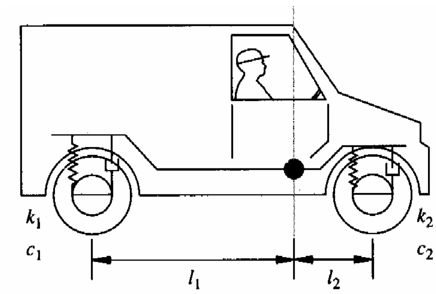
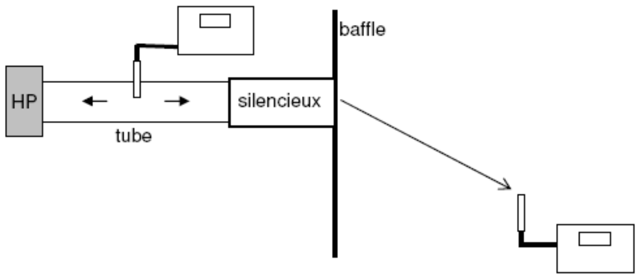
2ème Année
2008-2009

VIBRATONS & ACOUSTIQUE 1

Travaux dirigés





Planning des séances

Séance	Sujet
1	1
2	1-2
3	2-3
4	4
5	5
6	5-6
7	6-7
8	7

Rédaction : F. Gautier, J.-C. Pascal
Encadrement : M. Pinho, J.-C. Pascal

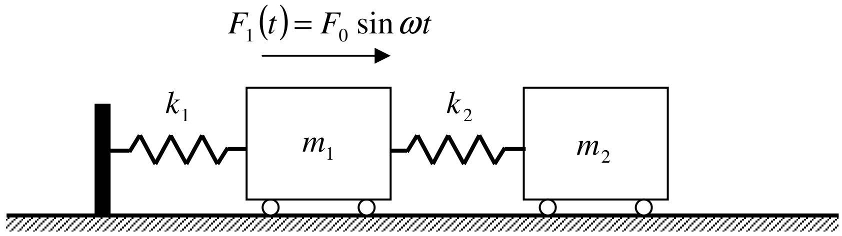
Vibrations - Acoustique 1 - TD n°1

Réponses libre et forcée d'un système à 2 ddl

La réponse d'un oscillateur à 1 ddl à une excitation harmonique est maximale lorsque la fréquence de la source excitatrice est voisine de la fréquence de résonance du système (voir TD 2). Le système étant caractérisé par sa masse m, son coefficient d'amortissement c, sa raideur k, l'amplitude de l'oscillation est maximale lorsque la pulsation excitatrice ω vérifie :

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1-2\zeta^2}\ , \text{ avec } \omega_0 = \sqrt{k/m} \text{ et } \zeta = c/(2m\omega_0).$$

On rappelle que la pulsation de résonance de l'oscillateur amorti s'écrit $\omega_d = \omega_0\sqrt{1-\zeta^2}$. Lorsque l'amortissement réduit ζ est petit devant 1, la relation ci-dessus s'écrit $\omega \cong \omega_d \cong \omega_0$ (Ces égalités sont strictes si l'oscillateur est non amorti). Lorsque la pulsation excitatrice ne peut pas être modifiée et que la condition de résonance ci-dessus est vérifiée, deux solutions simples sont possibles pour limiter l'amplitude des vibrations : la première consiste à modifier la masse m et la raideur k de façon à déplacer la pulsation de résonance. La seconde consiste à ajouter au système initial un autre système à 1ddl, qualifié d'auxiliaire. Ce système auxiliaire est appelé absorbeur dynamique. L'ensemble du dispositif constitue alors un système à 2 ddl. Un réglage adéquat des paramètres de l'absorbeur dynamique permet de réduire l'amplitude des vibrations.



<u>1ère Partie : étude du régime forcé d'un oscillateur à 2 ddl.</u>

1- Les paramètres du système initial sont notés m_1 et k_1 (système non amorti). Les paramètres du système auxiliaire sont notés m_2 et k_2. Les déplacements de m_1 et m_2 par rapport à leur position d'équilibre sont notés x_1 et x_2. Le système initial est excité par une force harmonique $F_1(t) = F_0 \sin\omega t$. Donner l'équation différentielle vérifiée par $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$. Définir la matrice masse **M** et la matrice raideur **K**.

