

Concours de Jeux Mathématiques

Organisé par

Exposcience 2010 Laval (53)

Solutions

mai 2010

Enigmes © **Quadrature Infernale** ; I.U.T. « Tech de Co » 53000 LAVAL –
Réf : GH / courriel gilles.hainry@univ-lemans.fr
Web : <http://www.univ-lemans.fr/~hainry>

1. Palindromes

© Quadrature Infernale, I.U.T. « Tech de Co » de Laval, 2010

Créée en 88 à LAVAL, royaume d'UBU et capitale du palindrome, l'association Quadrature Infernale a 22 ans ; LEON-NOEL, mayennais curieux, remarque que $88 \times 53 = 4664$ est un palindrome... Mais,

Combien 53 possède-t-il de multiples inférieurs à 5335 qui sont des palindromes ?

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

Parmi la centaine de multiples de 53 (on ne comptera pas 0) inférieurs à 5335, soit 53, 106, 159, 212, 265, 318, 371, 424, 477, ... 5141, 5194, 5247 et 5300 se trouvent : 212, 424, 636, 848, 2332, 4664 soit 6 palindromes

réponse c)

2. Les sept pêcheurs

© Quadrature Infernale, I.U.T. « Tech de Co » de Laval, 2010

Trois ouvriers agricoles réalisent la cueillette des fruits de trois pêcheurs en trois heures.

Combien de temps faut-il à quatorze ouvriers pour ramasser les fruits de sept pêcheurs ?

- a) 1 h 30 mn b) 2 h 00 mn c) 2 h 30 mn d) 3 h 00 mn e) 3 h 30 mn

Un ouvrier cueille les fruits d'un pêcher en trois heures,
Sept ouvriers cueillent les fruits de sept pêcheurs en trois heures,
et quatorze ouvriers cueillent les fruits de sept pêcheurs en deux fois moins de temps !

réponse a)

3. Les fibonachiffres

© Quadrature Infernale, I.U.T. « Tech de Co » de Laval, 2010

Adeptes de numérogie, ANNA associe à chaque nombre entier son nonume qui est égal à la somme de ses chiffres si cette somme est un chiffre, sinon, la somme des chiffres de cette somme si c'est un chiffre, sinon... Par exemple, le nonume de 53 est 8 (car $5 + 3 = 8$) ; celui de 5335 est 7 (car $5 + 3 + 3 + 5 = 16$ et $1 + 6 = 7$) ; celui de 99399 est 3 (car $9 + 9 + 3 + 9 + 9 = 39$ et $3 + 9 = 12$ et $1 + 2 = 3$)... Anna s'intéresse aux nonumes des termes successifs de la suite de Fibonacci (suite dont les deux premiers termes sont 1 et 1 et dont chaque terme, à partir du troisième est la somme des deux termes qui le précèdent) ; elle les appelle des fibonachiffres !

La suite de Fibonacci commençant par :

1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; 144 ; 233 ; 377 ; 610 ; 987 ; 1 597 ; 2 584 ...

Celle des fibonachiffres commence par :

1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 4 ; 3 ; 7 ; 1 . 8 . 9 ; 8 ; 8 ; 7 ; 6 ; 4 ; 1 ...

Mais,

Quel est donc le 2010^{ème} fibonachiffre ?

- a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 9

En fait, chaque fibonachiffre est (à partir du troisième) le nonume de la somme de ses deux prédécesseurs ; ainsi, la suite des fibonachiffres est :

1, 1, 2, 3, 5, 8, 4, 3, 7, 1, 8, 9, 8, 8, 7, 6, 4, 1, 5, 6, 2, 8, 1, 9,

1, 1, 2, 3, 5, 8, 4, 3, 7, 1, 8, 9, 8, 8, 7, 6, 4, 1, 5, 6, 2, 8, 1, 9,

1, 1, 2, 3, 5, 8, 4, ...

