plupart des pppm cherchés ; voici les couples (nombre ; pppm) qui apparaissent ainsi :

(23 ; 161) - (25 ; 525) - (27 ; 999) - (29 ; 232) - (31 ; 434) -
 (33 ; 33) - (35 ; 525) - (37 ; 111) - (39 ; 585) - (41 ; 656) - (43 ; 989) - (45 ; 585) - (47 ; 141) -
 (49 ; 343) - (51 ; 969) - (53 ; 212) - (55 ; 55) - (57 ; 171) - (59 ; 767) - (63 ; 252) - (65 ; 585) -
 (67 ; 737) - (69 ; 414) - (73 ; 292) - (75 ; 525) - (77 ; 77) - (79 ; 474) - (83 ; 747) - (85 ; 595) -
 (87 ; 696).

Nous n'avons finalement que trois nombres qui ont résisté à cette première approche ; ces trois « résistants » sont 61, 71 et 81 ;

Une étude un peu plus poussée montre que $442 \times 61 = 26962$, que $845 \times 71 = 59995$ et que le nombre 81 n'a pas de multiple palindrome inférieur à 60000 ; c'est donc 81 qui a le plus grand pppm ; on peut donc affirmer que le nonume cherché est celui du pppm de 81 qui est donc le même que celui de 81 et de tous les multiples de 9, à savoir 9.

Réponse e

4. AGIR à RIGA

© *Quadrature Infernale, I.U.T. « Tech de Co » de Laval, 2009*

Ouvert en 88, il a déjà 22 ans : le département « Tech de Co » de l'I.U.T. de LAVAL est bien connu des mayennais ; ses étudiants créent en effet, par petits groupes de cinq ou six, des associations dont certaines animent la ville et ses environs.

En 1991 déjà, l'une de ces associations, nommée à dessein « LAVALETTE LAVAL » organisait diverses manifestations autour des palindromes en vue de récolter des fonds pour financer un séjour linguistique à Malte.

En 2002, c'est OTTO (lorrain né à SENONES [88]), HANNAH (normande originaire de SEES), LEON-NOEL (de LAVAL), EVE (picarde venue de NOYON), et BOB (breton dont la famille résidait à CALLAC [22]) qui, réunis au sein de l'association « AGIR à RIGA », programmaient une grande fête du palindrome dans le but de constituer un pécule permettant de venir en aide à des jeunes d'un orphelinat letton ; cette fête ne pouvant avoir lieu le 10/01 (trop tôt), ni le 20/02 (pas de salle disponible), fut finalement organisée le 30/03.

C'est donc le samedi 30 mars 2002, c'est à dire le 454^{ème} jour du troisième millénaire, de 20 h 02 à 23 h 32, que se déroula cette fête mémorable.

Les spectateurs, hommes (ayant payé l'entrée 6 €), femmes (5 €), et enfants (3 €) auraient été 400 au total si hommes et enfants étaient venus deux fois plus nombreux ; le montant total des entrées, nous dit BOB, le trésorier, était de 969 € ; chaque homme ayant consommé en moyenne (gâteaux, sandwiches et boissons) pour 7 €, chaque femme pour 9 €, et chaque enfant pour 11 €, la recette totale des consommations était de 2002 €.

Combien y avait-il de spectateurs à la fête ?

- a) 88 b) 191 c) 202 d) 218 e) 343

Les solutions 88 et 191 sont à éliminer d'emblée (car $2 \times 88 < 400$ et $2 \times 191 < 400$), de même que la solution 343 (car $3 \times 343 > 969$) ; c'est donc 202 ou 218.

Tout porte à croire que 202 –un palindrome- est la solution !

Mais, il pourrait s'agir d'un piège agile ; il vaut donc mieux vérifier...

Notons h le nombre d'hommes, e celui des enfants et f celui des femmes.

On suppose que $h + e + f = 202$

Comme $2h + 2e + f = 400$ on obtient $h + e = 198$ (par soustraction), puis $f = 4$

Mais $6h + 3e + 5f = 969$ d'où $6h + 3e = 949$ (en remplaçant f par 4) ;

949 n'étant pas un multiple de 3, alors que $6h + 3e$ l'est, ceci est impossible.

Il s'ensuit que $h + e + f = 218$.

