3A – Contrôle Passif du Bruit

PLAN

1 – ISOLATION VIBRATOIRE

2 – ENCOFFREMENTS et HABITACLES

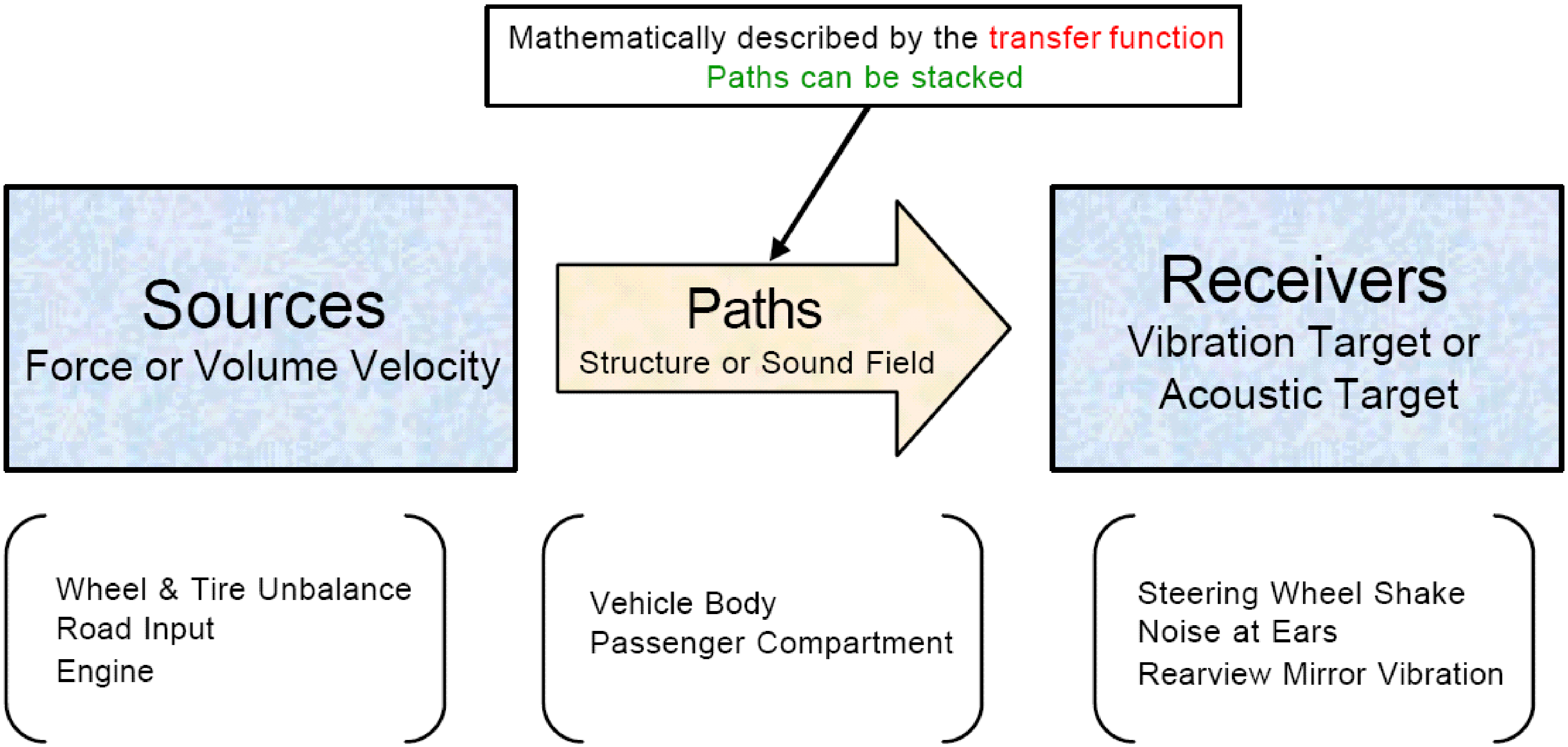
3 – ANALYSE DES CHEMINS DE TRANSFERT

Jean-Claude Pascal, ENSIM, 2008

Introduction générale 1

ANALYSE DES CHEMINS DE TRANSFERT

TRANSFER PATH ANALYSIS



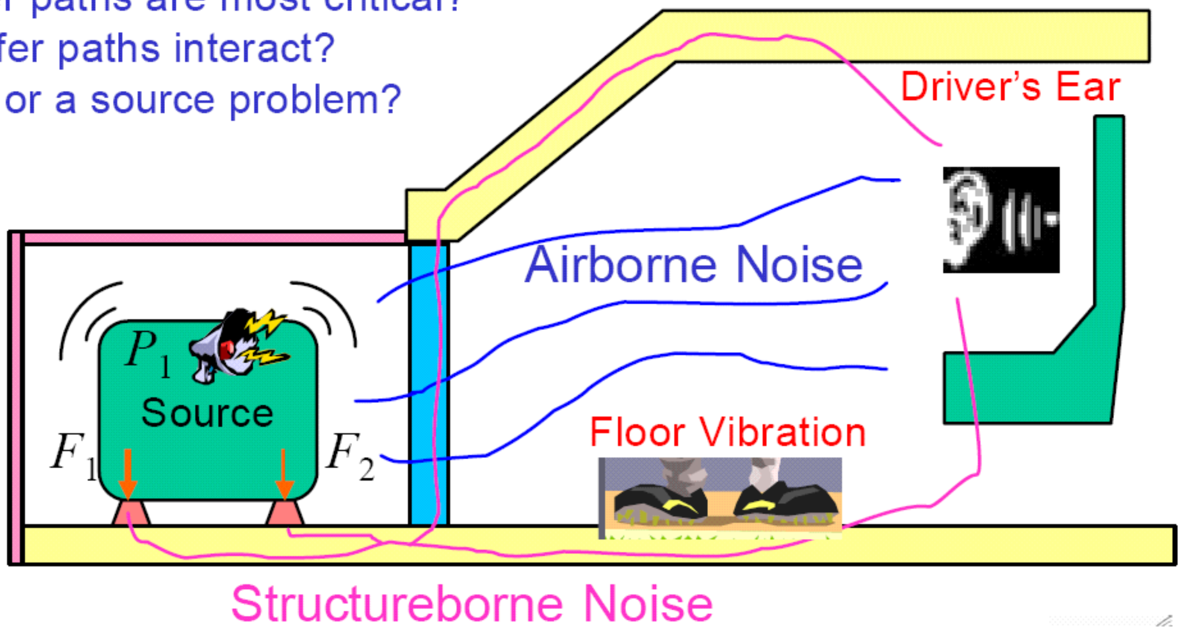
Introduction générale 2

ANALYSE DES CHEMINS DE TRANSFERT

TRANSFER PATH ANALYSIS

Purpose

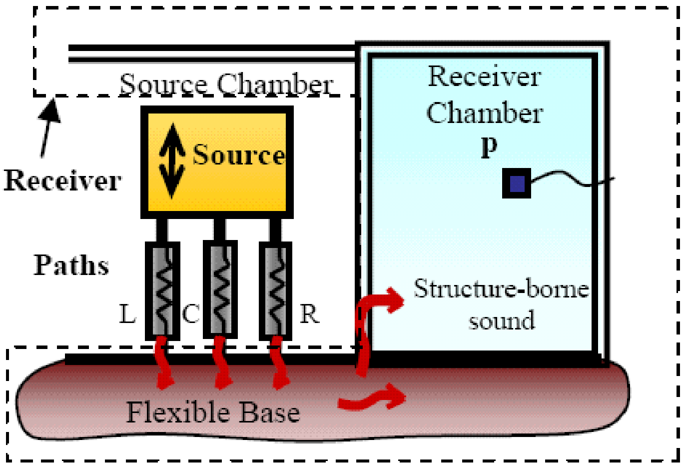
Which inputs are important?
Which transfer paths are most critical?
How do transfer paths interact?
Is it a system or a source problem?

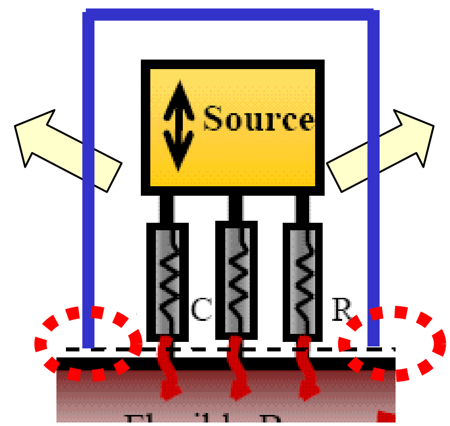


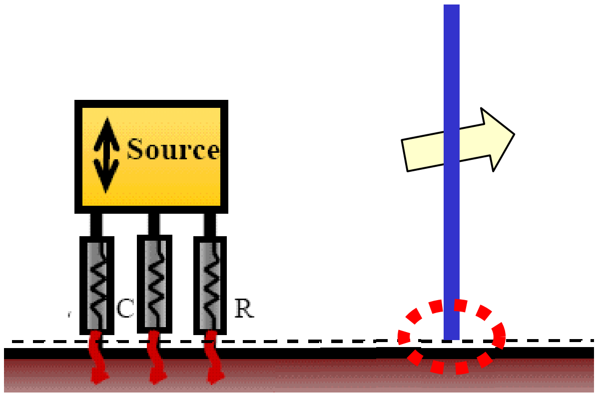
Introduction générale 3

ANALYSE DES CHEMINS DE TRANSFERT

TRANSFER PATH ANALYSIS







3A - Contrôle Passif du Bruit

ISOLATION VIBRATOIRE

11 – RAPPEL SUR LES MODELES SIMPLES

2 – IMPORTANCE DE L'AMORTISSEMENT

3 – SYSTEMES COMPLEXES

4 – ISOLATION VIBRATOIRE DE PLUSIEURS DDL

NORME AFNOR E 90 300 - ISO 2372

NIVEAUX VIBRATOIRES ADMISSIBLES SUR LES MACHINES TOURNANTES

Groupe 1 : *Eléments de moteurs ou de machines solidaires de l'ensemble d'une machine (moteurs électriques jusqu'à 15 kW)*

Groupe 2 : *Machines de taille moyenne, (moteurs électriques entre 15 et 75 kW) sans fondations spéciales. Moteurs montés de façon rigide ou machines (jusqu'à 300 kW) sur fondations spéciales.*

Groupe 3 : *Moteurs de grandes dimensions et autres grosses machines ayant leurs masses tournantes montées sur des fondations rigides et lourdes.*

Groupe 4 : *Moteurs de grandes dimensions et autres grosses machines ayant leurs masses tournantes montées sur des fondations relativement souples (groupe turbo-générateurs sur des fondations légères).*

1 – RAPPEL SUR LES MODELES SIMPLES

Comportement dynamique d’un système à 1ddl

Transmissibilité en déplacement et de la force

Les bases de l’isolation vibratoire

Exemples

Comportement dynamique d'un système à 1ddl

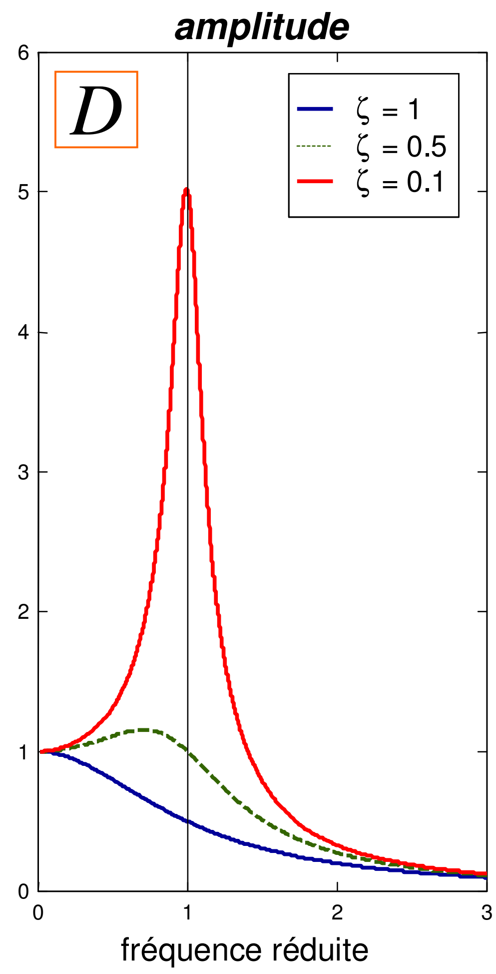
$$X = \frac{F}{k} D$$

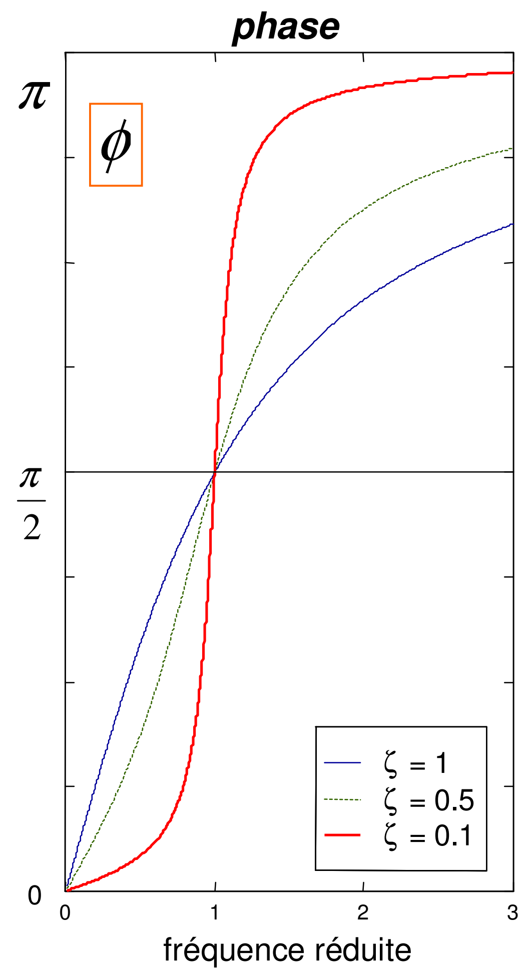
$\frac{F}{k}$ déplacement statique

D amplification dynamique

$$D = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - r^2\right)^2 + \left(2\zeta r\right)^2}}$$

$$D_{\max} = \frac{1}{2\zeta}$$



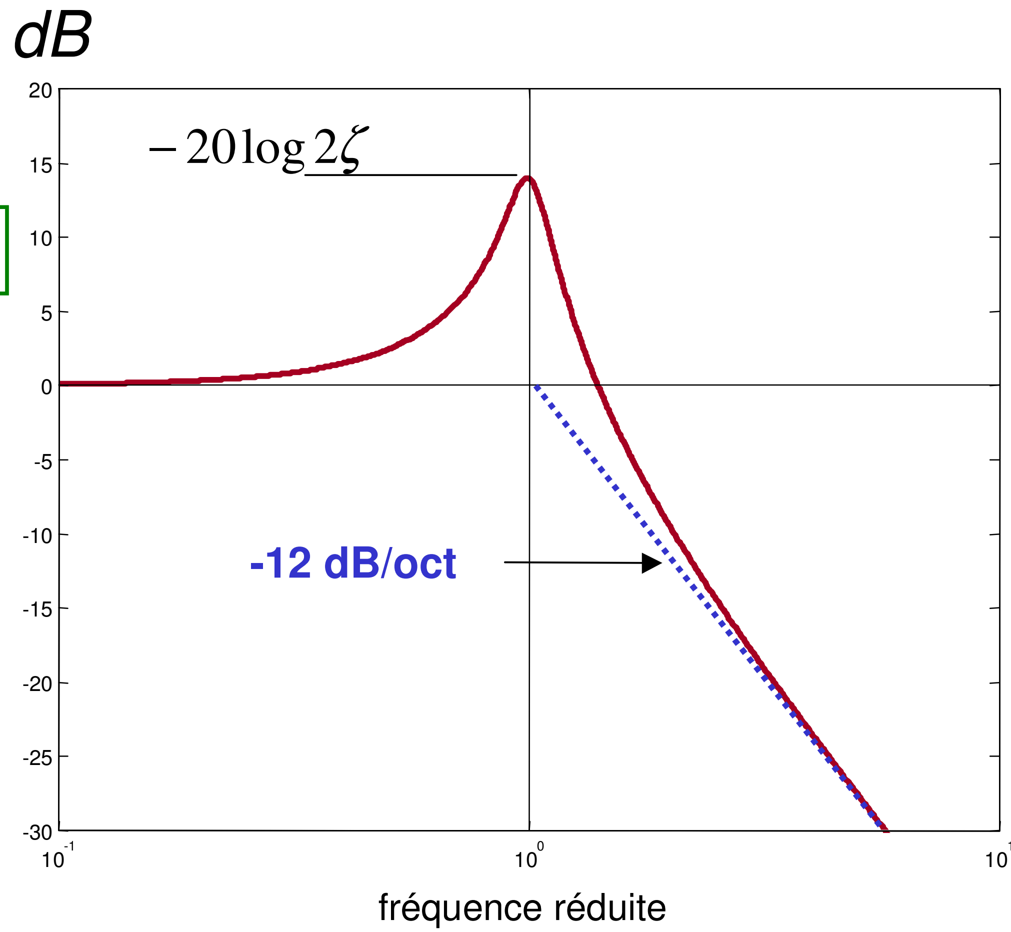


Amplification dynamique

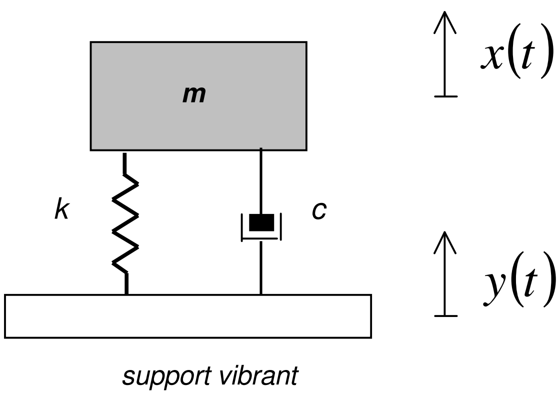
$$D = \frac{1}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2 + \left(2\zeta r\right)^2}}$$

$$\boxed{20\log D}$$

$r << 1$	$D = 1$
$r = 1$	$D = \dfrac{1}{2\zeta}$
$r >> 1$	$D = \dfrac{1}{r^2}$



Excitation par la base



Equation du mouvement de la machine

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_0\ \dot{x}(t) + \omega_0^2\ x(t) = 2\zeta\omega_0\ \dot{y}(t) + \omega_0^2\ y(t)$$

Solution pour le déplacement de *m*

$$X = \frac{\omega_0(\omega_0 + j2\zeta\omega)Y}{\omega_0^2 - \omega^2 + j2\zeta\omega_0\omega}$$

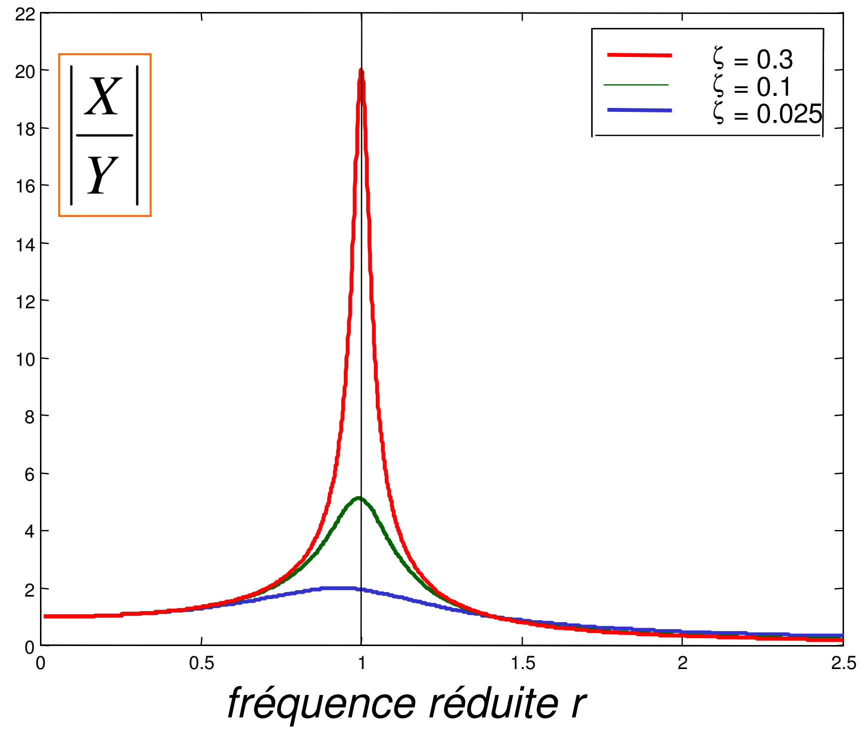
$$\boxed{|X| = \omega_0|Y|\left[\frac{\omega_0^2 + (2\zeta\omega)^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_0\omega)^2}\right]^{\frac{1}{2}}}$$

Transmissibilité en déplacement

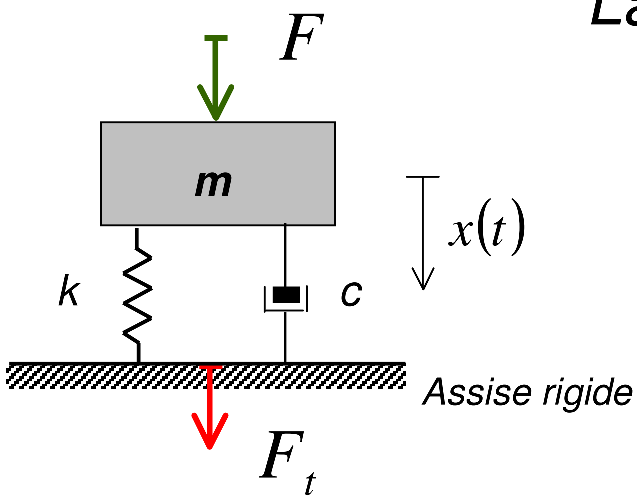
Transmissibilité en déplacement

$$T = \left|\frac{X}{Y}\right| = \left[\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$T = \sqrt{1+(2\zeta r)^2}\; D$$