2- En régime permanent, la réponse $\mathbf{x}(t)$ du système est harmonique et peut s'écrire sous la forme $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix} e^{j\omega t}$. Donner l'équation matricielle vérifiée par le vecteur amplitude $\begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix}$.

3- Déterminer x_{10} et x_{20}.

4- A quelle condition l'amplitude du mouvement de m_1 est-elle nulle ? Montrer que cette condition permet le dimensionnement de l'absorbeur dynamique.

5- Tracer l'évolution du rapport x_{10}/F_0 en fonction de ω. Interpréter. A quoi correspondent les deux fréquences singulières que vous pouvez mettre en évidence ? Expliquer qualitativement comment est modifiée la courbe précédente en présence d'amortissement.

2ième Partie : étude du régime libre d'un oscillateur à 2 ddl.

Les matrices masse et raideur du système précédent sont données par $\mathbf{M}=\begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ et $\mathbf{K}=\begin{bmatrix} 27 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$.

Ces valeurs sont quelconques et ne vérifient a priori pas la relation obtenue à la question 4 de la 1ère partie. On s'intéresse ici au régime libre de l'oscillateur (plus de force excitatrice !), et on cherche pour cela à déterminer ses modes propres. Les conditions initiales imposées à l'oscillateur sont données par

$$\mathbf{x}(0)=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \dot{\mathbf{x}}(0)=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

1- Déterminer la matrice $\mathbf{M}^{-1/2} = \mathrm{diag}\left(1/\sqrt{m_i}\right)$.

2- Effectuer le changement de variable $\mathbf{x}=\mathbf{M}^{-1/2}\,\mathbf{q}$. Normaliser l'équation du mouvement par rapport à la masse. Calculer la nouvelle matrice de raideur $\tilde{\mathbf{K}}$.

3- On cherche une solution de la forme $\mathbf{q}(t)=\mathbf{v}\,e^{j\omega t}$. Donner l'équation vérifiée par ω (équation dite équation caractéristique ou équation aux valeurs propres). Résoudre et donner les pulsations propres ω_i.

4- Déterminer les vecteurs propres $\mathbf{u}_i$ associés à chaque pulsation propre. Déterminer les vecteurs normés $\mathbf{u}_i = \mathbf{v}_i/\|\mathbf{v}_i\|$.

5- Vérifier que $\mathbf{u}_1$ et $\mathbf{u}_2$ sont orthogonaux.

6- On définit la matrice de passage $\mathbf{P}=[\mathbf{u}_1\ \mathbf{u}_2]$. Vérifier les relations $\mathbf{P}^{\mathbf{T}}\,\mathbf{P}=\mathbf{I}$ et $\mathbf{P}^{\mathbf{T}}\tilde{\mathbf{K}}\,\mathbf{P}=\mathrm{diag}\left(\omega_i^2\right)$.

7- Effectuer le changement de variable $\mathbf{q}(t)=\mathbf{P}\,\mathbf{r}(t)$. Donner l'équation vérifiée par le vecteur des coordonnées modales $\mathbf{r}(t)$. Quel est l'intérêt d'effectuer d'exprimer l'équation du mouvement dans la base modale ?

8- Exprimer les conditions initiales dans la base modale. Déterminer $\mathbf{r}_0$ et $\dot{\mathbf{r}}_0$.

9- Donner la solution $\mathbf{r}(t)$ vérifiant les conditions initiales.

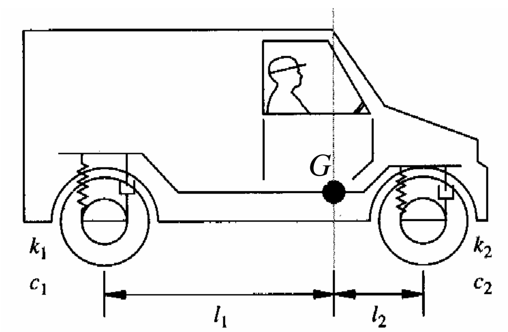
10- En déduire le vecteur des déplacements $\mathbf{x}(t)$.