Réponse d

Remarque :

Si l'on n'avait pas les cinq propositions, on noterait que (notations ci-dessus) :

$$2h + 2e + f = 400$$

$$6h + 3e + 5f = 969$$

$$7h + 11e + 9f = 2002$$

Multiplions ces équations respectivement par 2, 4 et 3 et additionnons les ; cela donne :

$$(4 + 24 + 21)h + (4 + 12 + 33)e + (2 + 20 + 27)f = 2 \times 400 + 4 \times 969 + 3 \times 2002$$

$$\text{Ou encore } 49 \times (h + e + f) = 10\,682 \quad \text{et donc} \quad h + e + f = 218$$

Réponse d

Compléments :

On peut bien sûr résoudre le système de trois équations

$$2h + 2e + f = 400$$

$$6h + 3e + 5f = 969$$

$$7h + 11e + 9f = 2002$$

par exemple en utilisant le calcul matriciel ; on obtient alors $h = 81$; $e = 101$; $f = 36$

évidemment, on a alors

$$h + e + f = 218$$

Réponse d



5. Les signes astraux

© *Quadrature Infernale, I.U.T. « Tech de Co » de Laval, 2010*

Née sous le signe des gémeaux, en 1994, Sixtine a seize ans ; son frère Cadet, né le 4 mars 2002 est du signe des poissons ; curieusement, Cadet est né le 1^{er} jour de la semaine (un lundi), la 2^{ème} année du vingt-et-unième siècle (2002), le 3^{ème} mois de l'année (mars), le 4^{ème} jour du mois (le 4).

Leur jeune frère Benjamin est né le X^{ème} jour de la semaine, lors de la (X+1)^{ème} année du vingt-et-unième siècle, le (X+2)^{ème} jour du (X+3)^{ème} mois.

Mais, quel est le signe astral de Benjamin ?

- a) Bélier b) Lion c) Vierge d) Balance e) Scorpion

Plusieurs possibilités a priori : Benjamin pourrait être né le

1	lundi	2002	3	avril	(mois 4 °)
2	mardi	2003	4	mai	(mois 5 °)
3	mercredi	2004	5	juin	(mois 6 °)
4	jeudi	2005	6	juillet	(mois 7 °)
5	vendredi	2006	7	août	(mois 8 °)
6	samedi	2007	8	septembre	(mois 9 °)
7	dimanche	2008	9	octobre	(mois 10°)

Prenons un calendrier ; par exemple sur un tableur ou bien sur les pages web de Quadrature Infernale (: <http://perso.univ-lemans.fr/~hainry/calend.html>) On trouve que :

2002 a pour lettre dominicale F	et le 3 avril est un	mercredi.
2003 a pour lettre dominicale E	et le 4 mai est un	dimanche
2004 a pour lettres dominicales DC	et le 5 juin est un	samedi
2005 a pour lettre dominicale B	et le 6 juillet est un	mercredi
2006 a pour lettre dominicale A	et le 7 août est un	lundi
2007 a pour lettre dominicale G	et le 8 septembre est un	samedi
2008 a pour lettres dominicales FE	et le 9 octobre est un	jeudi

Une seule de ces dates convient donc : c'est le samedi 8 septembre 2007,
et Benjamin est du signe de la Vierge.

Réponse c



Les 25 gagnants (ordre alphabétique des prénoms) sont :

Alexandre SRON écolier - * - Alexis LEMESLE lycéen - * -
 André GOURVES grand public - * - Auguste FOUCAULT lycéen - * -
 Aurore LABBE grand public - * - Béatrice LEBRETON grand public - * -
 Camille GARNIER grand public - * - Charlène GAUTIER lycéenne - * -
 Charlotte HELBERT lycéenne- * - Clément DUPUY lycéen - * -
 Damien BESNARD lycéen - * - Denis GEMOND enseignant - * -
 Jean-Michel POIRIER lycéen - * - Julien LALONNIER lycéen - * -
 Lauriane GAUTIER étudiante - * - Loïc SAUDRAY grand public - * -
 Louis-Etienne CHOPIN lycéen - * - Manuela RAIMBAULT étudiante - * -
 Marc-Antoine POIRIER lycéen - * - Marie-Claude HELBERT grand public - * -
 Mouy-Kuong SRON enseignant - * - Samantha T'KINT grand public - * -
 Tanguy GOUPIL lycéen - * - Thierry PLAÏ grand public - * -
 Vincent BARRE enseignant - * -

Tous ont résolu les cinq énigmes et sont relativement proches de la bonne réponse à la question subsidiaire (c'était 32)