Excitation par une force



La force transmise est

$$F_t = F_k + F_c$$

temporel		**complexe**
$F_k(t) = k\ x(t)$	$\Rightarrow$	$F_k = k\ X$
$F_c(t) = c\ \dot{x}(t)$	$\Rightarrow$	$F_c = j\omega\, c\ X$

en utilisant le taux d'amortissement $c = 2m\omega_0\,\zeta$

$$F_t = \sqrt{(kX)^2 + (2m\omega_0\omega\zeta X)^2} = kX\sqrt{1 + (2\zeta r)^2}$$

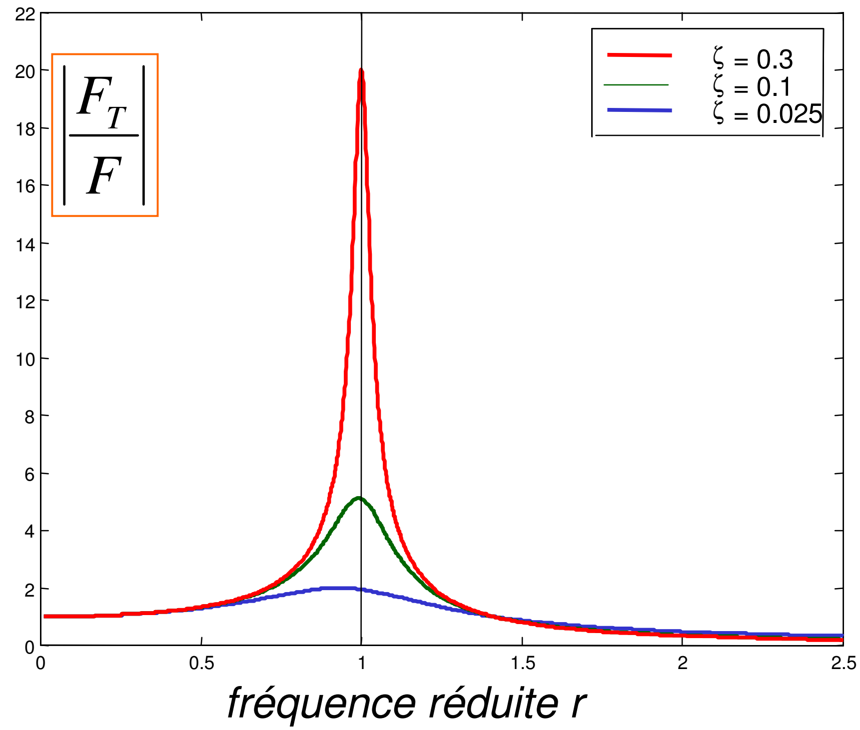
l'amplitude complexe s'écrit $X = \dfrac{F}{k} D$

Transmissibilité de la force

Transmissibilité de la force

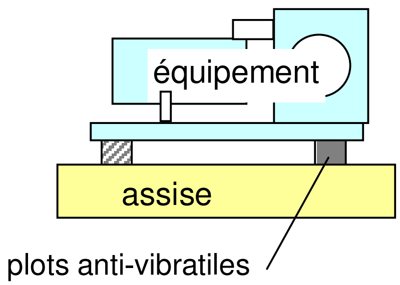
$$T = \left|\frac{F_T}{F}\right| = \left[\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

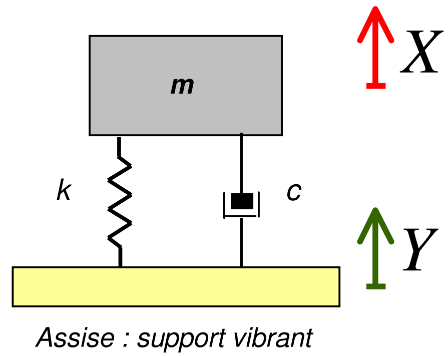
$$T = \sqrt{1+(2\zeta r)^2}\ D$$



Les bases de l'isolation vibratoire

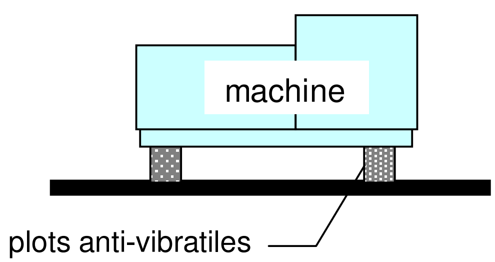
Isolation vibratoire d'un équipement : Transmissibilité en déplacement

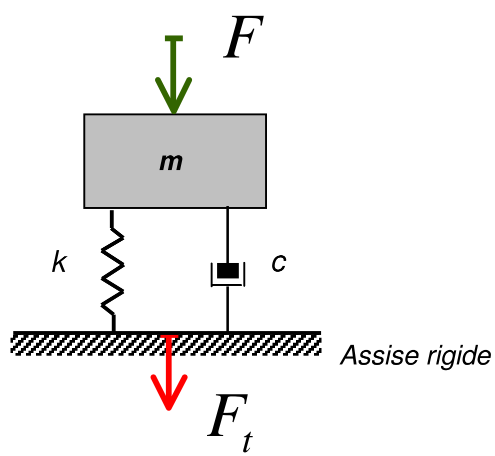




$$T = \left|\frac{X}{Y}\right| = \sqrt{\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$

Isolation vibratoire d'une machine : Transmissibilité de la force



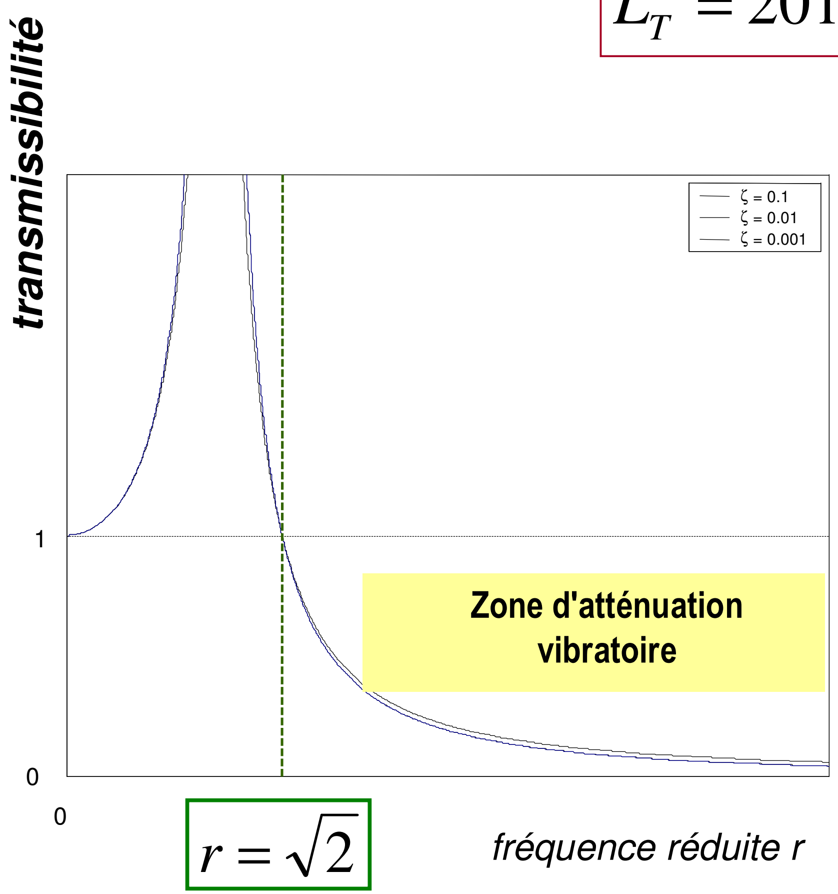


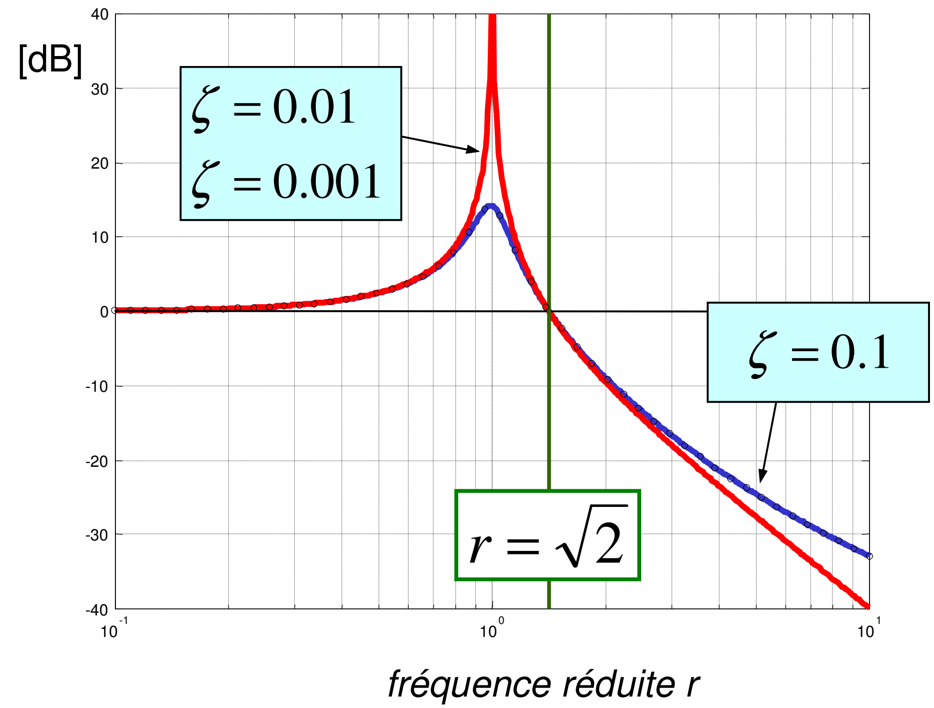
$$T = \left|\frac{F_t}{F}\right| = \sqrt{\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$$

Isolation vibratoire

Transmissibilité en déplacement et de la force : même expression

$$\boxed{L_T = 20\log_{10} T \quad [\mathrm{dB}]}$$



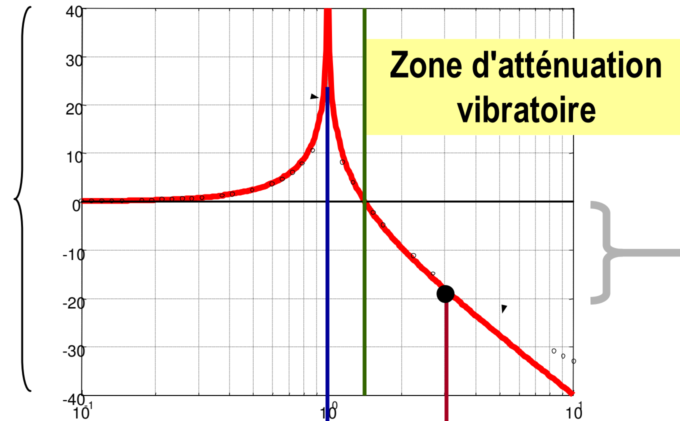


Isolation vibratoire

Dans la zone d'atténuation :

$$\boxed{T \approx \frac{1}{r^2 - 1}}$$

$$L_T = 20\log T$$



taux d'atténuation (souvent exprimé en %)

$$A = 1 - T = \frac{r^2 - 2}{r^2 - 1}$$

$$\Downarrow$$

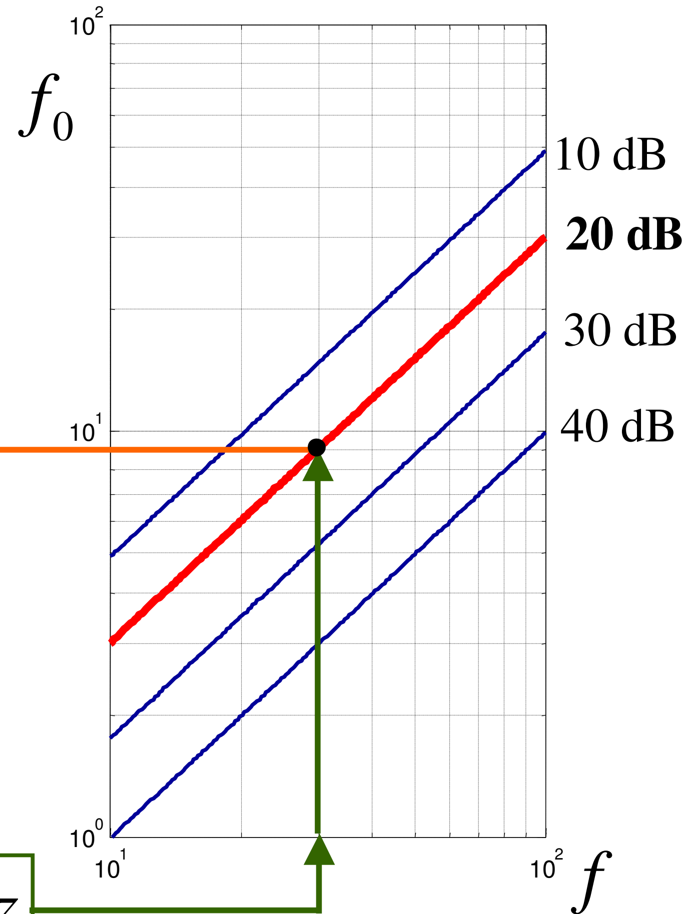
$$r = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0} = \sqrt{\frac{A-2}{A-1}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f = f_0 \sqrt{\frac{A-2}{A-1}}}$$

Atténuation ou gain en dB: $20\log\frac{1}{T}$

Exemple : Détermination d'une suspension élastique

Atténuation : $A = 90\% \quad \Rightarrow \quad T = 1 - A = 0.1 \quad \Rightarrow \text{gain} \;\; 20\log\frac{1}{T} = \boxed{20\,\text{dB}}$

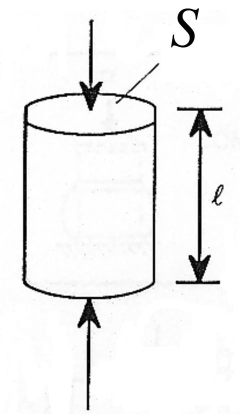
Fréquence propre de la suspension : $\boxed{f_0 = 9\ Hz}$



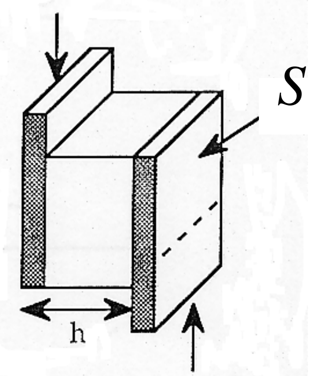
$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{x_0}} \quad \Rightarrow \quad x_0 = \frac{g}{4\pi^2 f_0^2} = 0{,}003\,\text{m}$$

à la plus petite fréquence d'excitation à atténuer : $\boxed{f_1 = 30\ Hz}$

Isolation vibratoire

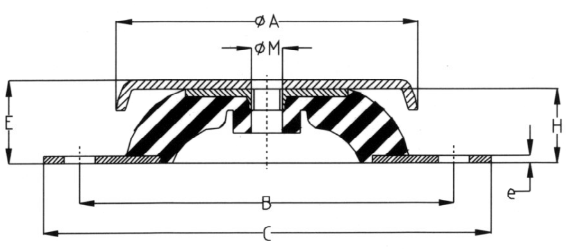


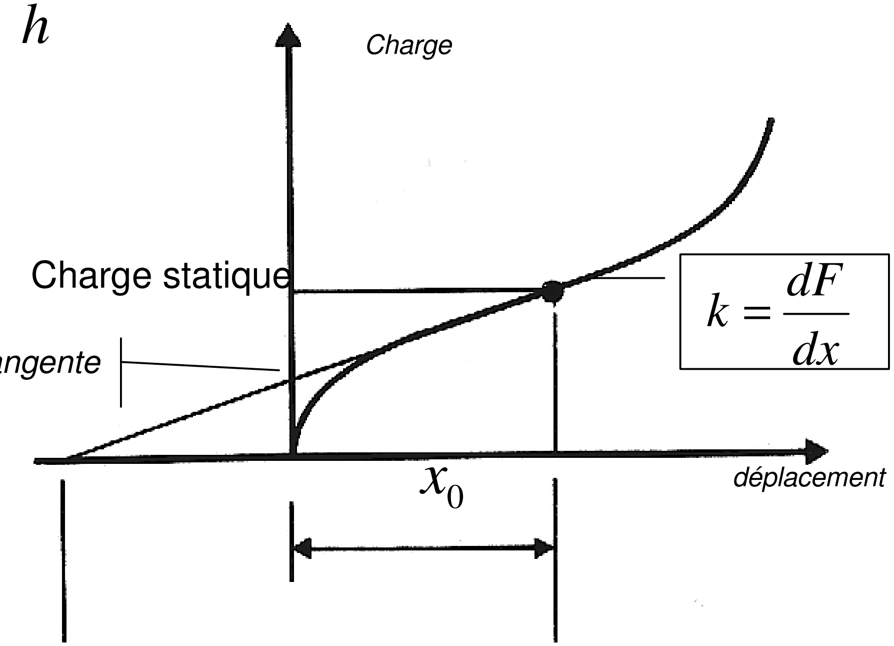
$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$



$$k = \frac{E\ S}{\ell}$$

$$k = \frac{G\ S}{h}$$

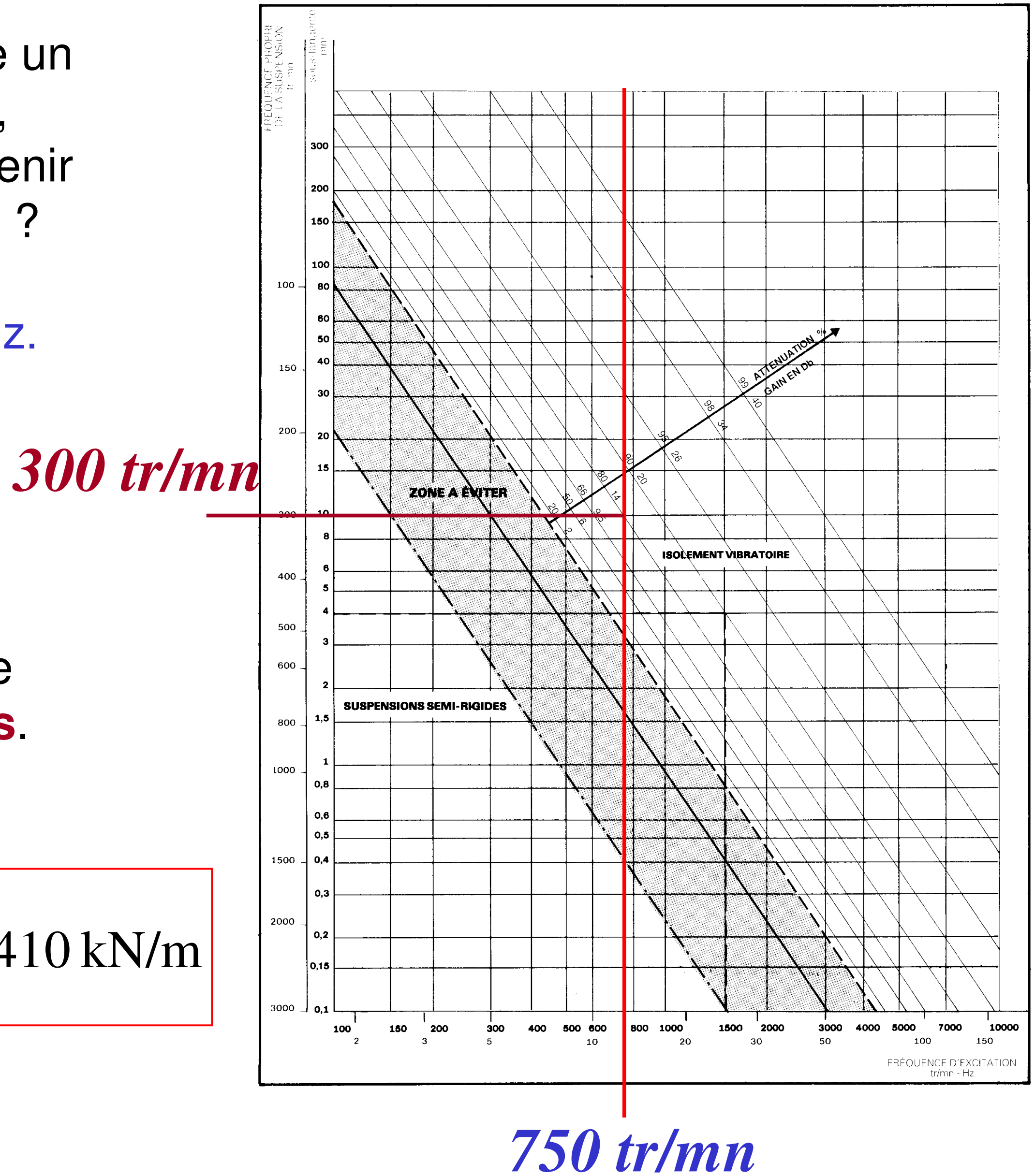




Exemple

La machine de 400 kg possède un balourd qui tourne à 750 tr/min, quels supports choisir pour obtenir un isolement vibratoire de 80% ?

750 tr/min correspond à 12,5 Hz.