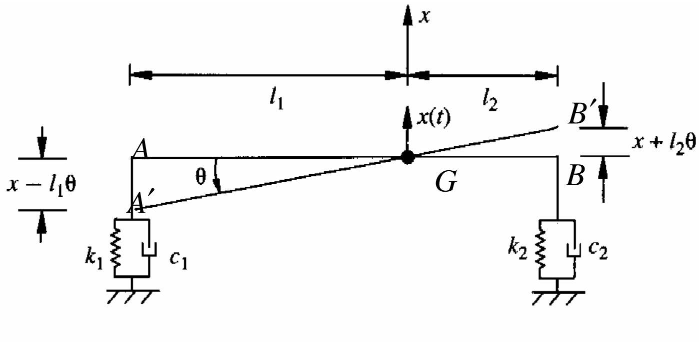
11- Décrire la méthode permettant le calcul de la réponse $\mathbf{x}(t)$ à une excitation non périodique.

Vibrations - Acoustique 1 - TD n°2

Réponse d'un système à 2 ddl à une excitation quelconque

L'étude proposée concerne les mouvements de tangage (oscillations d'avant en arrière) et de pompage (oscillations de haut en bas) d'un camion. Celui-ci est assimilé à un corps rigide de masse m, de centre d'inertie G, de moment d'inertie J par rapport à (Gz) (voir figures 1 et 2). Le véhicule repose sur un plan horizontal et les contacts roues/sol sont fixes, mais des oscillations de la carrosserie peuvent exister, engendrées par des efforts extérieurs dont la résultante est noté F(t) et dont le moment résultant au point G est noté $M_G(t)$. Les mouvements étudiés sont symétriques par rapport au plan Gxy. La position du camion est donc déterminée par deux paramètres : la position verticale x(t) du point G et l'angle de tangage θ(t). Les suspensions avant et arrière sont assimilées à deux ensembles ressort/amortisseur. Les oscillations étudiées étant de faible amplitude, on peut supposer que les déplacements des essieux (points A et B) sont supposés suffisamment petits pour que les directions (AA') et (BB') restent verticales.





1- Donner les équations du mouvement du véhicule. Ecrire ces équations sous forme matricielle (on note M, C et K les matrices masse, amortissement et raideur).

2- Pour un camion, des valeurs typiques des paramètres sont les suivantes : m = 4000kg, $c_1=c_2=2000\mathrm{Nsm}^{-1}$, $k_1=k_2=20000$ N m^{-1}, $l_1=0.9$m, $l_2=1.4$m, $J=mr^2$ avec $r^2=0.64\mathrm{m}^2$ (r : rayon de giration). Les matrices M, C et K sont alors données par

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix}4000 & 0\\ 0 & 2560\end{bmatrix},\ \mathbf{C}=\begin{bmatrix}4000 & 1000\\ 1000 & 5540\end{bmatrix},\ \mathbf{K}=\begin{bmatrix}40000 & 10000\\ 01000 & 55400\end{bmatrix}.$$

Remarquer que C=0.1 K. Comment qualifie t-on un modèle d'amortissement vérifiant une propriété de ce type. En quoi cette propriété est-elle importante ?

3- On cherche à déterminer les équations du mouvement dans la base modale.Déterminer $M^{-1/2}$.

Poser $\begin{bmatrix}\mathbf{X}\\ \Theta\end{bmatrix}=\mathbf{M}^{-1/2}\mathbf{Q}$. Déterminer les matrices d'amortissement et de raideur de l'équation du mouvement normalisée par rapport à la masse.

4- Donner les pulsations propres du système conservatif associé et les vecteurs propres correspondant à chaque pulsations propres.

5- Construire la matrice de passage P entre la base initiale et la base modale du système conservatif.

6- On pose Q=PR. Déterminer les équations vérifiées par les coordonnées modales $R=[r1(t)\ r2(t)]^T$.

