Concours Exposcience Mayenne 2007

SOLUTIONS

(concours proposé par **Quadrature Infernale ; I.U.T. « Tech de Co »** 53000 LAVAL)
Réf : GH / courriel gilles.hainry@univ-lemans.fr

Le Sudoku d'Ukodus

Il y a un « 9 » et un seul sur chaque ligne ;
La somme des numéros des lignes contenant un « 9 » est donc 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9.

Il y a un « 9 » et un seul sur chaque colonne ;
La somme des numéros des colonnes contenant un « 9 » est donc 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1.

On en déduit que le poids total des neuf « 9 » est :

$$\begin{array}{rl} & 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 \\ + & 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \\ = & 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 \\ = & 90 \end{array}$$

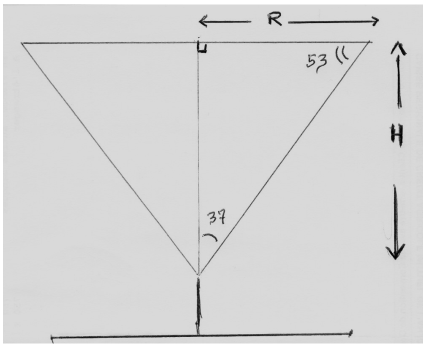
Il y a déjà cinq « 9 » sur la grille de poids respectifs :
9 (ligne 1, colonne 8), 4 (ligne 3, colonne 1), 11 (ligne 6, colonne 5), 11 (ligne 7, colonne 4) et 18 (ligne 9, colonne 9)

Le poids total de ces cinq « 9 » est donc 9 + 4 + 11 + 11 + 18 **=** 53

On a 90 – 53 **=** 37, d'où le résultat :

Le poids total des quatre « 9 » qui manquent est 37

Un doigt d'umeschu



Soit R le rayon du disque supérieur du cône, H sa hauteur et V son volume. On a $V = \pi \cdot R^2 \cdot H \div 3$ avec $H \div R = \tan 53$ ou $R = H \div \tan 53 = H \cdot \tan 37$

Donc $V = \pi \cdot H^3 \tan^2(37) \div 3$

et ainsi $H = \sqrt[3]{3 \cdot V \div (\pi \cdot \tan^2(37))}$

Nous cherchons H en mm ; V = 2,55 cl = 25 cm^3 = 25 000 mm^3 ; en reportant dans la formule précédente, on trouve :

$$H = \sqrt[3]{3 \cdot 25500 \cdot V \div (\pi \cdot \tan^2(37))} \cong 35{,}002mm$$

La hauteur du cône, arrondie au mm le plus proche est donc 35

La politique de l'enfant unique

Considérons un échantillon représentatif des habitants de l'île de PERUBUconstitué de 100 familles ayant des enfants ;
25 familles ont deux enfants, soit 50 au total ;
75 familles ont un enfant, d'où 75 au total.

On a alors 50 + 75 = 125 enfants dont 75 enfants uniques.

Cela donne une proportion de 75/125 = 3/5 = 60/100 d'enfants uniques.

La proportion d'enfants uniques parmi tous les enfants de l'île est donc 60 %.

Le palindrome

Il y a 141 km de Laval (53) à Tours (37) nous dit l'indice ;
ceci suggère que 37 et 53 pourraient bien être les nombres a et b.

Les premiers multiples palindromes de 37 sont 111, 222, 333, 444, 555…

On a 111 x 53 = 5883 ☹ 222 x 53 = 11766 ☹ 333 x 53 = 17649 ☹ et 444 x 53 = 23532 ☺

De plus, 23532 / 37 = 636 ☺

Donc 23532 est un palindrome multiple commun de 37 et 53 qui est le produit de 37 par le palindrome 636 et aussi le produit de 53 par le palindrome 444.

Il faut tout de même vérifier que c'est bien le pppmc de 53 et 37.

Les multiples communs de 37 et 53 sont les multiples de leur produit 1961, soit 1961 ☹, 3922 ☹, 5883 ☹, 7844 ☹, 9805 ☹, 11766 ☹, 13727 ☹, 15688 ☹, 17649 ☹, 19610 ☹, 21571 ☹, 23532 ☺…

On peut donc conclure : les nombres a et b sont 37 et 53 et

Le pppmc de a et b est 23532

Post-Scriptum :

Sans indice, avec un tableur ou une calculette, on obtient les résultats suivants :
Pour les couples de nombres premiers complémentaires a et b tels que a < b on a :

a	b		a x b	pppmc	pppmc/a		pppmc/b	
7	83		581	79597	11371	☹	959	☺
11	79		869	9559	869	☹	121	☺
17	73		1241	69496	4088	☹	952	☹
19	71		1349	83638	4402	☹	1178	☹
23	67		1541	53935	2345	☹	805	☹
29	61		1769	76067	2623	☹	1247	☹
31	59		1829	16461	531	☹	279	☹
37	**53**		**1961**	**23532**	**636**	☺	**444**	☺
43	47		2021	2429242	56494	☹	51686	☹

On trouve deux ☺ sur l'avant dernière ligne et seulement sur cette ligne ; il y a donc un couple unique (a ; b) de nombres qui conviennent, à savoir (37 ; 53), et leur pppmc est bien 23532.

On pourra noter également que 1961, produit de 37 et 53, est un ambigramme (comme « nounou »), ce qui devrait ravir les lecteurs d' "Anges & Démons ".

N.B. : attention, 1 n'est pas premier, ce qui rend le couple trivial (a ; b) = (1 ; 89) inadapté ; même si 979 a tenté plusieurs concurrents, il n'est pas le pppmc cherché !