L'abaque indique qu'il faut une fréquence propre du support de 300 tr/min soit 5 Hz ou **32 rad/s**.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 32\ \text{rad/s} \quad \Rightarrow \quad k = 410\ \text{kN/m}$$

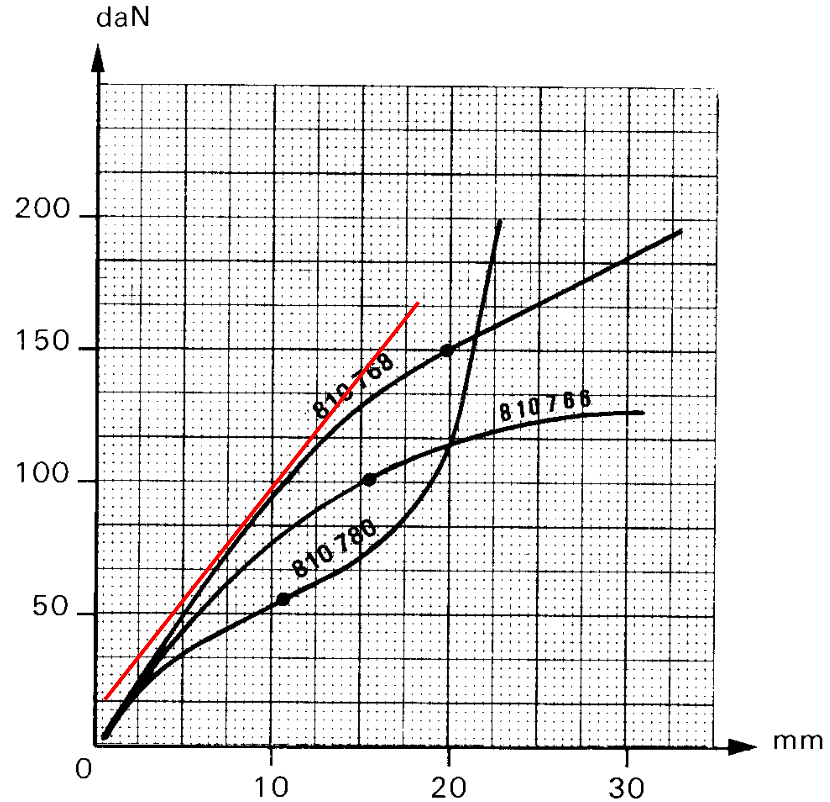
Exemple

On utilise 4 plots, donc la raideur de chaque support sera de

$$\frac{k}{4} = 102500\ \mathrm{N/m}\ \ \text{ou}\ \ 10{,}25\ \mathrm{daN/mm}$$

Chaque support reçoit une charge statique de 1000 N qui produit un écrasement de

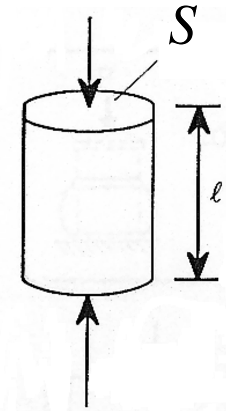
$$x_{stat} = \frac{\text{charge}}{k} = 9{,}75\ \mathrm{mm}$$



Le support référence 810768 présente une raideur à peu près constante dans la zone considérée de environ 10 daN par mm

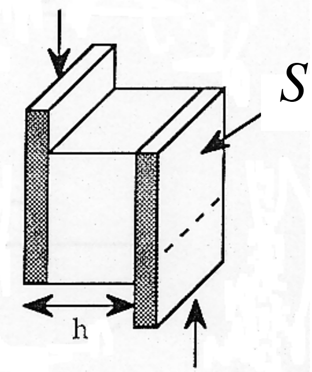
Isolation vibratoire

*La formule de base est en général **trop optimiste** en hautes fréquences car elle ne tient pas compte de la variation de la raideur dynamique en fonction de la fréquence.*



$$k = \frac{E\,S}{\ell}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$



$$k = \frac{G\,S}{h}$$

*La transmissibilité peut être corrigée si on connaît l'évolution du **module d'Young** du plot élastique.*

$$T \approx \frac{1}{1-r^2}$$

*L'évolution fréquentielle du **facteur de perte** peut également être connue. Sinon un modèle hystérétique sera plus proche de la réalité.*

$$T = \left[\frac{1+\eta^2(\omega)}{\left(1-\frac{E(\omega_0)}{E(\omega)}r^2\right)^2+\eta^2(\omega)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

2 – IMPORTANCE DE L'AMORTISSEMENT

Energie dissipée par cycle et facteur de perte

Amortissements visqueux et structural

Influence sur la transmissibilité

Exemple pour une excitation par balourd

Energie dissipée par cycle et facteur de perte

L'énergie dissipée par cycle

$$\Delta E_V = \int_{\text{cycle}} F_d \; dx$$

capacité d'amortissement spécifique $\dfrac{\text{énergie perdue par cycle}}{\text{valeur crête de l'énergie potentielle}}$

facteur de perte $$\eta = \frac{\Delta E}{2\pi U_{\text{max}}}$$

$\leftarrow$ $\Delta E = \int_{\text{cycle}} F_d \; dx$

$\leftarrow$ U_{max} énergie potentielle au max du déplacement

Exemple pour l'amortissement visqueux

L'énergie dissipée par cycle ΔE_V par un système dont le coefficient d'**amortissement visqueux** vaut c est

$$\Delta E_V = \int_{\text{cycle}} F_d \, dx = \int_0^{2\pi/\omega} \left(c\dot{x} \frac{dx}{dt} \right) dt = \int_0^{2\pi/\omega} c\dot{x}^2 \, dt = \pi \, c \, \omega \, X^2$$

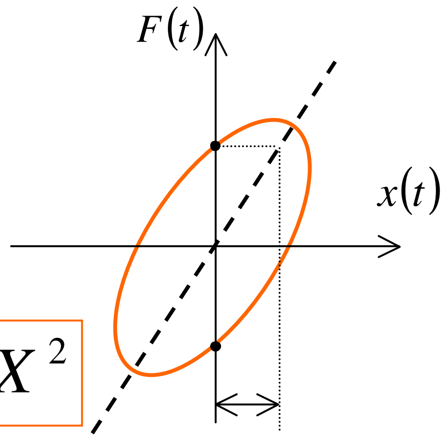
Pour un système à amortissement **visqueux** $\eta = \dfrac{\pi c \omega X^2}{2\pi\left(\frac{1}{2} k X^2\right)} = \dfrac{c\,\omega}{k}$

A la fréquence de résonance $\omega = \omega_0 = \sqrt{k/m}$, le facteur de perte est le **double** du taux d'amortissement :

$$\boxed{\eta = \frac{c}{\sqrt{km}} = 2\zeta}$$

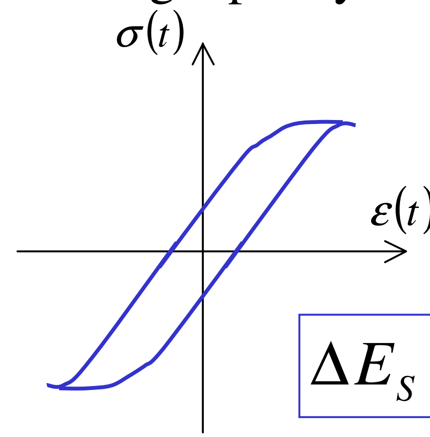
Amortissements visqueux et hystérétique

L'aire fermée dans la boucle correspond à la perte d'énergie par cycle



$$\boxed{\Delta E_V = \pi\, c\, \omega\, X^2}$$

Ellipse de
l'amortissement visqueux



$$\boxed{\Delta E_S = \pi\, k \beta X^2}$$

Boucle d'hystérésis d'un
amortissement hystérétique

comparaison des pertes d'énergie par cycle :

système à **amortissement visqueux** $\Leftrightarrow$ système à **amortissement hystérétique ou structural**

$\Delta E_V = \Delta E_S \quad \Rightarrow$ **coefficient d'amortissement visqueux équivalent**

amortissement visqueux $\rightarrow \quad \pi c_{\text{eq}} \omega X^2 = \pi k \beta X^2 \quad \leftarrow$ ***amortissement hystérétique***

$$\boxed{c_{\text{eq}} = \frac{k\beta}{\omega}} \qquad \boxed{\zeta_{\text{eq}} = \frac{\beta\omega_0}{2\omega}} \qquad \boxed{\underline{k} = k(1 + j\beta)}$$

Amortissements visqueux et hystérétique

amortissement visqueux ***amortissement hystérétique***

énergie dissipée par cycle

$$\boxed{\Delta E_V = \pi c \omega X^2}$$

$$\boxed{\Delta E_S = \pi k \beta X^2}$$

facteur de perte

$$\eta = \frac{\pi c \omega X^2}{2\pi\left(\frac{1}{2} kX^2\right)} = \frac{c\omega}{k}$$

$$\eta = \frac{\pi k \beta X^2}{2\pi\left(\frac{1}{2} kX^2\right)} = \beta$$

Amplification dynamique

$$\boxed{\zeta_{\mathrm{eq}} = \frac{\beta \omega_0}{2\omega} = \frac{\beta}{2r}}$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - r^2\right)^2 + (2\zeta r)^2}}$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - r^2\right)^2 + \beta^2}}$$

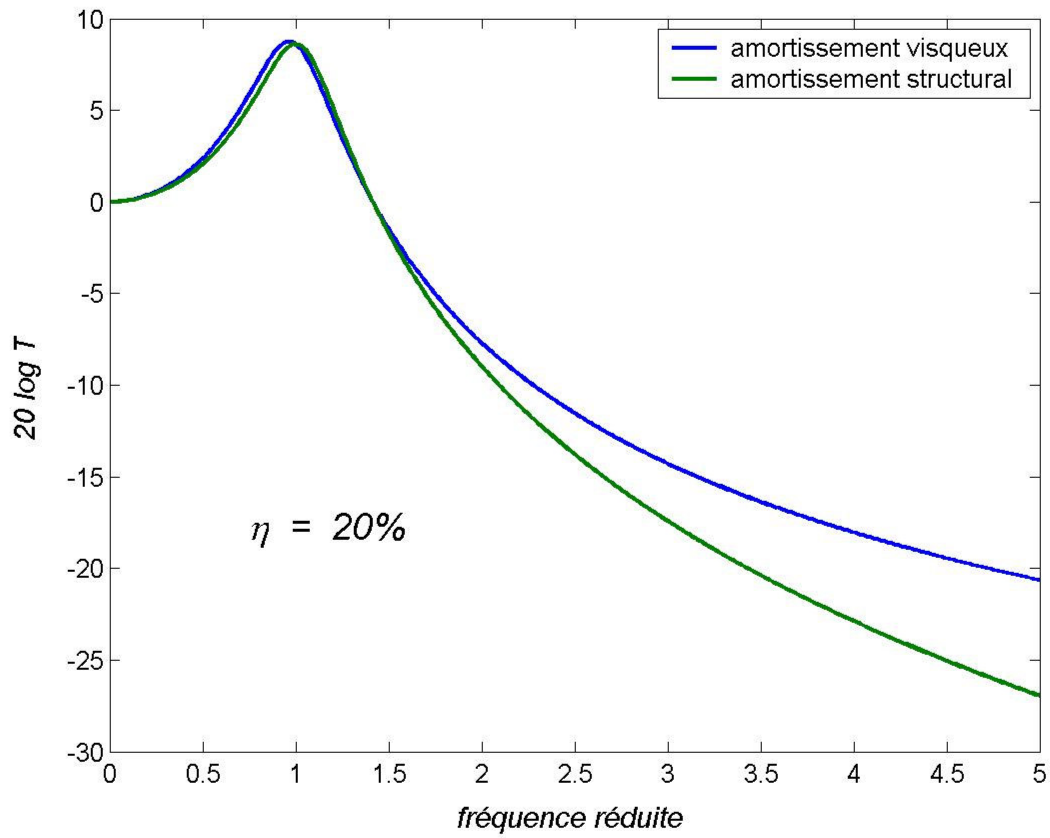
Transmissibilité

amortissement visqueux

$$T = \left[\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

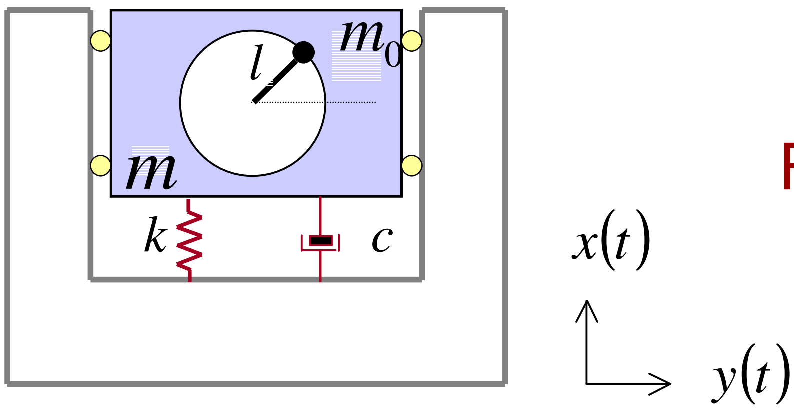
amortissement hystérétique

$$T = \left[\frac{1 + \beta^2}{(1 - r^2)^2 + \beta^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$



Excitation par déséquilibre dynamique en rotation

Balourd avec une excentricité e



$$\boxed{x_R = e \sin \omega_R t}$$

Force d'excitation

$$F(t) = m_0 \ddot{x}_R \quad \Rightarrow \quad |F| = e\, m_0\, \omega_R^2$$

Force transmise

$$|F_T| = |F|\, T = e\, m_0\, \omega^2\, T = e\, m_0\, \omega_0^2\, r^2\, T$$

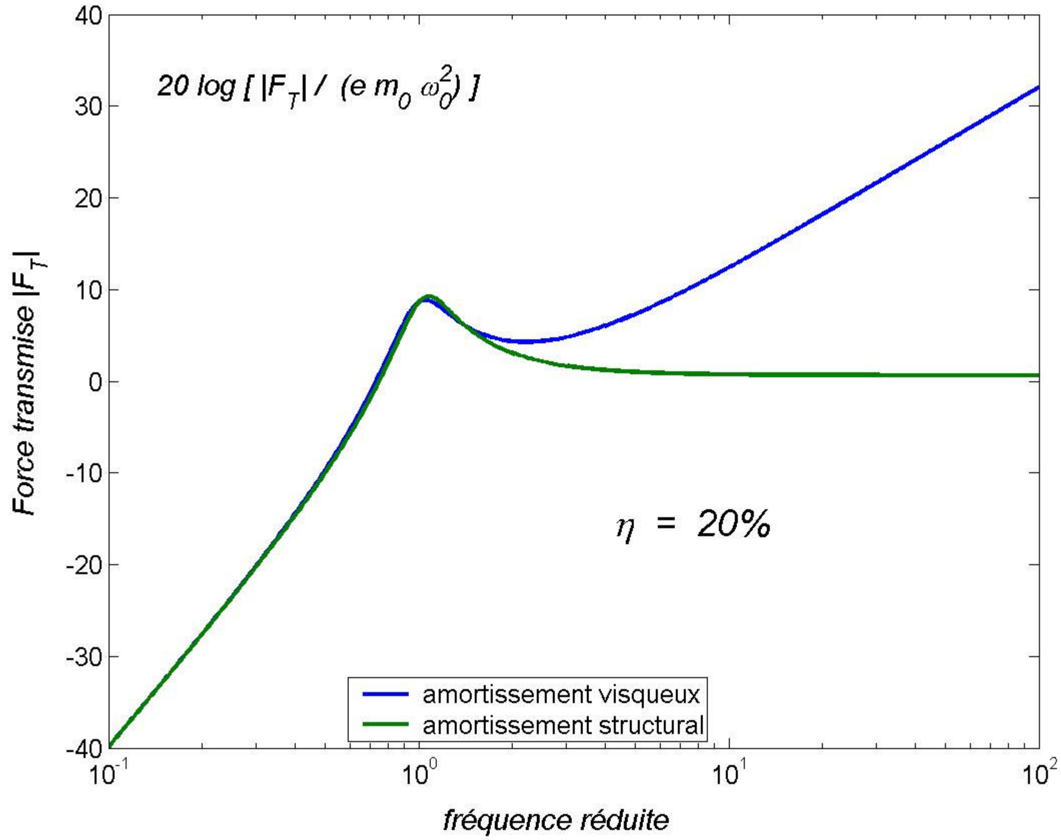
Force transmise par un balourd

amortissement visqueux

$$\frac{|F_T|}{em_0\omega_0^2} = r^2\left[\frac{1+(2\zeta r)^2}{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

amortissement hystérétique

$$\frac{|F_T|}{em_0\omega_0^2} = r^2\left[\frac{1+\beta^2}{(1-r^2)^2+\beta^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$



$$\frac{|F_T|}{em_0\omega_0^2} \to \sqrt{1+(2\zeta r)^2}$$

$$\frac{|F_T|}{em_0\omega_0^2} \to \sqrt{1+\beta^2}$$

3 – SYSTEMES AMORTISSEURS

Amortisseur à fluide interne

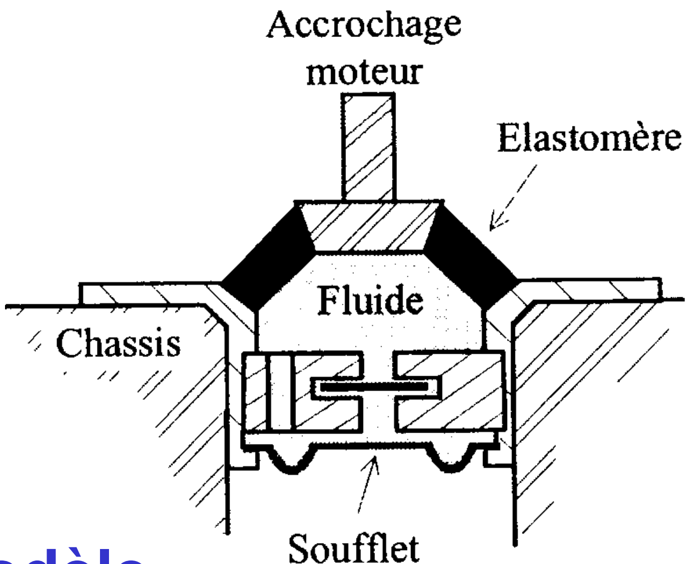
Amortisseur double étage

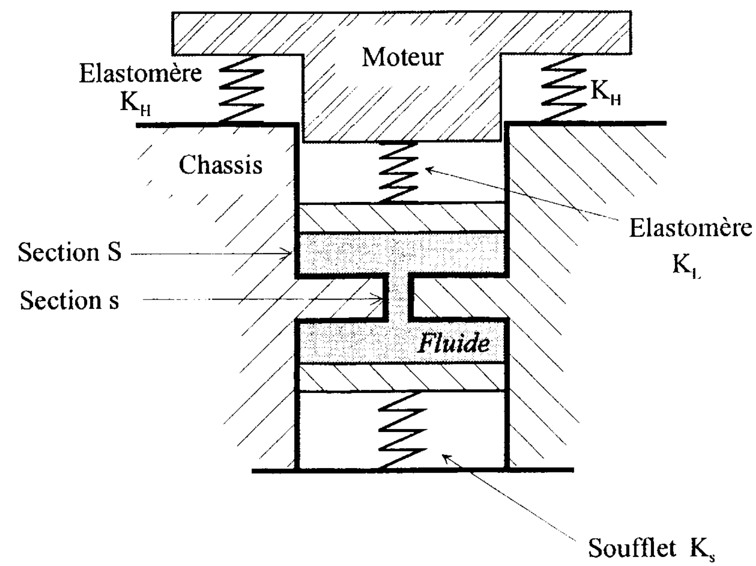
Amortisseur à batteur

Contrôle l'amortissement

Mauvais résultat de l'amortissement visqueux en hautes fréquences

Objectif : Créer un amortissement visqueux seulement autour de la résonance





Modèle

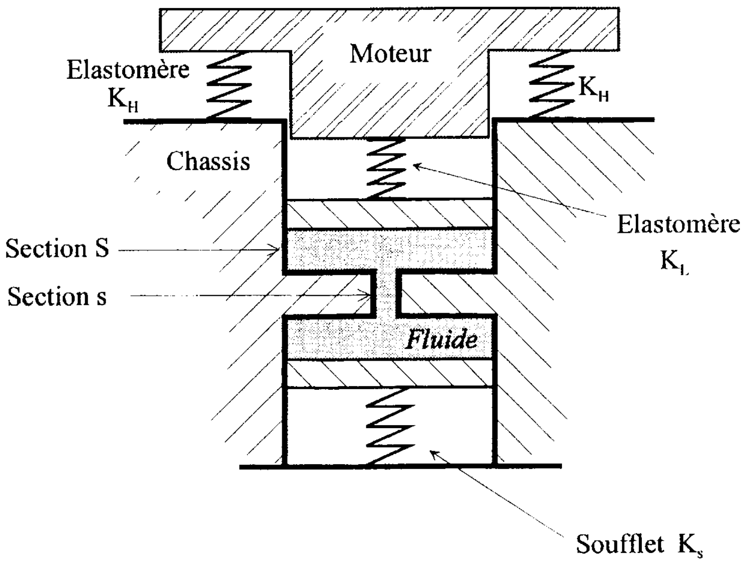
L'énergie élastique est due aux déformations des parois de la chambre

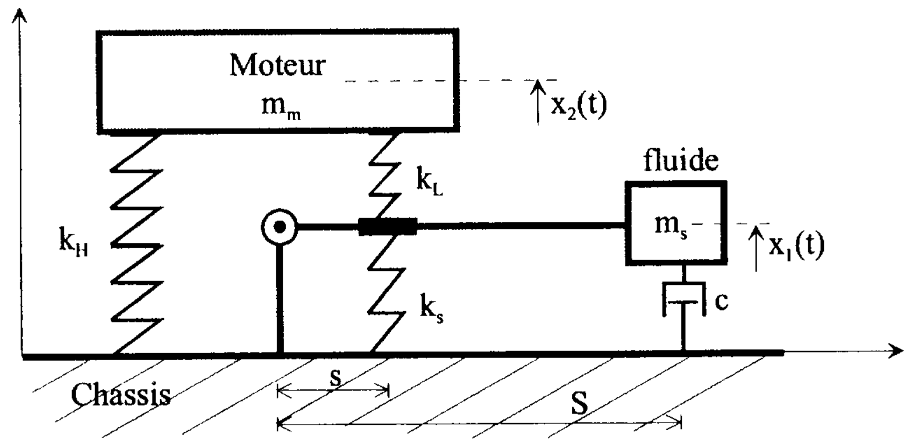
L'énergie cinétique provient des mouvements du fluide dans la colonne

(l'énergie cinétique dans les chambres peut être négligée : conservation du débit)

Contrôle l’amortissement

Modélisé comme un système à deux degrés de liberté





m_M *masse moteur* m_S *masse du fluide dans la colonne* k_S *raideur du soufflet*

k_H *raideur de l’élastomère moteur-châssis* k_L *raideur contact élastomère-fluide*

$$\begin{bmatrix} m_S & 0 \\ 0 & m_M \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} (S_c/S)(k_S+k_L) & -(S_c/S)k_L \\ -k_L & k_L+k_H \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ f \end{bmatrix}$$