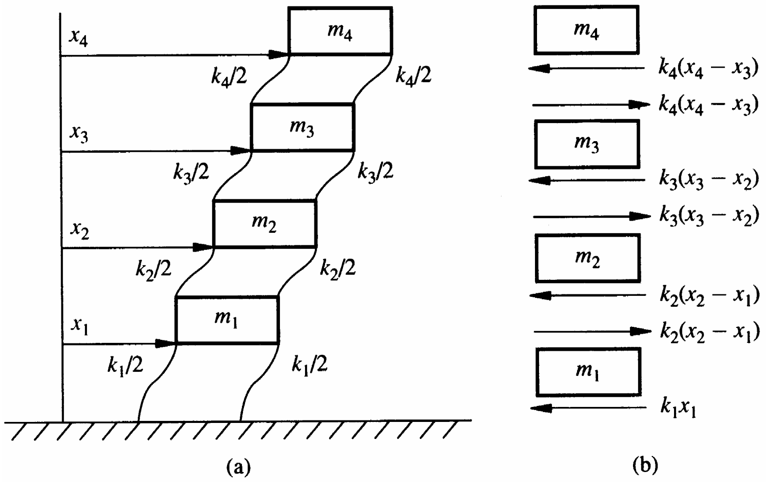
7- Résoudre les équations vérifiées par r1(t) et r2(t) dans le cas où F(t)=0 et $M_G(t)$ est une impulsion d'amplitude unitaire (Dirac).

8- Déterminer le pompage x(t) et le tangage θ(t) induit par l'excitation décrite en 5.

Vibrations - Acoustique 1 - TD n°3

Système à 4 ddl : Etude d'un modèle d'immeuble

Un immeuble à 4 étages peut être modélisé par un système discret à 4 ddl. Les 4 masses du modèle correspondent aux masses des étages. Les forces de rappel s'exerçant entre deux étages, supposées élastiques sont caractérisées par 4 raideurs (voir figure).



1) Ecrire sous forme matricielle le système d'équations vérifiées par les déplacements x_1, x_2, x_3 et x_4 des 4 étages par rapport à leur position d'équilibre. Les phénomènes dissipatifs sont ignorés dans un premier temps.

2) Le programme TD3.m permet le calcul des modes propres et des oscillations libre du système. Excécuter ce programme. Figure 1 : qu'est-ce qu'une déformée modale ?

3) Que fait la fonction Matlab eig ? Vérifier si les vecteurs propres sont normés.

4) Les oscillations libres du système sont calculées à partir des conditions initiales suivantes: $\mathbf{x}_0 = [0.025 \quad 0.020 \quad 0.010 \quad 0.001]$ et $\dot{\mathbf{x}}_0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$
Qu'elle est la caractéristique de la réponse vibratoire (Figure 2) ?

5) Quels sont les jeux de conditions initiales pour lesquels la réponse libre du système est sinusoïdale ?

6) Les taux d'amortissement modaux valent $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = \zeta_4 = 1\%$. Qu'elles sont les modifications qui seront apportées à la réponse libre ?

7) Le système est excité par une force harmonique horizontale $F_1(t) = F_1 \exp(j\omega t)$ appliquée au premier étage. Quelles sont les forces modales correspondant à cette excitation ? Observer les déplacements de chaque étage en fonction de la fréquence (Figure 3). A quoi correspondent les fonctions de transfert $H_{11}(f)$ et $H_{31}(f)$.

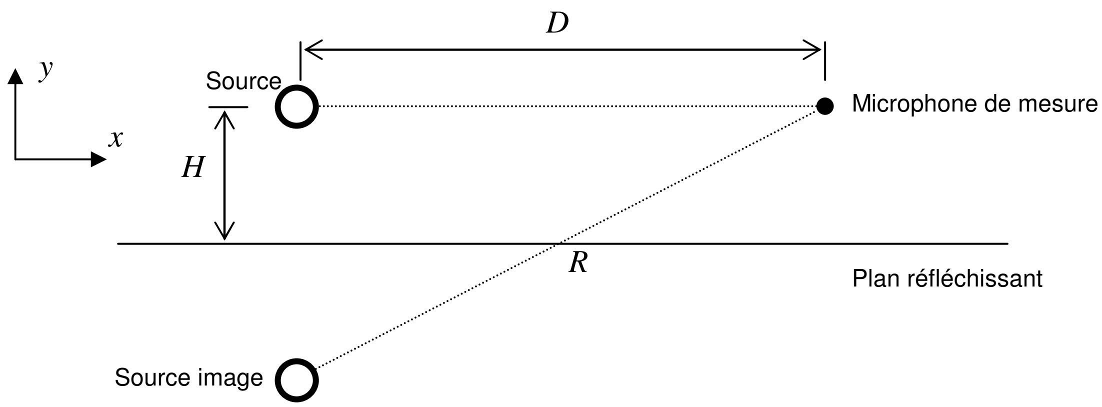
Question subsidiaire : Si on rigidifie la base de l'édifice en modifiant k_1 et k_2, comment les fréquences propres et les déformées modales vont-elles être modifiées ? Utiliser le programme pour le savoir !