C'est une suite périodique dont la période compte 24 termes ; le 2 010^{ème} fibonachiffre est donc égal au 18^{ème}, (car $2010 - 24 \times 83 = 18$), soit 1.

réponse a)

4. Les clous de Clovis

© Quadrature Infernale, I.U.T. « Tech de Co » de Laval, 2010

Le voyageur qui venant de Sainte Suzanne se dirige plein sud vers Sablé sur Sarthe traverse inmanquablement Epineux le Seguin, petit village situé aux confins de la Mayenne. Clovis qui est né dans le village et y habite encore avait remarqué dès son jeune âge son insensibilité aux piqûres des ronces nombreuses en cette contrée. Depuis, il s'adonne au fakirisme ; ayant des capacités mathématiques aiguës, Clovis a doté la planche (horizontale) qui lui sert de lit du plus grand nombre possible de clous (verticaux) ; sa seule contrainte : qu'aucun clou n'ait son axe situé à moins de 53 mm de l'axe d'un autre clou ou du bord de la planche ! La planche est un rectangle de 1900 mm x 880 mm.

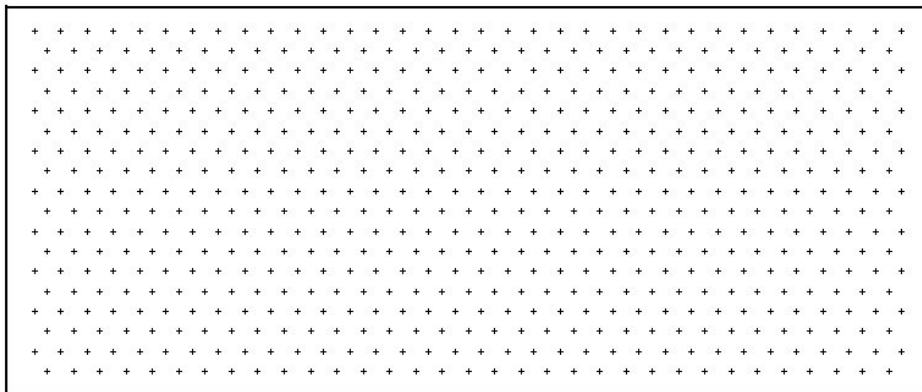
Le nombre de clous est ... ?

- a) inférieur ou égal à 484
b) compris entre 485 et 523
c) compris entre 524 et 562
d) compris entre 563 et 601
e) supérieur ou égal à 602

Si l'on dispose les clous en quinconce (voir figure) on peut obtenir 18 lignes espacées d'environ 45,529 mm, la première et la dernière étant situées à 53 mm du bord de la planche.

9 lignes contiennent 34 clous ; les 9 autres 33.

Sur une ligne de 34 clous, le premier et le dernier sont à 53 mm du bord le plus proche et deux clous voisins sont à environ 54,363 mm l'un de l'autre.



La distance minimale entre deux clous d'une oblique est $[45,529^2 + (54,363/2)^2]^{1/2}$ soit environ 53,025 mm.

On a ainsi $34 \times 9 + 33 \times 9 = 603$ clous. Peut-être Clovis a-t-il réussi à mettre davantage de clous sur sa planche ? En tous cas, il en a au moins 603 !

réponse e)

5. La télé de Télémaque

© *Quadrature Infernale, I.U.T. « Tech de Co » de Laval, 2010*

Télémaque a acheté à Laval un téléviseur dont l'écran rectangulaire a un format (Longueur/largeur) compris entre $3/2$ et $16/9$. La diagonale de l'écran mesure 53 centimètres et ses côtés ont des mesures qui, exprimées également en centimètres, sont des entiers. Le prix de ce poste de télévision est de vingt centimes le centimètre carré d'écran

Combien Télémaque a-t-il payé son téléviseur ?

- a) 199 € b) 212 € c) 229 € d) 252 € e) 289 €

Il convient ici tout d'abord de trouver (application du théorème de Monsieur Pythagore) deux entiers dont la somme des carrés est $53^2 = 2809$

Seuls 28 et 45 conviennent ; et l'on a bien $3/2 < 45/28 < 16/9$. On a alors une surface d'écran de $28 \times 45 = 1260 \text{ cm}^2$; cela donne un prix de $1260 \times 0,2 = 252 \text{ €}$

réponse d)