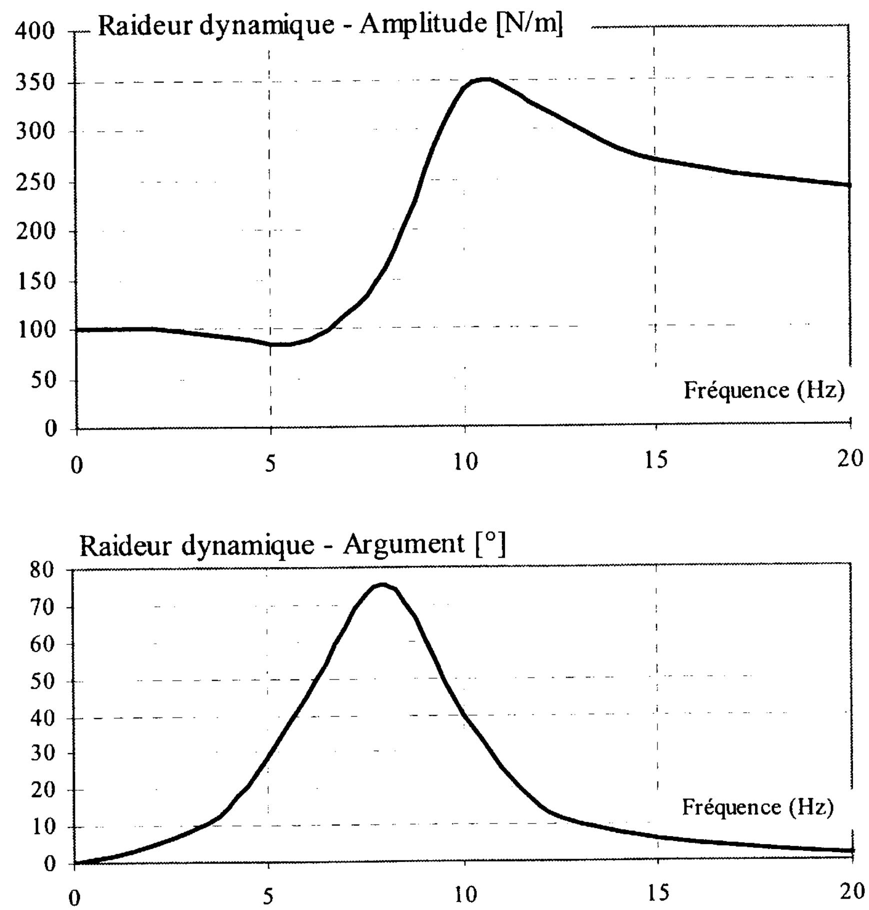
Contrôle l'amortissement

Raideur dynamique complexe

$$K = \frac{F}{X_2} = \frac{\left[S_c\left(k_S + k_L\right) - S m_S \omega^2\right]\left[k_L + k_H - m_M \omega^2\right] - S_c k_L^2 + j\, S \omega c \left[k_L + k_H - m_M \omega^2\right]}{\left[S_c\left(k_S + k_L\right) - S m_S \omega^2\right] + j\, S \omega c}$$

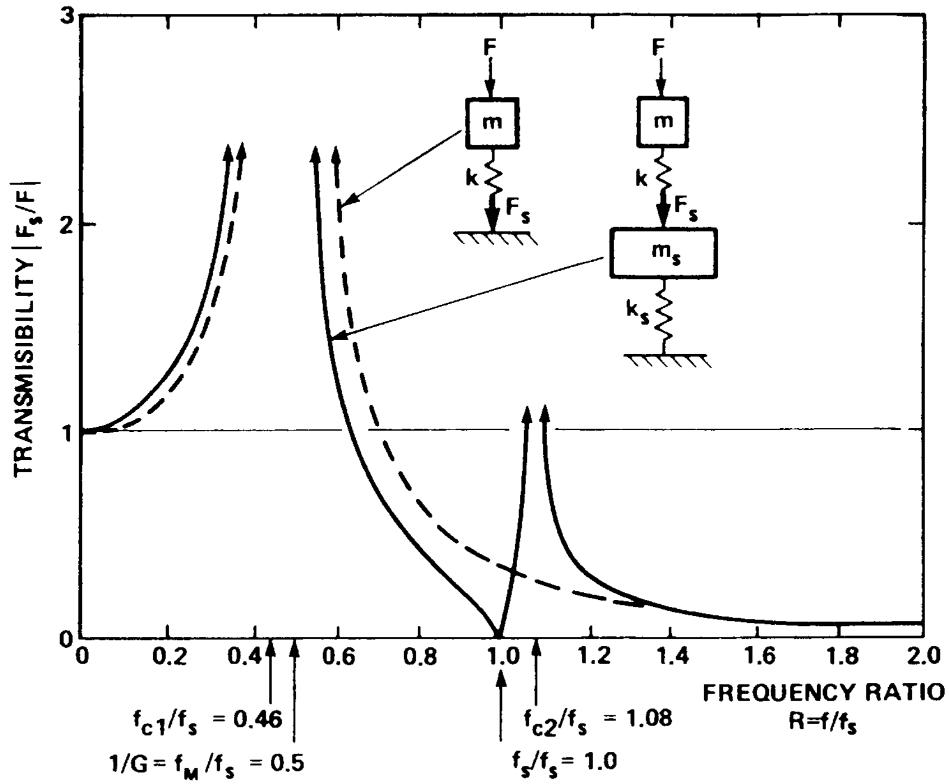
L'amortissement est localisé autour de la fréquence propre de la suspension.

Aux fréquences élevées, l'amortissement est très faible (peu de dissipation dans la colonne)



Système à double étage

Amortisseur double

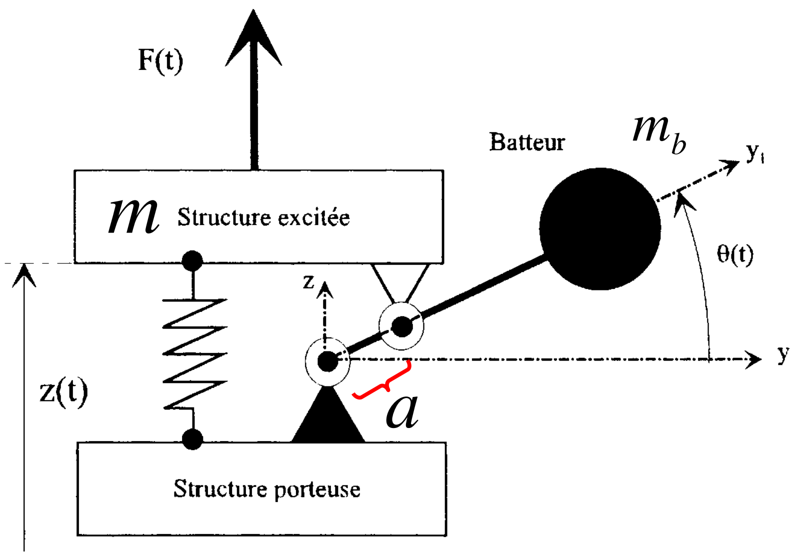


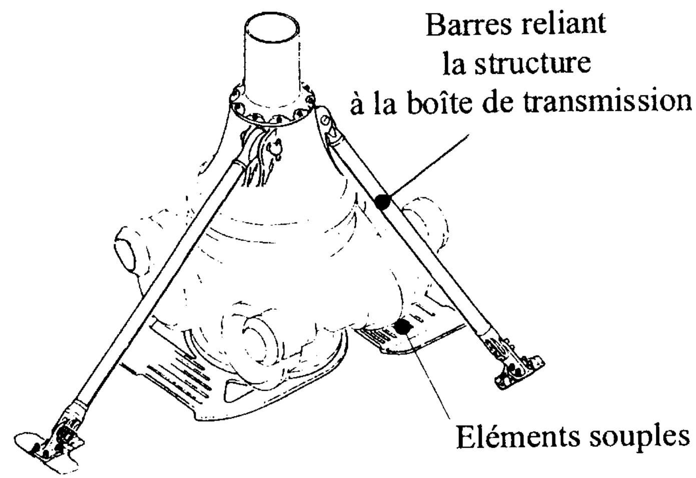
L'amortissement est localisé autour de la fréquence propre de la suspension.

Aux fréquences élevées, l'amortissement est très faible (peu de dissipation dans la colonne)

Amortisseur à batteur

Le système DAVI *(Dynamic Antiresonant Vibration Isolator)* permet une bonne isolation tout en conservant de faibles déformations statiques : *barres de suspension d'hélicoptère*





$$J_b \ddot{\theta} = m_b l^2 \ddot{\theta} = -a\ F_b$$

$$m\,\ddot{z} = -k\,z + F_b + F$$

$$m_{eq}\,\ddot{z} + k\,z = F(t)$$

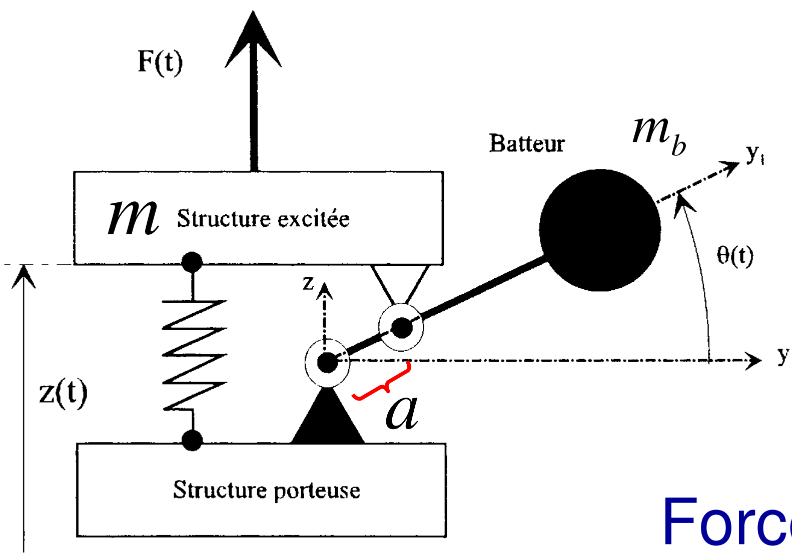
petits mouvements $z = a\,\theta$

$$m_{eq} = \frac{m_b\,l^2}{a^2} + m$$

Amortisseur à batteur

Equation du déplacement $$m_{eq}\,\ddot{z} + k\,z = F$$

Solution $$Z = \frac{F}{k-\omega^2 m_{eq}} = \frac{F/k}{1-\omega^2/\omega_D^2} \qquad \omega_D^2 = \frac{k}{m_{eq}} = \frac{k}{\alpha^2 m_b + m} \qquad \alpha = \frac{l}{a}$$



équation d'équilibre du système structure excitée - batteur

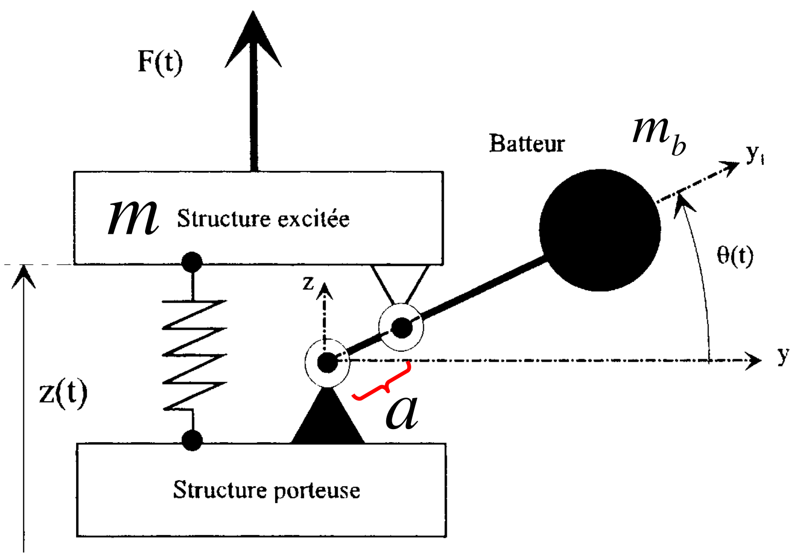
$$(\alpha\, m_b + m)\ddot{z} = \underbrace{F_k(t) + F_p(t)}_{F_T(t)} + F(t)$$

Force transmise

$$F_T = F_k + F_p = -\omega^2(\alpha\, m_b + m)Z - F$$

Amortisseur à batteur

$$F_T = F_k + F_p = -\omega^2(\alpha m_b + m)\frac{F}{\underbrace{(k-\omega^2 m_{eq})}_{Z}} - F$$



$$\omega_D^2 = \frac{k}{m_{eq}} \qquad \omega_b^2 = \frac{k}{\alpha^2 m_b}$$

Transmissibilité de la force

$$T = \left|\frac{F_T}{F}\right| = \left|\frac{k - (\alpha-1)\alpha\,\omega^2 m_b}{k - \omega^2 m_{eq}}\right|$$

$$T = \left|\frac{F_T}{F}\right| = \left|\frac{1 - \dfrac{\alpha-1}{\alpha}\dfrac{\omega^2}{\omega_b^2}}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_D^2}}\right|$$

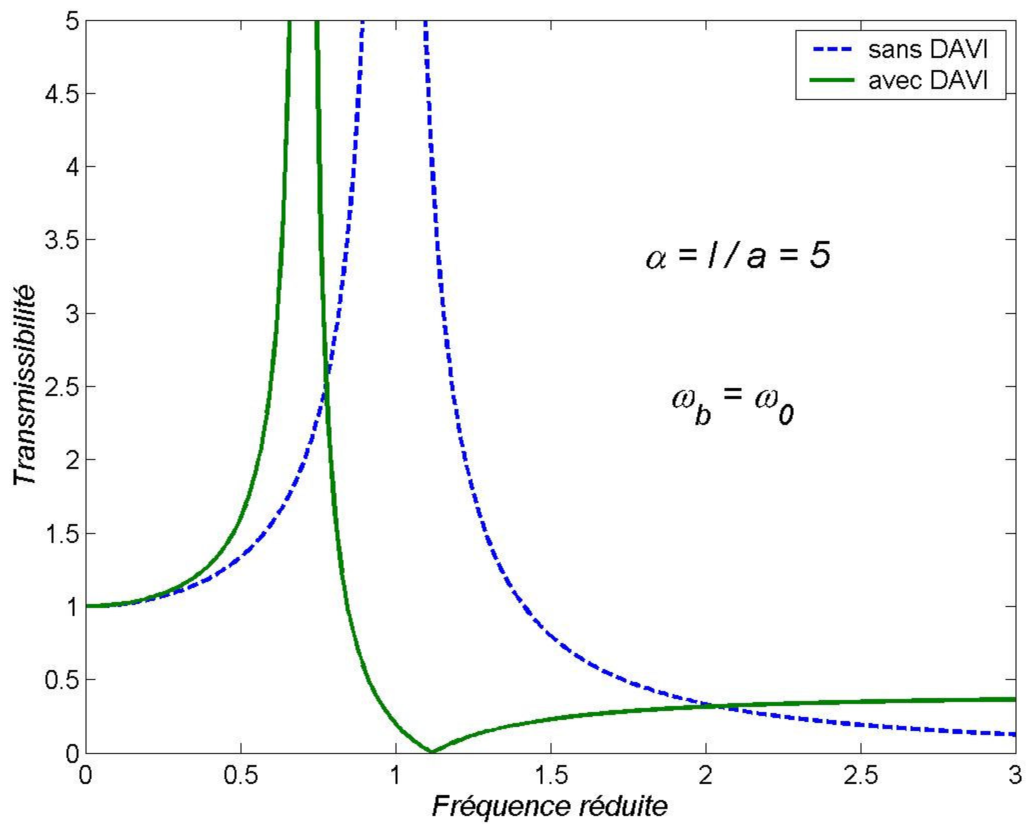
Transmissibilité de la force du système à batteur

$$T = \left|\frac{F_T}{F}\right| = \left|\frac{1 - \dfrac{\alpha - 1}{\alpha}\dfrac{\omega^2}{\omega_b^2}}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_D^2}}\right|$$

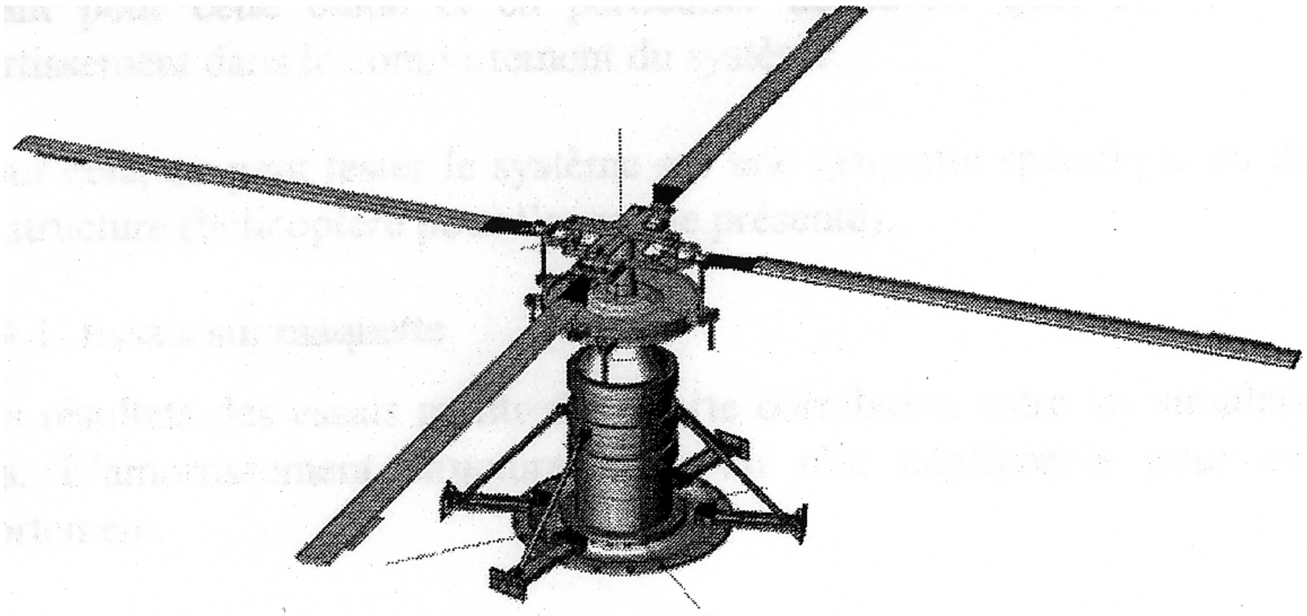
$$\omega_D^2 = \frac{k}{m_{eq}} = \left[\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\omega_b^2}\right]^{-1}$$

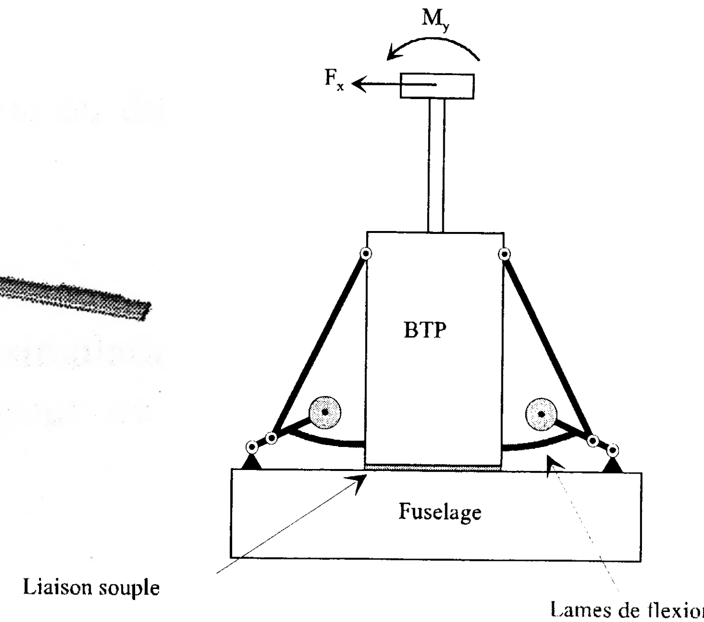
$$\omega_b^2 = \frac{k}{\alpha^2 m_b}$$

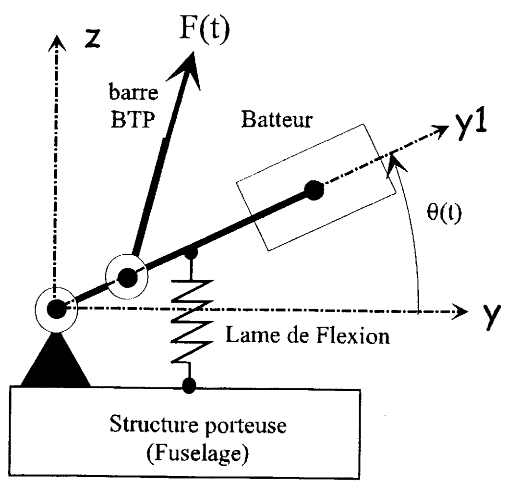
$$T = \left|\frac{F_T}{F}\right| = \left|\frac{1 - \dfrac{\alpha - 1}{\alpha}\dfrac{\omega^2}{\omega_b^2}}{1 - \left(\dfrac{\omega^2}{\omega_0^2} + \dfrac{\omega^2}{\omega_b^2}\right)}\right|$$