Mesure au-dessus d'un plan réfléchissant

On veut déterminer le niveau de pression produit par une source assimilée à un monopole ponctuel à une distance D en champ libre. Cette source émet à la fréquence *f*.

Pour des raisons pratiques la mesure doit être faite la source étant placée à une hauteur *H* au-dessus d'un plan parfaitement réfléchissant. Le microphone de mesure est situé à la distance *D* du centre de la source et à une hauteur *H* du plan réfléchissant.

La pression captée par le microphone est la somme de la contribution directe de la source et de la contribution d'une source image de même amplitude dont la position est symétrique par rapport au plan réfléchissant.



1) Exprimer la pression (complexe) à l'emplacement du microphone de mesure.

2) Calculer la vitesse particulaire correspondante.

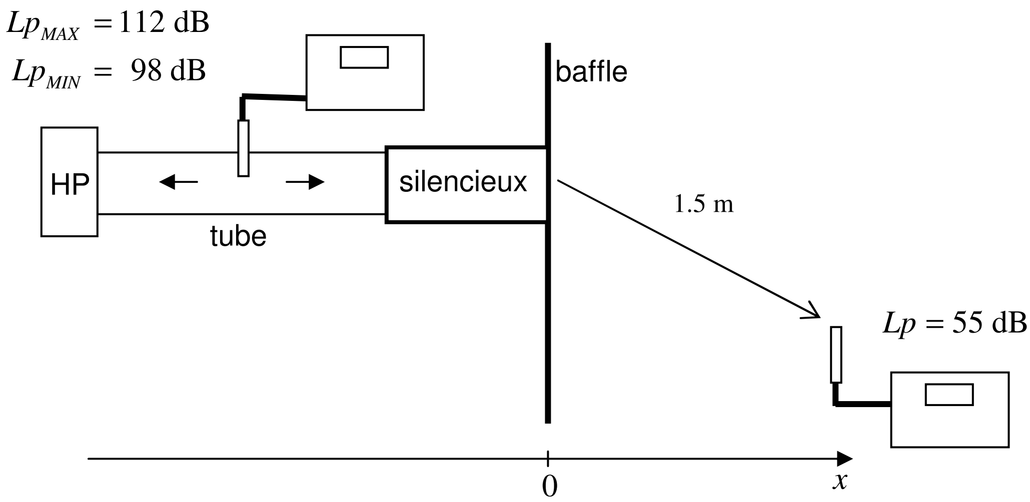
3) Exprimer le carré de la pression efficace mesurée par le microphone placé au-dessus du plan réflechissant en fonction de *D* et de *H*, ainsi que de l'amplitude *A* de la source.

4) Comment évolue la pression quand on déplace le microphone le long du plan réfléchissant? Expliquer le phénomène.

5) Déterminer une correction à appliquer au niveau de pression en dB mesuré en 3) pour retrouver le niveau de pression qui serait mesuré *en champ libre*.

6) Existe-il une distance *D* pour laquelle on puisse mesurer au dessus du plan réfléchissant directement la valeur en *champ libre* ? Si oui, exprimer cette distance.