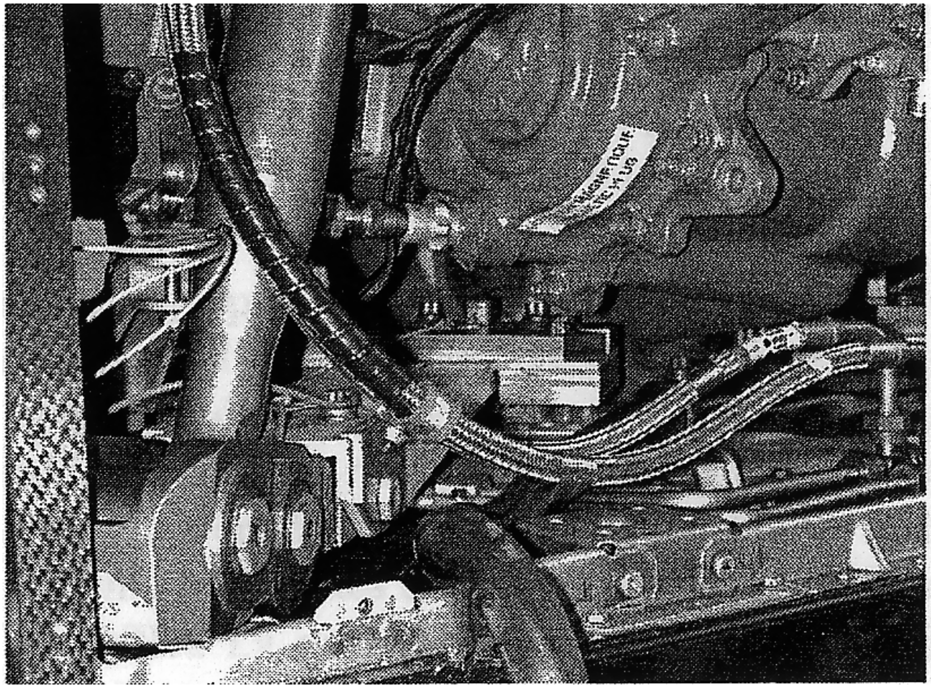
Exemple d'application du système DAVI

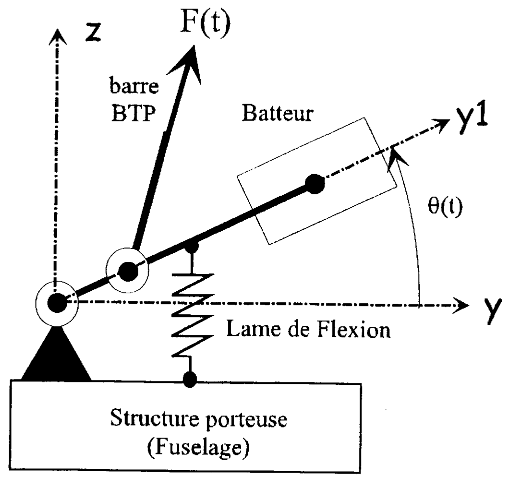


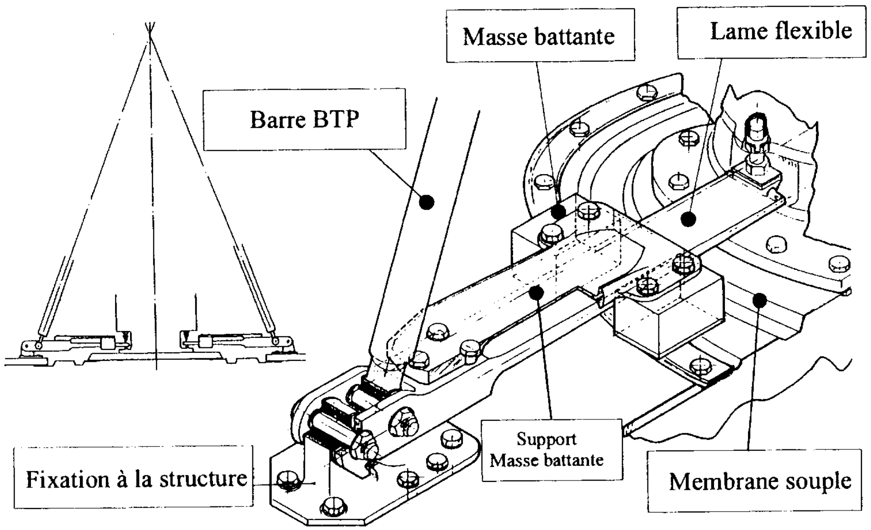




Exemple d’application du système DAVI







4 – ISOLATION VIBRATOIRE DE PLUSIEURS DDL

Système simple à deux ddl

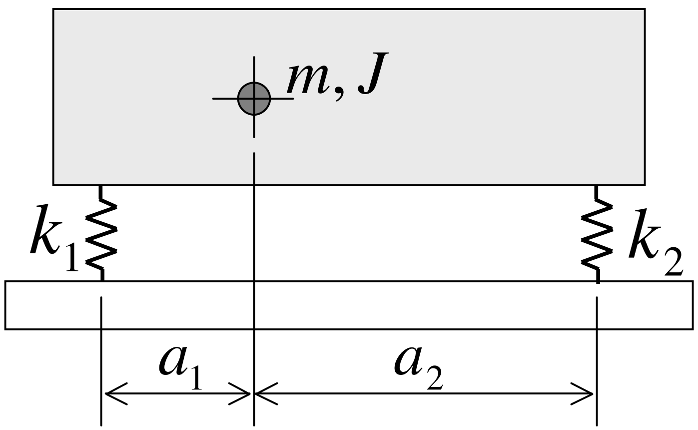
Déplacement transversal

Généralisation

Système à deux DDL

Plusieurs isolateurs sont généralement employés, ce qui donne au corps supposé rigide de la machine plusieurs degrès de liberté

Etude d'une configuration simple à 2 ddl



D'une façon générale, une force verticale peut exciter un mouvement **vertical** et de **rotation** (pompage et roulis). On peut définir les **pulsations propres non-couplées**

vertical $\omega_V = \sqrt{\dfrac{k_1 + k_2}{m}}$

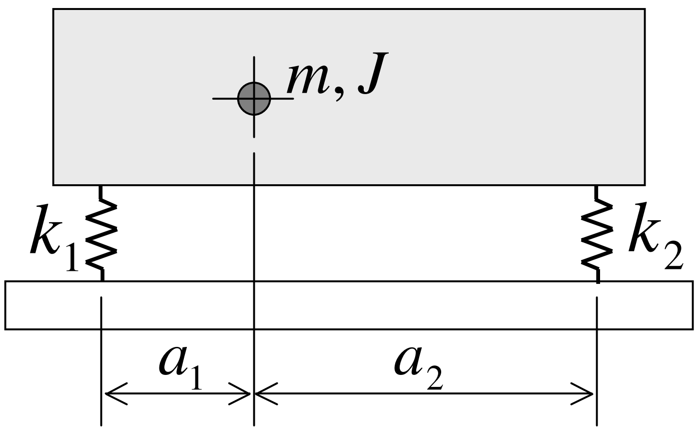
rotation $\omega_R = \sqrt{\dfrac{k_{T1} + k_{T2}}{J}} = \sqrt{\dfrac{k_1 a_1^2 + k_2 a_2^2}{J}}$

Petits déplacements $z = a\theta$

$$k_T \theta = M \quad \Rightarrow \quad k_T\, z/a = Fa \quad \Rightarrow \quad k_T\, z/a = kz\, a \quad \Rightarrow \quad k_T = k a^2$$

Système à deux DDL

Le couplage des mouvements complique le problème de l'isolation vibratoire car il faut faire chuter les deux pulsations propres en dessous de la fréquence d'excitation.



Effet du couplage :

abaisser la fréquence la plus basse

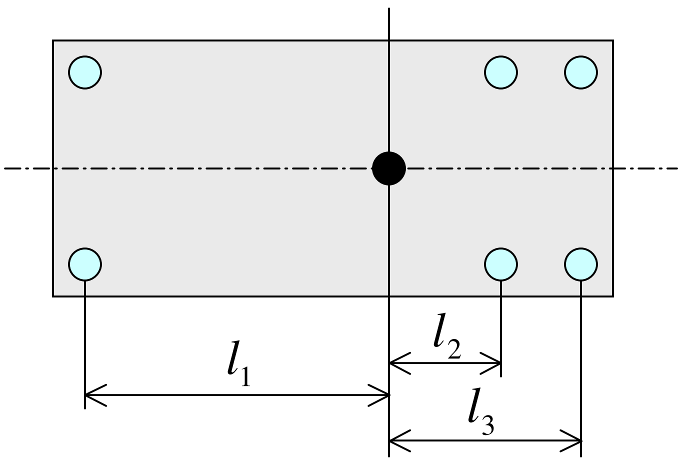
élever la plus haute

Remède : *détermination des raideurs pour que les* ***déflexions statiques identiques*** *quand les plots sont chargés par leur charge respective*

Un mouvement vertical en G ne produit pas de rotation

Répartition des supports élastiques

Le nombre et la position des points de fixation ne sont pas imposés



6 supports identiques sont utilisés

Les position sont choisies pour que la charge par support soit égale

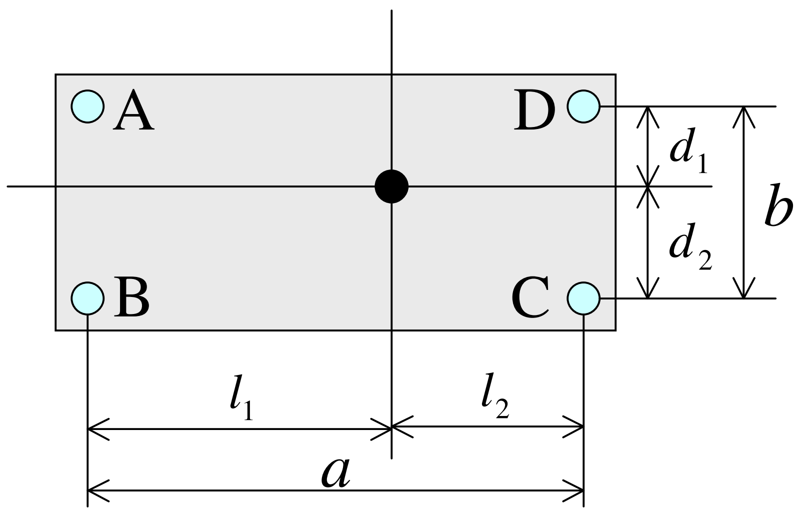
$$P_1 = \frac{\text{poids}}{6}$$

et produise un même écrasement

$$P_1\ l_1 = P_1\ l_2 + P_1\ l_3 \quad \Rightarrow \quad l_1 = l_2 + l_3$$

Répartition des supports élastiques

Le nombre et la position des points de fixation sont imposés



4 supports sont utilisés

La charge pour chaque support sera

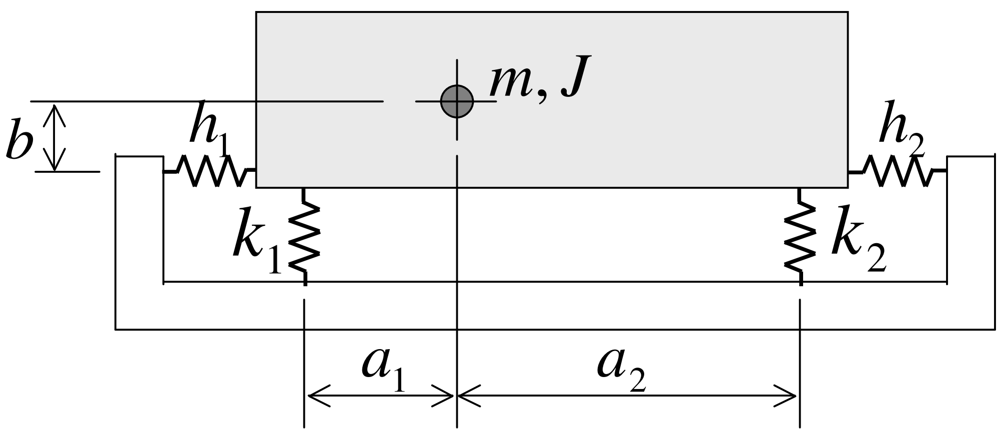
$$P_A = \frac{l_2\, d_2}{a\, b} P \qquad P_D = \frac{l_1\, d_2}{a\, b} P$$

$$P_B = \frac{l_2\, d_1}{a\, b} P \qquad P_C = \frac{l_1\, d_1}{a\, b} P$$

Il faut choisir 4 supports différents dont les raideurs statiques conduisent au même écrasement sous leur charge respective

Déplacement transversal

Les isolateurs ont aussi des **raideurs** dans la direction **transversale**. Des isolateur peuvent aussi être montés horizontalement en cas de fortes excitation transversales



3 ddl

3 pulsations propres

$$\frac{\omega_H}{\omega_V} = \sqrt{N \pm \sqrt{N^2 - SB}}$$

$$N = \frac{1}{2}\left[S\left(1 + \frac{b^2}{\rho^2}\right) + B\right] \qquad B = \frac{a_1^2 k_1 + a_2^2 k_2}{\rho^2 (k_1 + k_2)} \qquad S = \frac{h_1 + h_2}{k_1 + k_2}$$

rayon de giration $\rho = \sqrt{\frac{J}{m}}$

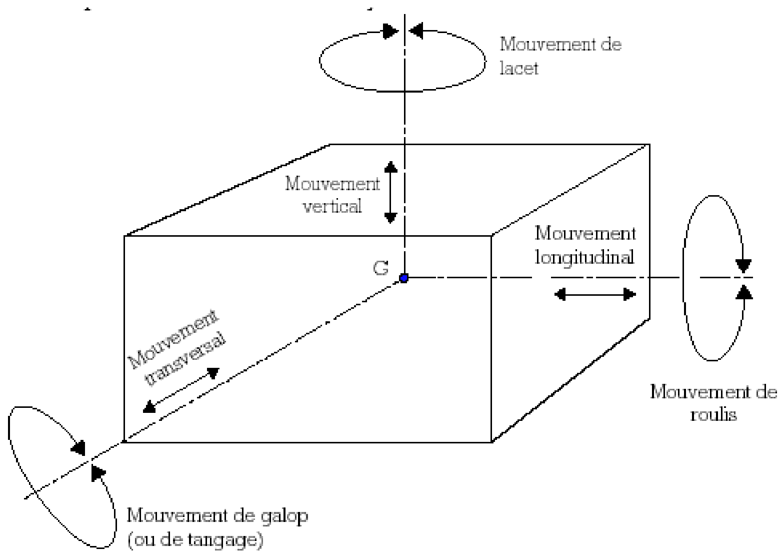
Généralisation à 6 ddl

La machine est représentée par un corps rigide possédant 6 ddl et en appui sur *N* supports élastiques amortis

$$\mathbf{M}(\ddot{\mathbf{x}} - \ddot{\mathbf{x}}_0) + \mathbf{C}(\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_0) + \mathbf{K}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = \mathbf{F}_0 + \mathbf{F}_d \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{K}\mathbf{X}_0 + \mathbf{F}_0 = \mathbf{0} \\ \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F}_d \end{cases}$$

vecteur déplacement généralisé

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i & \theta_i & \phi_i & \varphi_i \end{bmatrix}^T$$



$\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C}$ matrices généralisées

6 ddl

⇩

6 pulsations propres

$$\det\left(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}\right) = 0$$

Généralisation à 6 ddl

Etapes de la démarche

- **Collecte des données initiales**

excitations générées par la machine (points d'application, spectres)
masse totale, position du centre de gravité, tenseur d'inertie

- **Avant projet pour la répartition des isolateurs**

calcul de la matrice de raideur généralisée (matrice d'amortissement généralisé)

- **Calcul des modes de corps rigide**

calcul de la matrice de raideur généralisée (option : calcul de la matrice d'amortissement généralisé)

- **Calcul des réponses aux excitations**

3A - Contrôle Passif du Bruit

ISOLATION   ACOUSTIQUE

11 – RAPPEL SUR L'ACOUSTIQUE DES SALLES

2 – LES ENCOFFREMENTS

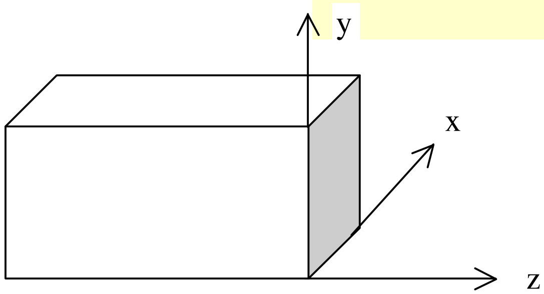
3 – APPROCHE MODALE POUR LES HABITACLES

ACOUSTIQUE MODALE DES SALLES

Pression

$$p(x,y,z)=\sum_{n_x}\sum_{n_y}\sum_{n_z} P_{n_x n_y n_z}\,\underbrace{\cos\frac{n_x\pi}{L_x}x\;\;\cos\frac{n_y\pi}{L_y}y\;\;\cos\frac{n_z\pi}{L_z}z}$$

déformée $\boxed{\Psi_{n_x n_y n_z}(x,\,y,\,z)}$



Dénomination pour une salle parallélépipédique :

- *modes **axiaux*** $(n_x,0,0)$ $(0,n_y,0)$ $(0,0,n_z)$
- *modes **tangentiels*** $(n_x,n_y,0)$ $(0,n_y,n_z)$ $(n_x,0,n_z)$
- *modes **obliques*** (n_x,n_y,n_z)

Description modale du champ de pression

Pression

$$p(x,y,z)=\sum_{n_x}\sum_{n_y}\sum_{n_z}P_{n_x n_y n_z}\ \cos\underbrace{\frac{n_x\pi}{L_x}}_{k_x}x\ \ \cos\underbrace{\frac{n_y\pi}{L_y}}_{k_y}y\ \ \cos\underbrace{\frac{n_z\pi}{L_z}}_{k_z}z$$

La relation de dispersion

$$k^2=k_x^2+k_y^2+k_z^2$$

$$k^2=\frac{\omega^2_{n_x n_y n_z}}{c^2}=\left(\frac{n_x\pi}{L_x}\right)^2+\left(\frac{n_y\pi}{L_y}\right)^2+\left(\frac{n_z\pi}{L_z}\right)^2$$

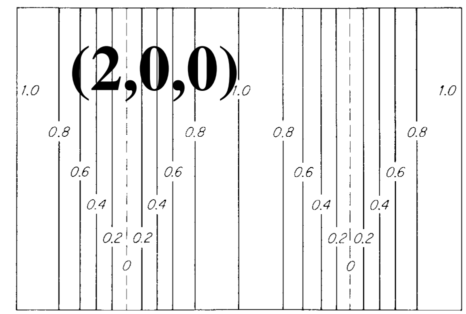
permet de calculer les fréquences propres

$$f_{n_x n_y n_z}=\frac{\omega_{n_x n_y n_z}}{c}=\frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2+\left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2+\left(\frac{n_z}{L_z}\right)^2}$$

Description modale du champ de pression

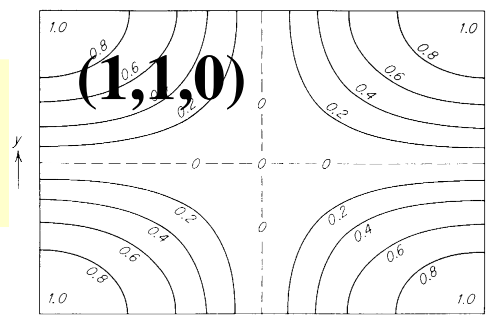
Petite enceinte en marbre $L_x = 1{,}5$ m, $L_y = 1$ m, $L_z < \lambda/10$

Fréquence propre	*Déformée modale*
$f_{2,0,0} = \dfrac{344}{2}\sqrt{\left(\dfrac{2}{1{,}5}\right)^2} = 229 \text{ Hz}$	$\Psi_{2,0,0} = \cos\dfrac{2\pi x}{1{,}5}$



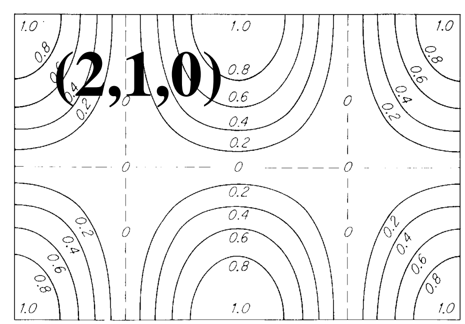
Mode (2,0,0)

$$f_{1,1,0} = \frac{344}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{1{,}5}\right)^2 + \left(\frac{1}{1}\right)^2} = 207 \text{ Hz} \qquad \Psi_{1,1,0} = \cos\frac{\pi x}{1{,}5}\cos\frac{\pi y}{1}$$



Mode (1,1,0)

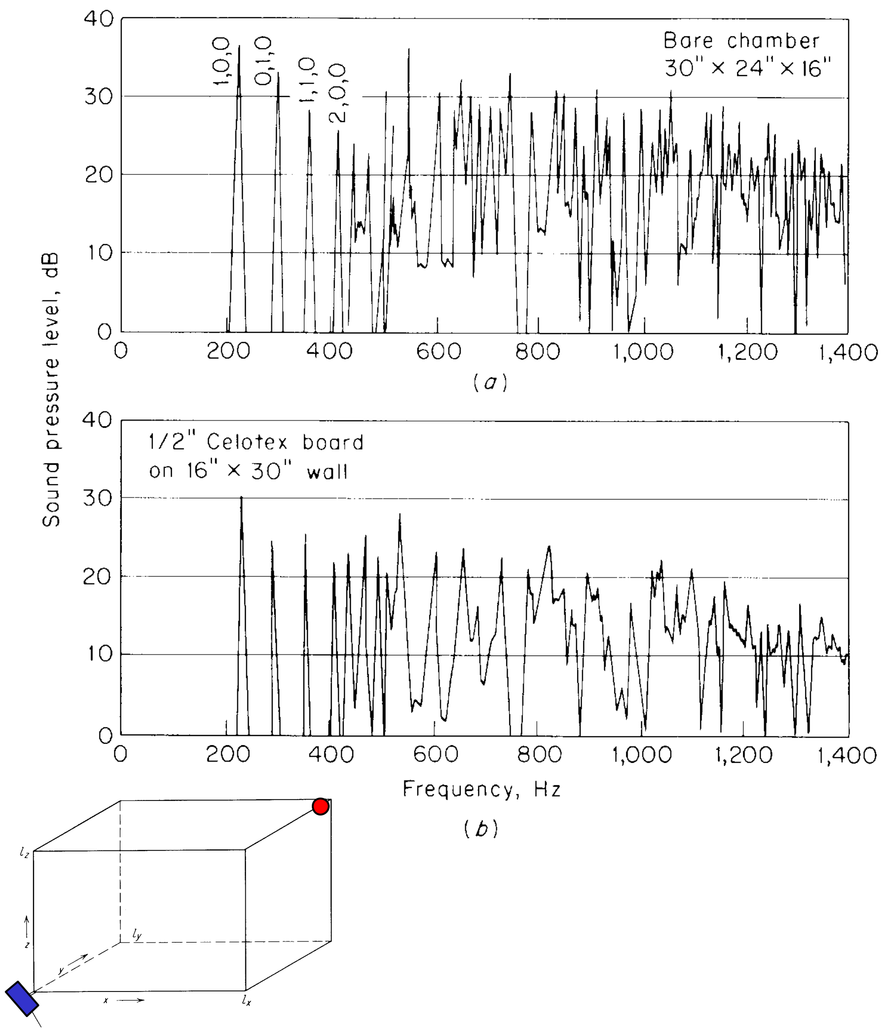
$$f_{2,1,0} = \frac{344}{2}\sqrt{\left(\frac{2}{1{,}5}\right)^2 + \left(\frac{1}{1}\right)^2} = 287 \text{ Hz} \qquad \Psi_{2,1,0} = \cos\frac{2\pi x}{1{,}5}\cos\frac{\pi y}{1}$$

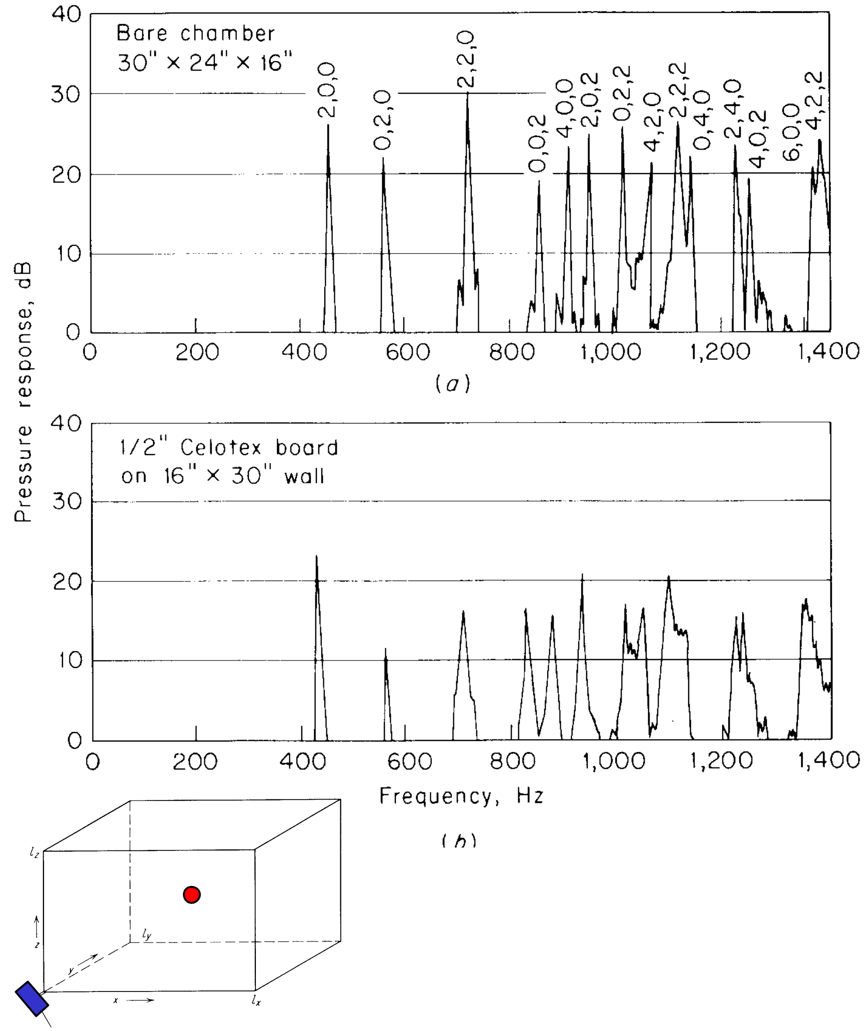


Mode (2,1,0)

Description modale du champ de pression

Petite enceinte $L_x = 0{,}76$ m, $L_y = 0{,}61$ m, $L_z = 0{,}41$ m





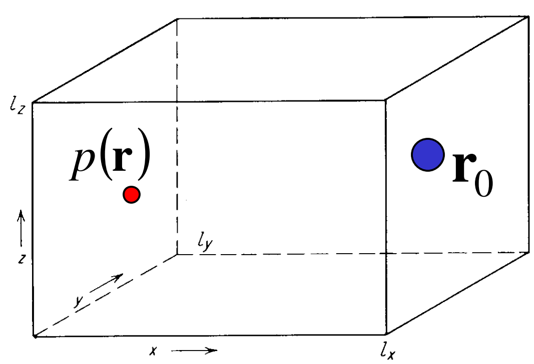
Expression de la pression

En utilisant la fonction de Green (sans dissipation)

$$p(\mathbf{r}) = j\omega Q_0\, G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) = j\omega c^2\, Q_0 \sum_i \frac{\Psi_i(\mathbf{r})\Psi_i(\mathbf{r}_0)}{V_i\left(\omega_i^2 - \omega^2\right)}$$

$$\boxed{k_i = \omega_i / c}$$

Pour la salle parallélépipédique



$V_i = V/2$ *modes* ***axiaux***

$V_i = V/4$ *modes* ***tangentiels***

$V_i = V/8$ *modes* ***obliques***

Nombre de modes dans une salle

Nombre de modes dans une salle parallélépipédique

$$N \approx \frac{4\pi V}{3c^3} f^3 + \frac{\pi S}{4c^2} f^2 + \frac{L}{8c} f$$

avec $V = L_x L_y L_z$ *Volume de la salle*

$S = 2\left(L_x L_y + L_y L_z + L_x L_z\right)$ *Surface totale des parois*

$L = 4\left(L_x + L_y + L_z\right)$ *Longueur totale des arrêtes*

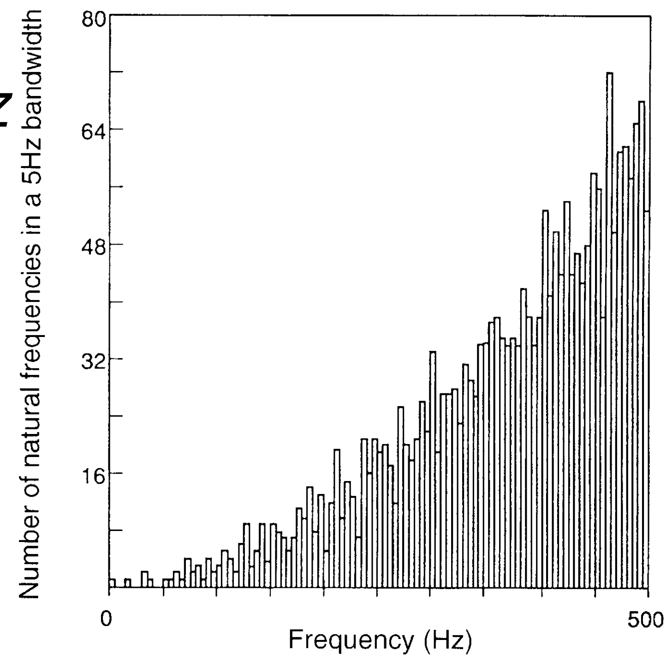
Quand $\frac{V}{S} >> \frac{\lambda}{4}$ $\quad N \to \frac{4\pi V}{3c^3} f^3$

V = 100 m³ ➡

f	N
1000 Hz	10290
1100 Hz	13696

DENSITE MODALE

Nombre de modes entre 1000 et 1100 Hz



V = 100 m³ $\Delta N = \quad 3406$

V = 1000 m³ $\Delta N = 34060$

Salle de 10 m x 5 m x 3 m

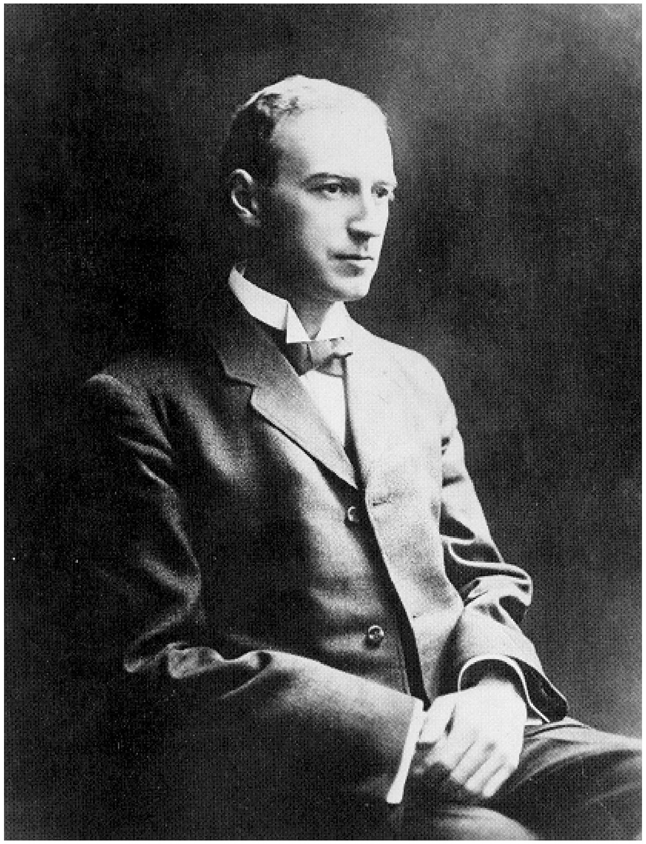
La densité modale

$$n(f) = \frac{dN}{df} = \frac{4\pi V}{c^3} f^2 + \frac{\pi S}{2c^2} f + \frac{L}{8c}$$

$$n(f) \approx \frac{4\pi V}{c^3} f^2$$

⇨ **augmentation proportionnelle au volume et au carré de la fréquence**

Théorie de sabine



Wallace Clement **Sabine** (1868 -1919)
Professeur de “Mathematics and Natural Philosophy” à Harvard

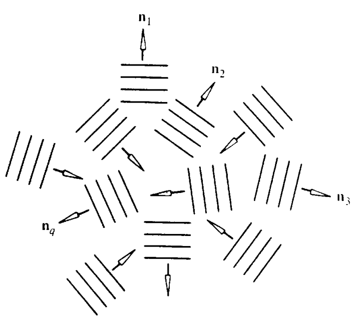
$$\frac{\left\langle p_R^2 \right\rangle}{\rho_0 c} = \frac{4W}{R} = \frac{4W\left(1-\overline{\alpha}\right)}{\overline{\alpha}\;\;S}$$

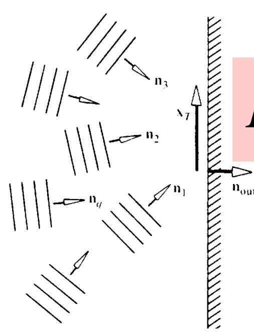
aire d’absorption

$$A = \overline{\alpha}\, S$$

$$T_R = \frac{0.16\,V}{A}$$

$$\frac{\left\langle p_R^2 \right\rangle}{\rho_0 c}$$





$$I_n$$

$$I_n = \frac{1}{4}\,\frac{\left\langle p_R^2 \right\rangle}{\rho_0 c}$$

Temps de réverbération

Sabine

$$\boxed{T_R = \frac{0.16\,V}{\overline{\alpha}\,S}}$$

Norris-Eyring

$$\boxed{T_R = \frac{0.16\,V}{-\,S\,\ln\left(1-\overline{\alpha}\right)}}$$

pour $\overline{\alpha} > 0{,}4$

$$-\ln\left(1-\overline{\alpha}\right) = \overline{\alpha} + \tfrac{1}{2}\overline{\alpha}^2 + \tfrac{1}{3}\overline{\alpha}^3 + \cdots$$

Mellington

$$\boxed{T_R = \frac{0.16\,V}{-\sum_i S_i\,\ln\left(1-\alpha_i\right)}}$$

Application industrielle : les encoffrements

- Les encoffrements et les cabines sont les moyens les plus fréquemment utilisés dans l'industrie pour contrôler le bruit
  - **Encoffrements** … autour des machines, turbo-alternateur, moteurs encapsulés ou comme partie intégrante de produits manufacturés.
  - **Cabines** … pour produire un espace de silence relatif pour protéger les opérateurs sur des plate-formes de test.

❑ **mais, peu d'outils pour guider les concepteurs.**

Application industrielle : les encoffrements

- F. Fahy: "*Theoretical predictions of the performance of such enclosures have not been conspicuously successful to date, and designers still rely heavily on empirical data.* "
  - *les encoffrements et les surfaces des sources sont* ***fortement couplées*** *par le fluide si bien que l'impédance de rayonnement en est affectée,*
  - *les* ***géométries*** *des sources sont souvent très* ***complexes,*** *donc difficile à modéliser,*
  - *les* ***dimensions*** *des cavités ne sont pas suffisamment grandes* ***pour que les modèles statistiques s'appliquent avec précision****.*

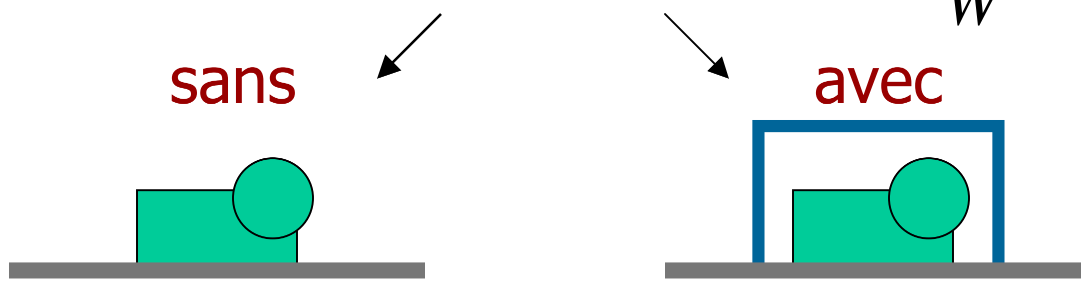
Les encoffrements



Efficacité d'un capot

- L'efficacité d'un encoffrement est évalué par la **perte par insertion**

$$D = L_W - L_{W\mathrm{T}} = 10\log\frac{W_\mathrm{T}}{W} \qquad \text{[dB]}$$



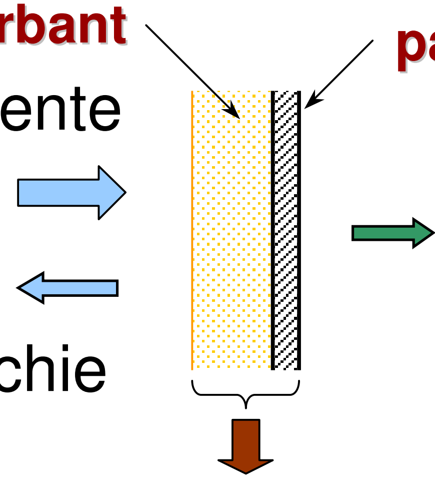
L_W *niveau de puissance acoustique de la source*

$L_{W\mathrm{T}}$ *niveau de puissance acoustique transmis par le capot*

Comportement d'un panneau

Matériau absorbant **panneau**

W_{INC} puissance incidente



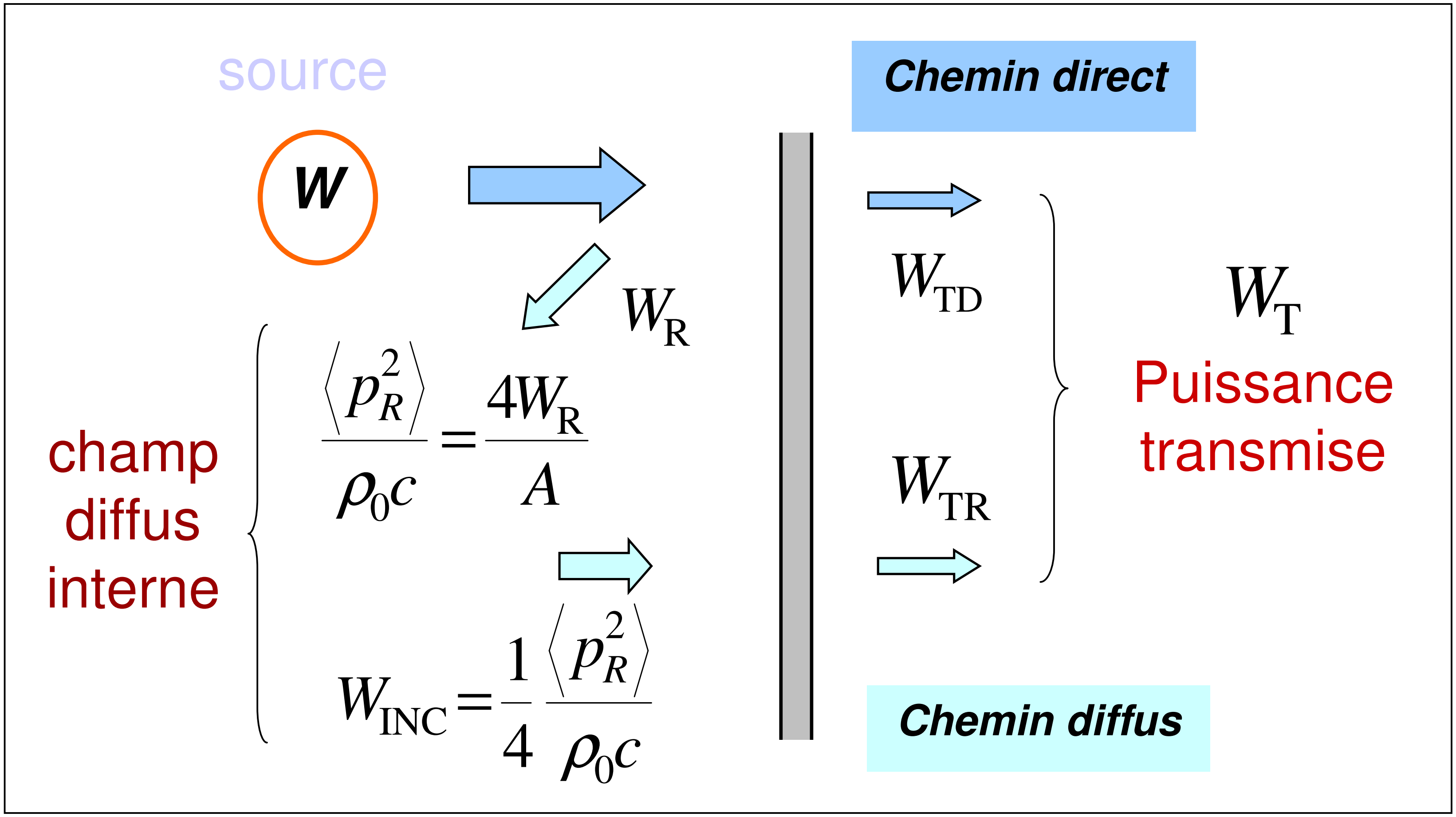
W_{T} puissance transmise

W_{R} puissance réfléchie

W_D puissance dissipée

Coefficient d'absorption	Coefficient de dissipation	Coefficient de transmission
$\alpha = \dfrac{W_{\mathrm{D}} + W_{\mathrm{T}}}{W_{\mathrm{INC}}}$	$\delta = \dfrac{W_{\mathrm{D}}}{W_{\mathrm{INC}}}$	$\tau = \dfrac{W_{\mathrm{T}}}{W_{\mathrm{INC}}}$

Modèle de capot



$$W_T = W_{TD} + W_{TR} = W\,\tau_0 + W_{inc}\,\tau$$

Modèle de capot

Puissance transmise

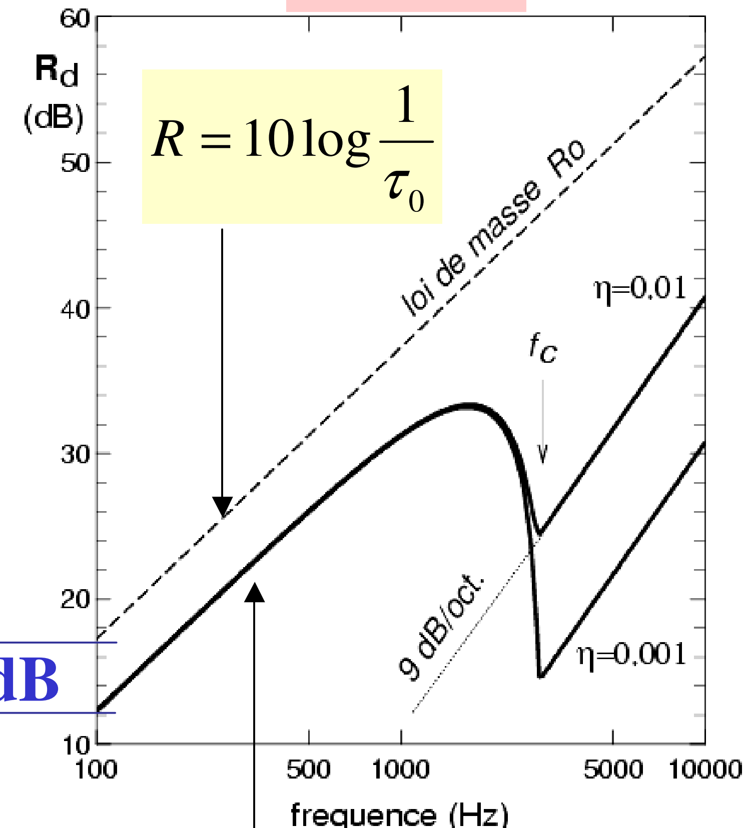
$$W_T = W_{TD} + W_{\mathrm{TR}} = W\,\tau_0 + W_{inc}\,\tau$$

$$\frac{W_T}{W} = \tau \left[0{,}3 + \frac{1-\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}} \frac{S}{S_i} \right]$$

avec $\bar{\alpha} S_i = A$

$$\tau_0 \approx 0.3\,\tau$$

$$R = 10\log\frac{1}{\tau_0}$$



~ 5 dB

$$R_d = 10\log\frac{1}{\tau}$$

Pertes par insertion

$$D = 10\log\frac{W}{W_T} = 10\log\frac{1}{\tau} - 10\log\left(0{,}3 + \frac{1-\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}}\frac{S}{S_i}\right)$$