Silencieux et ondes stationnaires



Un fabricant de silencieux industriels veut caractériser son produit en déterminant son atténuation qui se définit comme la valeur en dB de la puissance incidente sur la puissance transmise

$$A = 10\log\frac{W_I}{W_T} = Lw_I - Lw_T$$

Pour cela, il place le silencieux à l'extrémité d'un tube de $0.1\,\text{m}$ de diamètre dont un haut-parleur monté à l'autre extrémité constitue la source sonore. L'industriel dispose seulement d'un sonomètre. A la fréquence qui l'intéresse, il mesure à l'intérieur du tube un niveau de pression maximal de 112 dB et un niveau minimal de 98 dB.

La sortie du silencieux débouche dans un baffle plan et l'opérateur constate qu'elle rayonne comme une source omnidirectionnelle dans le demi-espace délimité par le baffle. A 1.5 m il mesure un niveau de pression de 55 dB.

Quelle est l'atténuation du silencieux ?

Détermination du temps de réverbération d'un local

Le volume d'une pièce est de $324m^3$. Les murs ont une surface de $122m^2$ et un coefficient d'absorption moyen de 0.03. Le plafond a une aire de $98m^3$ et un coefficient d'absorption moyen de 0.8. Le sol a une aire de $98m^3$ et et un coefficient d'absorption moyen de 0.03.

1- Quel est le coefficient d'absorption moyen du local ?

2- Déterminer le temps de réverbération de la pièce.

Détermination de la puissance acoustique d'une machine

Un ensemble de 20 machines sont installées dans un atelier de $20 \times 10 \times 5$ m. Le temps de réverbération du local vide est de 1.5s. On suppose que chaque machine a une absorption de 1 Sabine.

Estimer la puissance acoustique de chaque machine si le niveau de pression est de 90dB quand toutes les machines fonctionnent?

Modification de l'aire d'absorption d'un auditorium par le public

Un auditorium de $7 \times 15 \times 30$ m ayant un temps de réverbération de 2s est sonorisé par une source électro-acoustique.

1- Quel est le coefficient d'absorption moyen des parois de l'auditorium ?

2- Quelle est puissance acoustique nécessaire pour obtenir un niveau sonore de 60dB ?

3- Si la salle contient 400 personnes ajoutant chacunes 0.5 Sabine à l'aire d'absorption, quel est le nouveau temps de réverbération ?

4- Quel est le niveau sonore dans la salle ?

Détermination de la puissance acoustique d'une source

Une source omnidirectionnelle de petites dimension est placée dans un local de $8 \times 5 \times 4$ m. Pour déterminer la puissance acoustique de cette source, on effectue des mesures sur une surface sphérique de 1m de rayon à l'aide d'un intensimètre. En un même point de mesure, l'intensimètre fournit la composante normale de l'intensité acoustique L_I=80dB et le niveau de pression L_P=85dB.

1- Déterminer la puissance acoustique de la source et exprimer la en décibels.

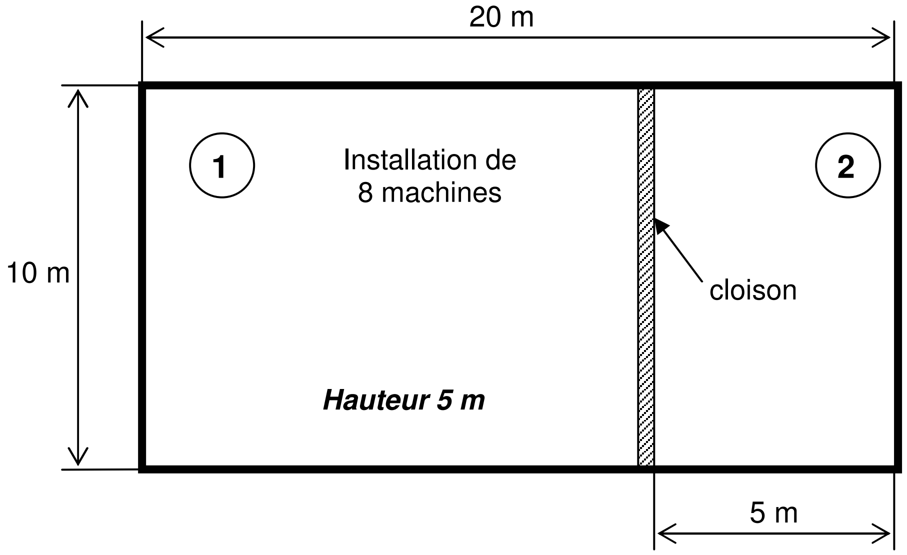
2- Déterminer le temps de réverbération du local.