Modèle de capot

Pertes par insertion

$$D = 10\log\frac{W}{W_T} = 10\log\frac{1}{\tau} - 10\log\left(0{,}3 + \frac{1-\bar{\alpha}}{\bar{\alpha}}\frac{S}{S_i}\right)$$

Simplification de la formulation

surface intérieure $S_i \quad \rightarrow \quad S$

si $\bar{\alpha} << 1$ *alors* $\dfrac{\bar{\alpha}}{1-\bar{\alpha}} \approx \bar{\alpha}$

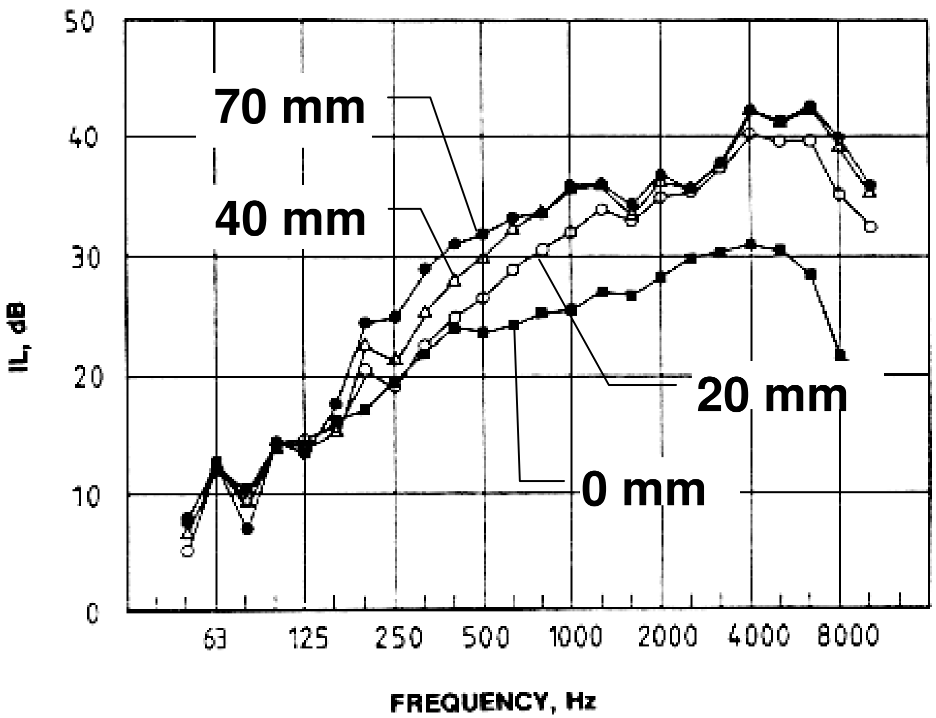
$$\boxed{D' = R + 10\log\bar{\alpha}}$$

α	D	D'	$D' - D$
1	$R+5$	R	-5
0.8	$R+3$	$R-1$	-4
0.6	$R+0.8$	$R-2.2$	-3
0.4	$R-1.8$	$R-4$	-2.2
0.2	$R-5.5$	$R-7$	-1.5
0.1	$R-8.8$	$R-10$	-1.2
0.05	$R-12$	$R-13$	-1

Conclusion : $\bar{\alpha}$ doit être supérieur à 0.6

Modèle de capot

- **Influence du matériau absorbant**



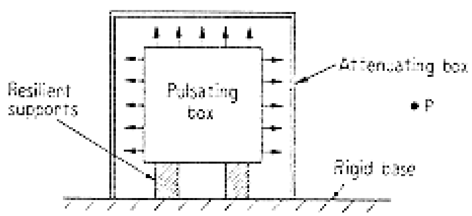
panneaux en acier de 1.5 mm *(d'après Fischer et Veres, 1986)*

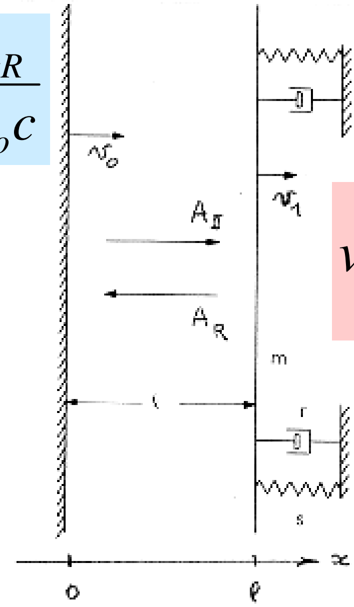
Réalisation des encoffrements

Modèle de Jackson

modèle réactif pour des capots 'close fitting'

$$v_0 = u_0 = \frac{A_I}{\rho_o c} - \frac{A_R}{\rho_o c}$$





$$p_1 = A_I\, e^{-jkl} + A_R\, e^{jkl}$$

$$v_1 = u_1 = \frac{A_I}{\rho_o c} e^{-jkl} - \frac{A_R}{\rho_o c} e^{jkl}$$

$$z_t = z_p + \rho_o c$$

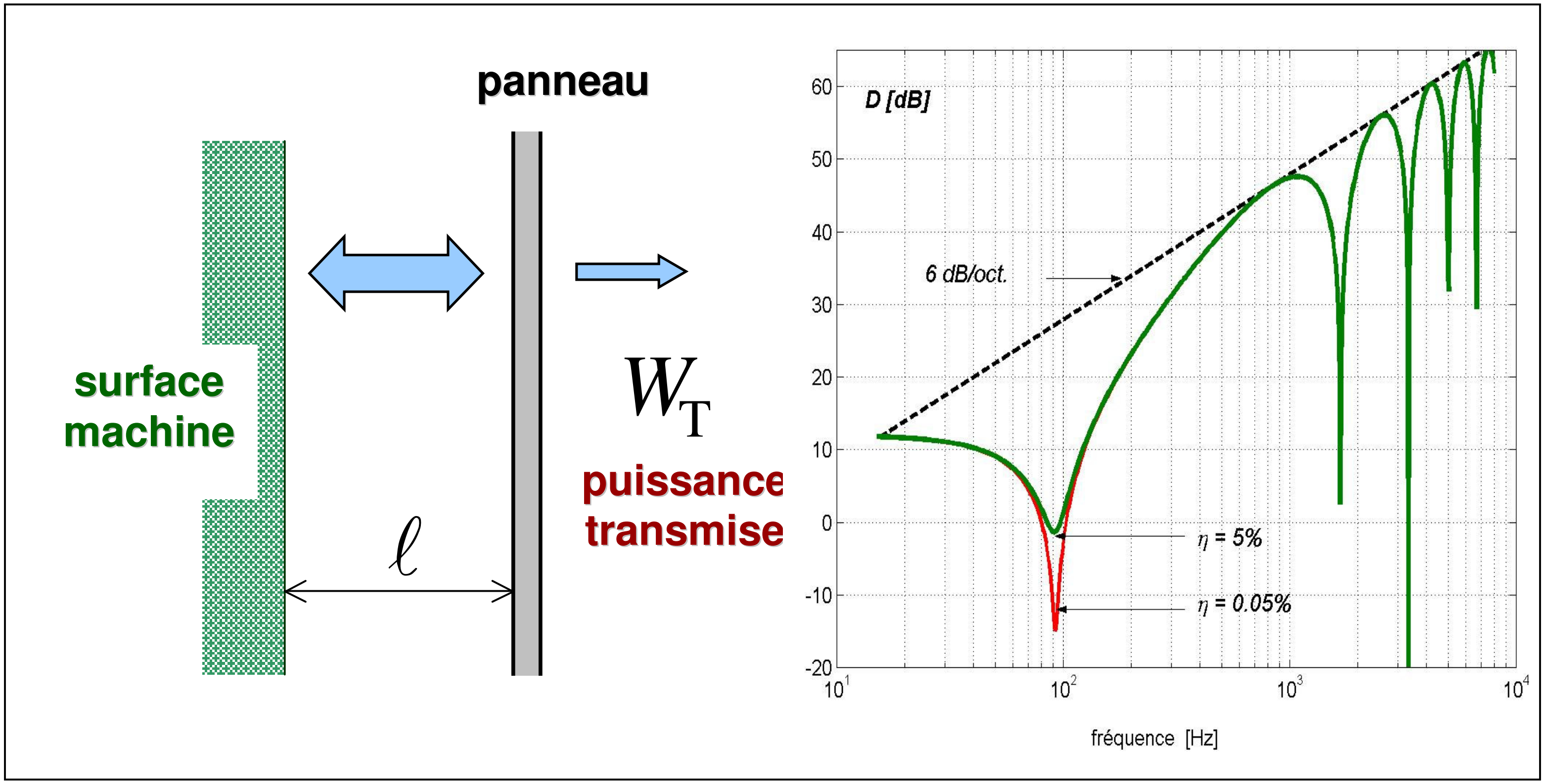
$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{1}{\cos kl + j\dfrac{z_t}{\rho_o c}\sin kl}.$$

$$p = A_I\, e^{-jkx} + A_R\, e^{jkx}$$

$$D = 10\log\frac{|v_0|^2}{|v_1|^2} = 10\log\left\{\left[\cos kl - \sin kl\,\frac{\omega m - s/\omega}{\rho_o c}\right]^2 + \sin^2 kl\left[1+\frac{r}{\rho_o c}\right]^2\right\}.$$

Modèle de Jackson

modèle réactif pour des capots ’close fitting’



Accroissement de la fréquence de resonance mécanique $$f_1 = f_0 + \frac{2\pi\ \rho_0 c^2}{\ell\ \rho_S}$$

Modèle de capot

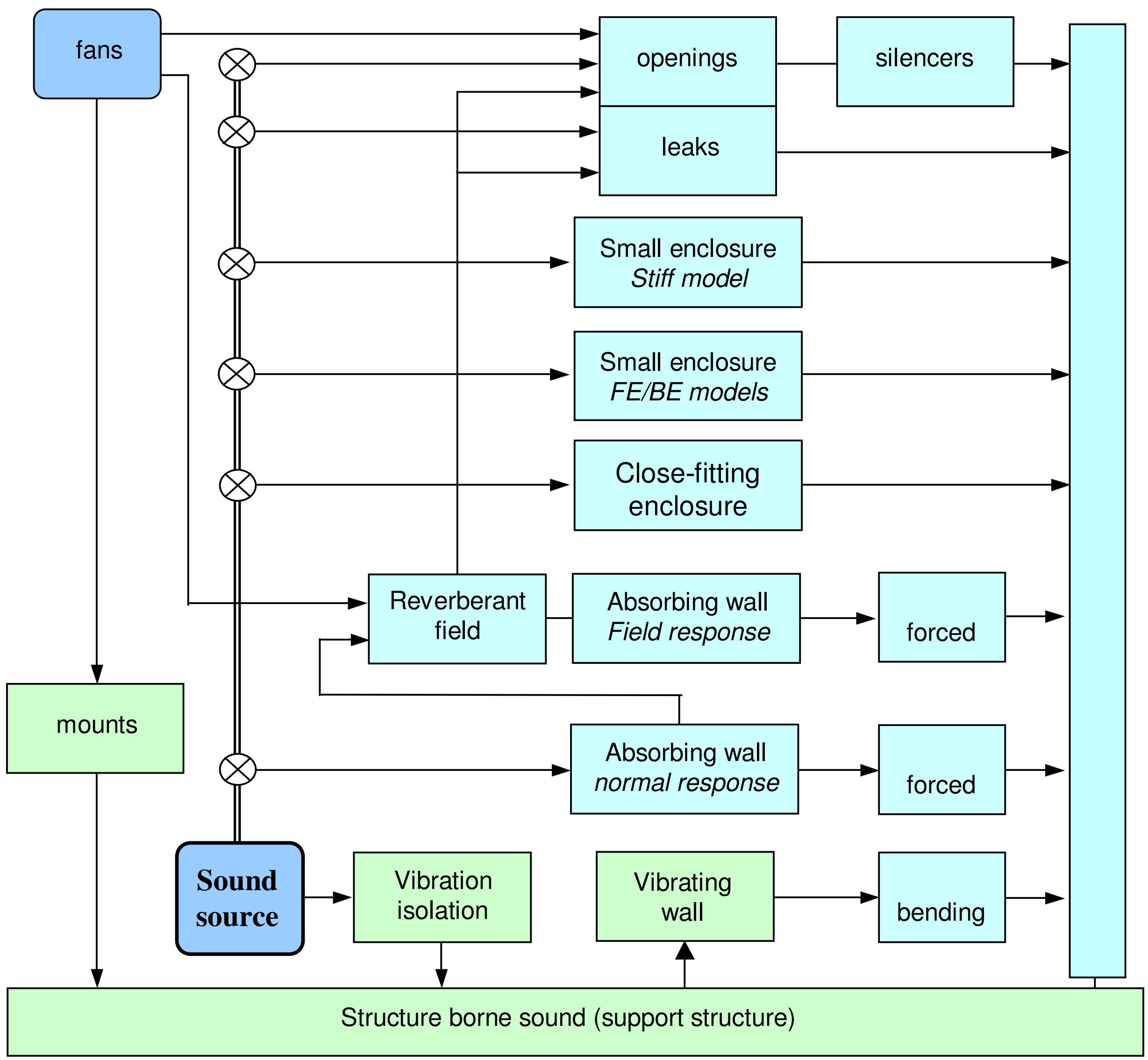
Modèle de capot

Autres chemins de transfert

les voies de transmission autres que les parois sont succeptibles de réduire considérablement l'efficacité

- **transmission** solidienne vers le capot (supports, connexion d'auxiliaires…)
  - plots élastiques
- **ouvertures** (cable, transmission, etc...)
  - evacuation de l'air traitée par des **silencieux**
- **panneaux amovibles**
  - Joints d'étancheité

Modèle de capot



Fuites par les fentes et les trous

Importance de l’étanchéité

Les fuites diminuent les performances des encoffrements, surtout dans le domaine des hautes fréquences.

Difficultés

- *estimation des surfaces des ouvertures associées aux fuites*
- *choix d'un modèle pour calculer l'indice d'affaiblissement des trous et des fentes*

énergie incidente totalement transmise par les ouvertures de grandes dimensions par rapport à la longueur d'onde (R = 0 dB).

petits trous ou aux fentes, dont l'indice d'affaiblissement peut être important dans les ***fréquences basses*** (R>10 dB) et devenir négatif dans les ***hautes fréquences*** (phénomène de résonance du conduit pratiqué dans l'épaisseur du capot)

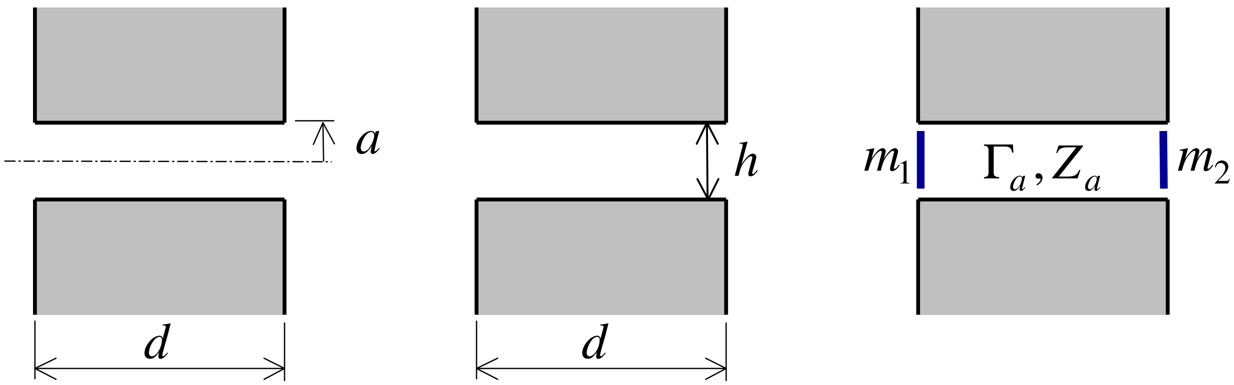
Fuites par les fentes et les trous

Coefficient de transmission

$$\tau = \frac{\text{puissance transmise}}{\text{puissance incidente}}$$

Indice d'affaiblissement

$$R = 10 \log \frac{1}{\tau} \qquad \text{[dB]}$$



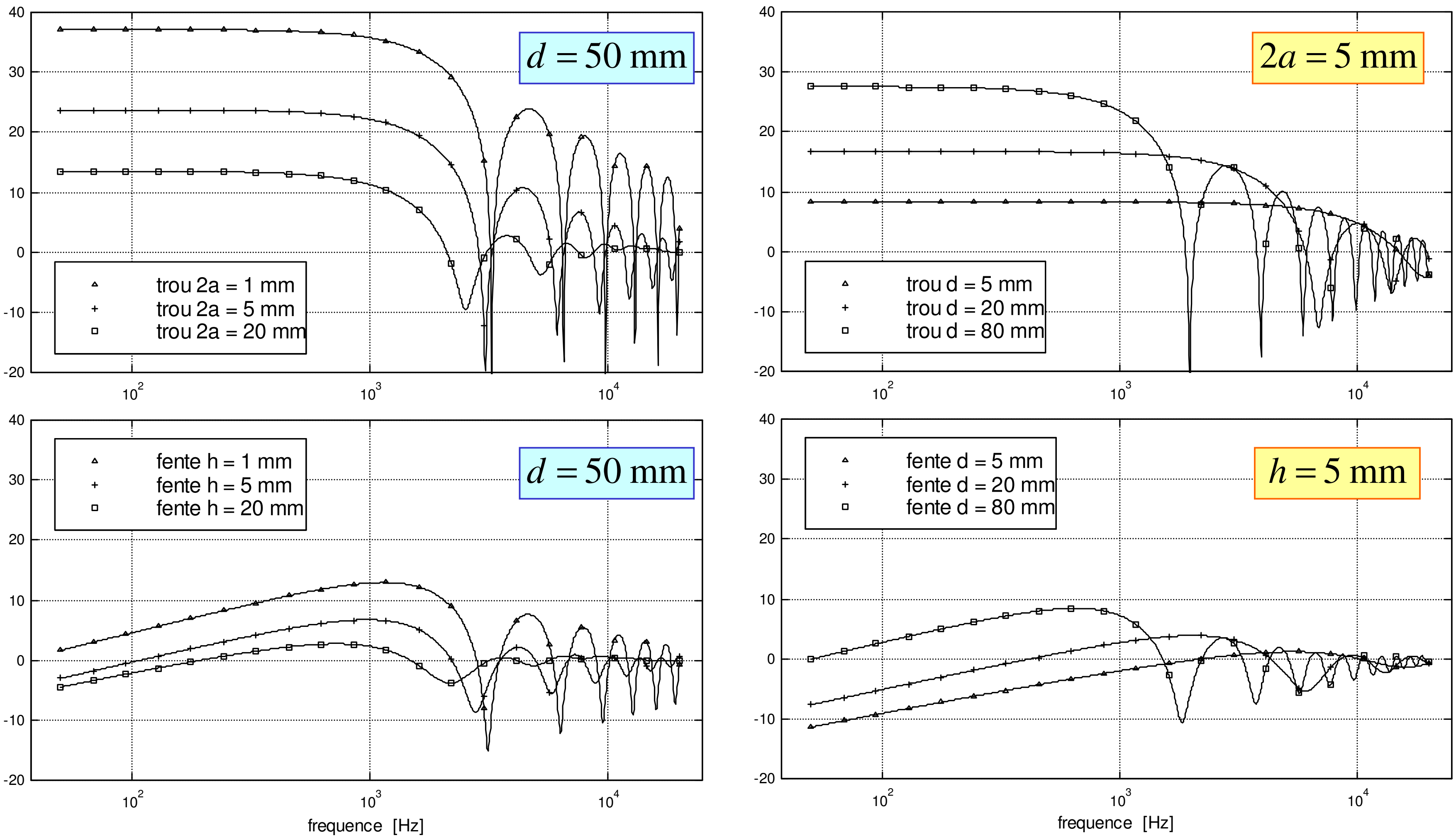
formulation de Mechel

$$\tau(0) = \rho c \,\mathrm{Re}\{Z_{r2}\} \left| \frac{2\, Z_a}{Z_a (Z_1 + Z_2) \cosh \Gamma_a d + (Z_a^2 + Z_1 Z_2) \sinh \Gamma_a d} \right|^2$$

$$Z_1 = j\omega m_1 + Z_{r1} \qquad Z_2 = j\omega m_2 + Z_{r2}$$

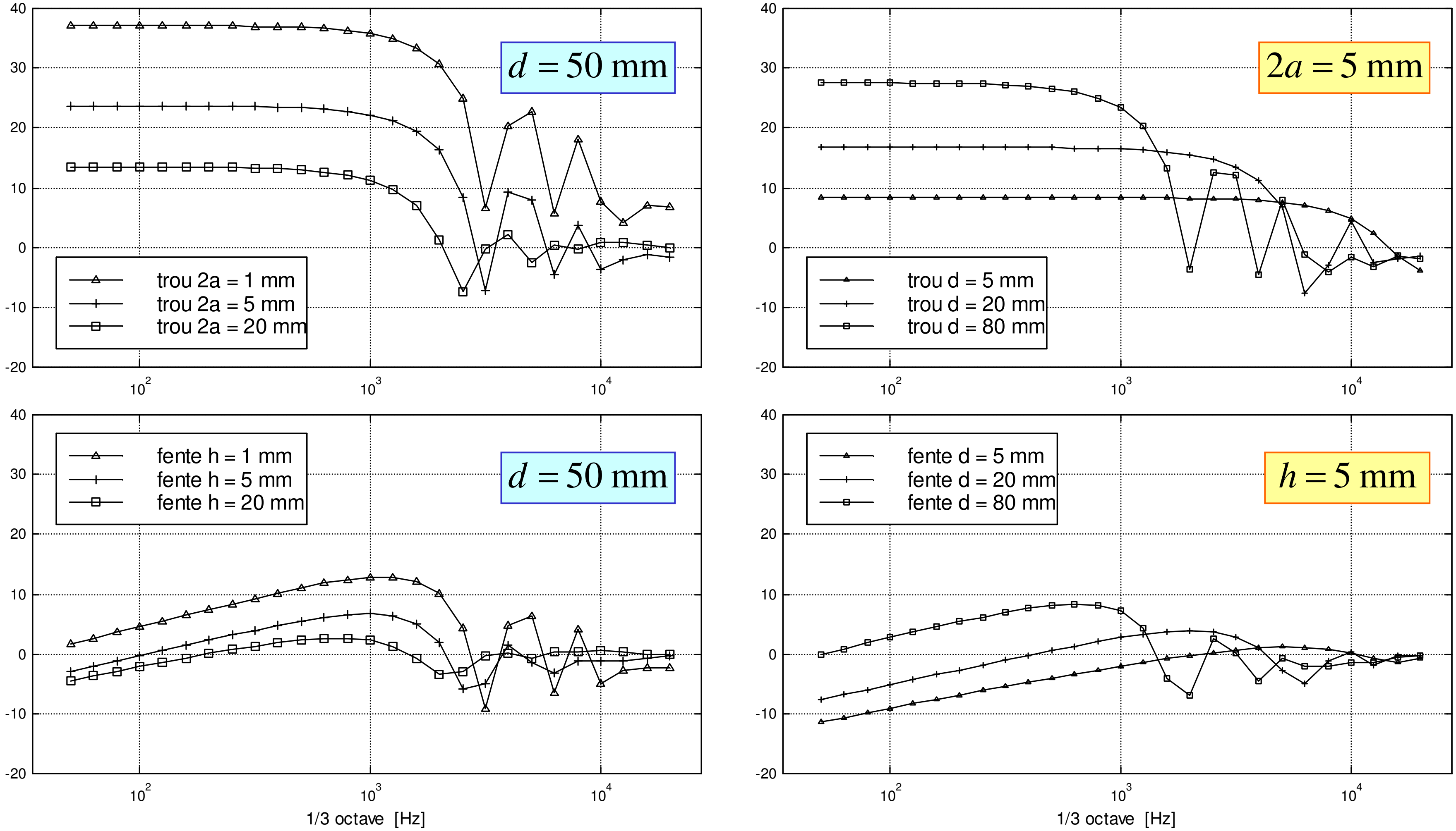
Γ_a, Z_a caractérisent le matériau dans le conduit. Sans matériau (air) $\Gamma_a = jk, Z_a = \rho_0 c$