3- Le test d'un matériau absorbant au tube de Kundt a permis de mesurer un rapport de 10dB entre les maximums et les minimums de pression de l'onde quasi-stationnaire. Déterminer le coefficient d'absorption du matériau.

4- On place $40m^2$ de ce matériau sur les murs de la salle. A quelle distance de la source observe-t-on une augmentation de 3dB par rapport au niveau de pression en champ libre ?

Introduction d'une cloison dans une local

Un industriel possède un grand local vide de $20 \times 10 \times 5$ m dont le temps de réverbération est de 1.6s. Le local est ensuite séparé en deux parties par une cloison. Dans une première partie sont installées 8 machines ayant chacune une puissance acoustique de 90dB. Dans l'autre partie dont les dimensions sont $5 \times 10 \times 5$ m, on veut que le niveau sonore ne dépasse pas 65dB et que le temps de réverbération soit inférieur à 0.7s. L'ingénieur chargé de la transformation (vous !) veut connaître l'indice d'affaiblissement que devra avoir la cloison de séparation et la surface de matériau coefficient d'absorption 0.6 dont devront être recouverts les murs su petit local. Pour résoudre ce problème, on considère que le coefficient d'absorption de la cloison est le même que le coefficient d'absorption moyen du local.



On demande de déterminer successivement :

1- Le coefficient d'absorption moyen du local avant transformation.

2- Le niveau de pression moyen L_{p1} dans le local 1 quand les machines sont en fonctionnement.

3- Le temps de réverbération du local 2 avant traitement.

4- La surface de matériau absorbant (α=0.6) à poser sur les murs du local 2 pour obtenir un T_R de 0.7s.

5- L'indice d'affaiblissement de la cloison.

Exercice complémentaire

Isolement normalisé

1- L'isolement acoustique brut D_b entre deux locaux (local 1 qualifié de local d'émission et local 2 qualifié de local de réception) est défini par la différence des niveaux des pressions acoustiques quadratiques moyennes L_{p1} et L_{p2}, mesurés en 1 et 2 :

$$D_b=L_{p1}-L_{p2}.$$

On définit l'isolement normalisé D_n en ramenant le niveau L_{p2} effectivement mesuré dans le local de réception au niveau que l'on aurait obtenu si le temps de réverbération dans le local de réception était de 0.5s (valeur prise comme référence). Si on note L_{p2}' ce niveau corrigé, on a alors

$$D_n=L_{p1}-L_{p2}'.$$

Déterminer D_n en fonction de L_{p1}, L_{p2} et du temps de réverbération T_R dans le local de réception.

2- L'isolement normalisé D_n entre deux locaux a été mesuré par bande d'octave (voir tableau). Déterminer le niveau de pression dans le local 2 pour le spectre de bruit du local 1 donné dans le tableau.

f(Hz)	125	250	500	1000	2000	4000
L_1 (dB)	87	86	82	81	79	73
D_n (dB)	30	34	38	42	46	50

3- Donner la valeur en dB (A) des niveaux de pression dans les locaux 1et 2.

4- On considère un bruit rose dont le niveau vaut 80dB sur toutes les bandes d'octaves. Quel est le niveau global en dB(A) de ce bruit ? Calculer le niveau de pression L2 dans le local 2 si cette source de bruit est placée en 1.

5- Le niveau dans le local 2 dépend-il du spectre de la source placée en 1 ?

Nota bene : pondération A

L'oreille humaine n'a pas la même sensibilité quelle que soit la fréquence. En particulier elle entends moins bien les fréquences graves que les fréquences aiguës. Pour caractériser les bruits par des valeurs représentatives de ce que ressent l'individu, on a introduit un filtre de pondération, dit filtre A. Les valeurs de cette pondération sont données par bande d'octave dans le tableau suivant :

f(Hz)	125	250	500	1000	2000	4000
Atténuation (dB)	-16	-9	-3	0	+1	+1