Fuites par les fentes et les trous



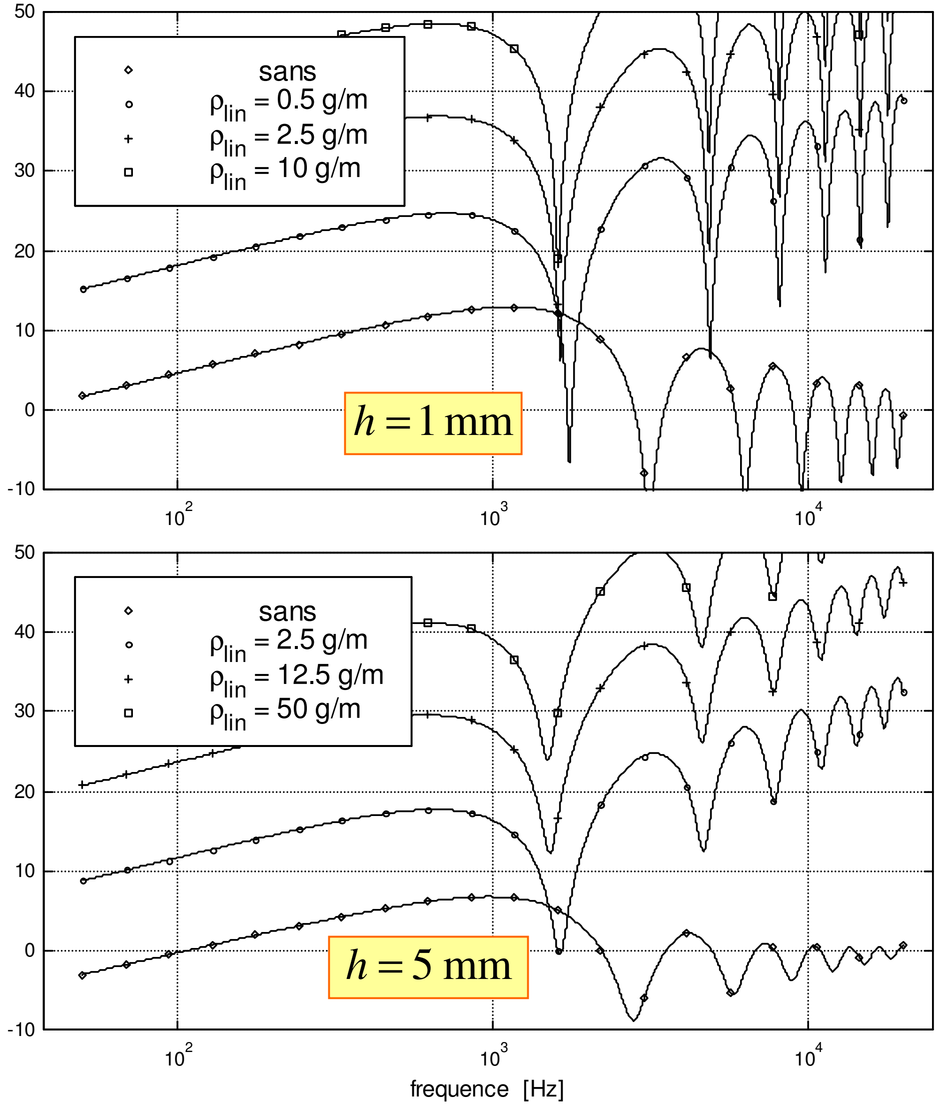
Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence

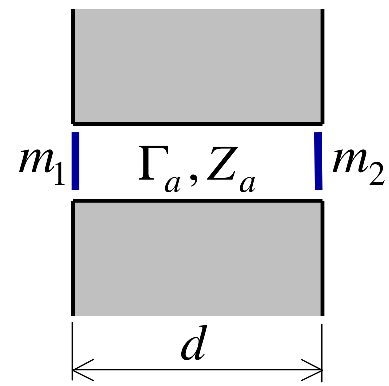
Fuites par les fentes et les trous



Indice d'affaiblissement en 1/3 octave

Fuites par les fentes et les trous



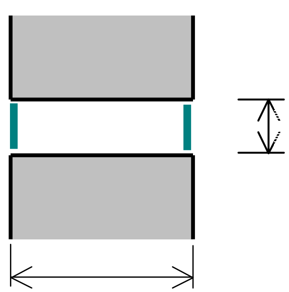


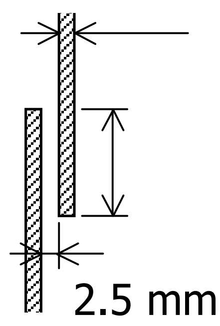
$d = 50\ \mathrm{mm}$

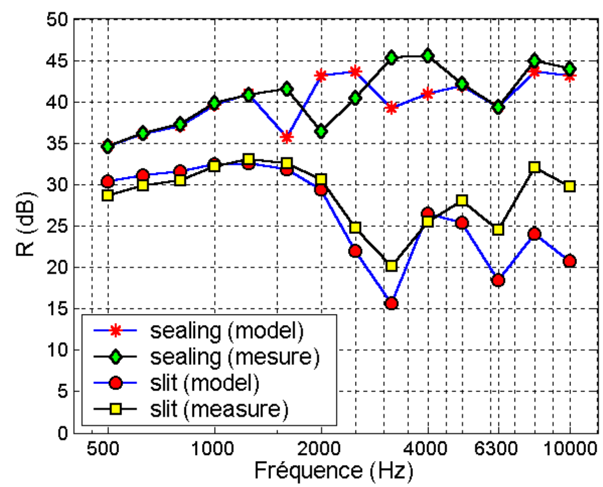
Indice d'affaiblissement en fonction de la fréquence

Fuites par les fentes et les trous

Fuites étanchées par des joints







Modèle

Configuration expérimentale

Résultats

Influence des fuites

Configuration avec ouvertures

Description des ouvertures:

No ouverture	1	2	3
No du panneau	1	2	4
surface (m2)	0.0002	0.0000	0.0005
diamètre ou largeur (mm)	2.0	5.0	1.0
longueur (mm)	100.0	0.0	500.0
d conduit(mm)	2.0	2.0	2.0
masse du joint en g ou g/m	NaN	NaN	NaN

Configuration avec fuites

Description des ouvertures:

No ouverture	**1**	**2**	**3**
No du panneau	**1**	**2**	**4**
surface (m2)	**0.0002**	**0.0000**	**0.0005**
diamètre ou largeur (mm)	2.0	5.0	1.0
longueur (mm)	100.0	0.0	500.0
d conduit(mm)	40.0	20.0	60.0
masse du joint en g ou g/m	0.00	0.00	0.00

atténuation en dB

	fuite	fuite	fuite
125 Hz	9.3	11.7	8.3
250 Hz	9.2	11.7	8.7
500 Hz	9.1	11.7	9.8
1000 Hz	8.5	11.4	10.7
2000 Hz	5.0	10.4	-8.4
4000 Hz	-7.4	4.7	-4.8

Influence des fuites

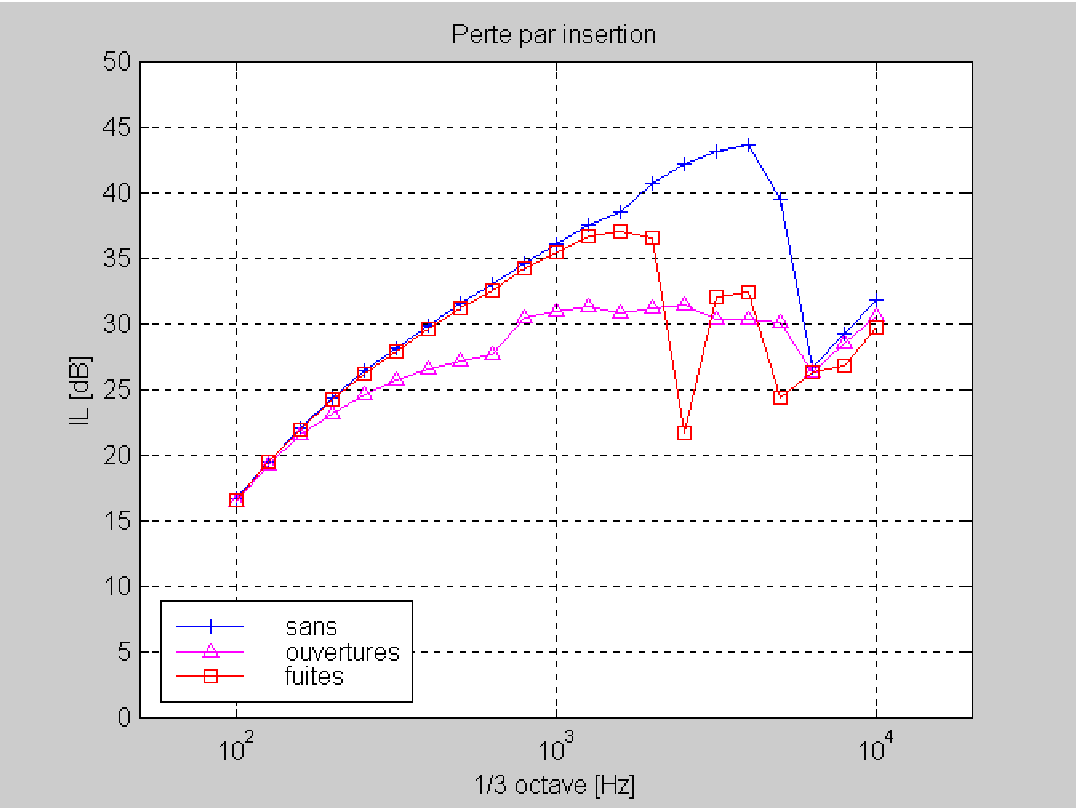
Dimensions de l'encoffrement (en mm)

longueur : 800
profondeur : 600
hauteur : 700

Acier 1 mm

Matériau absorbant :

apha = 0.6 à 1000 Hz



REPONSE MODALE DANS LES HABITACLES

Principaux modèles

- *modèle de base*

Sung et Nefske 1984, Pan 1992

- *modèles faisant intervenir plu précisément le couplage vibroacoustique*

Pan 1999, Kim Lee et Sum 1999, Kim et Brennan 1999

Sum et Pan 2003,

Amplitude de la pression

Salle parallélépipédique

$$p(x,y,z)=\sum_{n_x}\sum_{n_y}\sum_{n_z} P_{n_x n_y n_z}\ \cos\frac{n_x\pi}{L_x}x\ \cos\frac{n_y\pi}{L_y}y\ \cos\frac{n_z\pi}{L_z}z$$

Indice d'un mode $i=\{n_x,n_y,n_z\}$ $\Rightarrow$ $p(\mathbf{r})=\sum_i P_i\ \Psi_i(\mathbf{r})$

La pression peut s'exprimer à partir d'une ***fonction de Green***

espace libre $$\boxed{p(\mathbf{r})=j\omega Q_0\, G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)=j\omega Q_0\, e^{-jkr}/4\pi r}$$

salle $p(\mathbf{r})=j\omega Q_0\ G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)$ $\Rightarrow$

$$\begin{cases} G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)=\sum_i A_i\ \Psi_i(\mathbf{r}) \\ \nabla^2 G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)+k^2 G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)=-\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0) \end{cases}$$

ATTENTION : ici Q_0 *débit de masse*

Fonction de Green

Par définition, la fonction de Green est la solution de

$$\nabla^2 G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) + k^2 G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$$

en remplaçant $G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)$ par $G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) = \sum_i A_i \ \Psi_i(\mathbf{r})$

l'équation devient

$$\nabla^2 \sum_i A_i \ \Psi_i(\mathbf{r}) + k^2 \sum_i A_i \ \Psi_i(\mathbf{r}) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$$

*Les **modes propres** et les **pulsations naturelles** vérifient*

$$\nabla^2 \Psi_i(\mathbf{r}) + k_i^2 \Psi_i(\mathbf{r}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 \Psi_i(\mathbf{r}) = -k_i^2 \ \Psi_i(\mathbf{r})$$

avec $\boxed{k_i = \omega_i / c}$ *où* ω_i *est la pulsation propre du mode i*

Fonction de Green

L'équation s'écrit alors

$$-k_j^2 \sum_j A_j \ \Psi_j(\mathbf{r}) + k^2 \sum_j A_j \ \Psi_j(\mathbf{r}) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$$

en multipliant tous les termes par Ψ_i *et en intégrant sur le volume*

$$-k_j^2 \sum_j A_j \int_V \Psi_j(\mathbf{r}) \Psi_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} + k^2 \sum_j A_j \int_V \Psi_j(\mathbf{r}) \Psi_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = -\int_V \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \Psi_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

A_i est obtenue en utilisant la relation d'orthogonalité

$$\int_V \Psi_i(\mathbf{r}) \Psi_j(\mathbf{r}) dV = \begin{cases} 0 & j \neq i \\ V_i & j = i \end{cases} \quad \Rightarrow \quad -k_i^2 A_i V_i + k^2 A_i V_i = -\Psi_i(\mathbf{r}_0)$$

soit

$$A_i = \frac{\Psi_i(\mathbf{r}_0)}{V_i \left(k_i^2 - k^2\right)} = \frac{c^2 \ \Psi_i(\mathbf{r}_0)}{V_i \left(\omega_i^2 - \omega^2\right)}$$

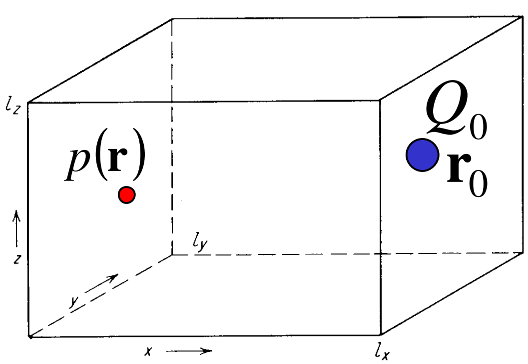
Expression de la pression

En utilisant la fonction de Green $G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) = \sum_i A_i \, \Psi_i(\mathbf{r})$

$$p(\mathbf{r}) = j\omega Q_0 \, G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) = j\omega c^2 \, Q_0 \sum_i \frac{\Psi_i(\mathbf{r})\Psi_i(\mathbf{r}_0)}{V_i\left(\omega_i^2 - \omega^2\right)}$$

$$V_i = \int_V \Psi_i^2(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}$$

Pour la salle parallélépipédique



$V_i = V/2$ *modes* ***axiaux***

$V_i = V/4$ *modes* ***tangentiels***

$V_i = V/8$ *modes* ***obliques***

Expression de la pression

Equation de Helmholtz inhomogène

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r}) = -j\omega \frac{Q(\mathbf{r})}{V} + \nabla \cdot \mathbf{f}$$

avec $p(\mathbf{r}) = \sum_i P_i \, \Psi_i(\mathbf{r})$ *et* $Q(\mathbf{r})$ *débit de masse*

et en utilisant l'équation homogène pour un mode i

$$\nabla^2 \Psi_i(\mathbf{r}) + k_i^2 \Psi_i(\mathbf{r}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 \Psi_i(\mathbf{r}) = -k_i^2 \, \Psi_i(\mathbf{r})$$

et la relation d'orthogonalité dans $\int_V (\circ) \Psi_i \, dV$ *, on obtient*

$$-k_i^2 P_i V_i + k^2 P_i V_i = -j\omega \int_V \frac{Q(\mathbf{r})}{V} \Psi_i(\mathbf{r}) \, dV + \int_V \nabla \cdot \mathbf{f}(\mathbf{r}) \Psi_i(\mathbf{r}) \, dV$$

termes représentant les forces modales

Expression de la pression

$$-k_i^2 P_i V_i + k^2 P_i V_i = -j\omega \int_V \frac{Q(\mathbf{r})}{V} \Psi_i(\mathbf{r})\, dV + \int_V \nabla \cdot \mathbf{f}(\mathbf{r}) \Psi_i(\mathbf{r})\, dV$$

Les forces modales généralisées sont

$$F_i = \int_V (\text{forces généralisées})\ \Psi_i(\mathbf{r})\, dV$$

$$-k_i^2 P_i V_i + k^2 P_i V_i = \underbrace{-j\omega \int_V \frac{Q(\mathbf{r})}{V} \Psi_i(\mathbf{r})\, dV + \rho_0 \int_S \ddot{w}(\mathbf{r}_S) \Psi_i(\mathbf{r}_S)\, dS}_{F_i}$$

Force modale généralisée

$$k_i = \frac{\omega_i}{c}, \quad k = \frac{\omega}{c}$$

$$-\omega_i^2 P_i + \omega^2 P_i = \frac{c^2}{V_i} F_i$$

Expression de la pression

Equation modale

$$-\omega_i^2 P_i + \omega^2 P_i = \frac{c^2}{V_i} F_i$$

$$\boxed{\ddot{P}_i + \omega^2 P_i = \frac{c^2}{V_i} F_i}$$

avec la force modale généralisée

$$F_i = -j\omega \int_V \frac{Q(\mathbf{r})}{V} \Psi_i(\mathbf{r})\, dV + \rho_0 \int_S \ddot{w}(\mathbf{r}_S)\, \Psi_i(\mathbf{r}_S)\, dS$$

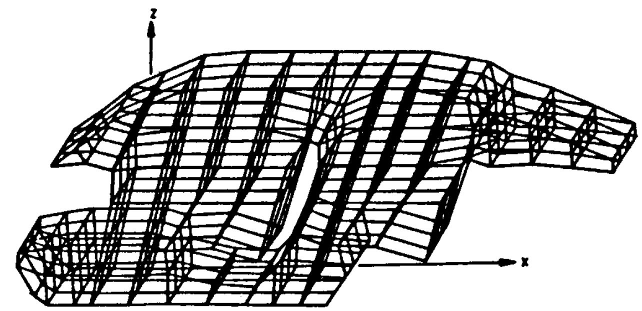
permet d'obtenir la solution P_i *dans la base modale*

puis la pression dans le volume $$p(\mathbf{r}) = \sum_i P_i\, \Psi_i(\mathbf{r})$$

Application aux habitacles

Les modes propres du système **conservatif associé** sont calculés par **éléments finis**

$$p(\mathbf{r}) = \sum_i P_i \; \Psi_i(\mathbf{r})$$



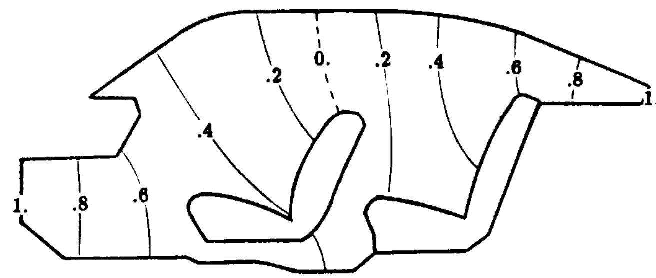
(a) Acoustic Finite Element Model

L'équation modale avec au second membre la force modale

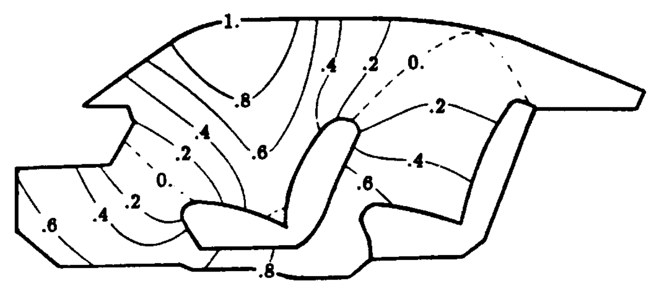
$$\ddot{P}_i + 2\delta_i \dot{P}_i + \omega_i^2 P_i = \frac{c^2}{V_i} F_i$$

dissipation

$$\left(-\omega^2 + j\omega 2\delta_i + \omega_i^2\right) P_i = \frac{c^2}{V_i} F_i$$



(b) First Resonant Mode at 73 Hz

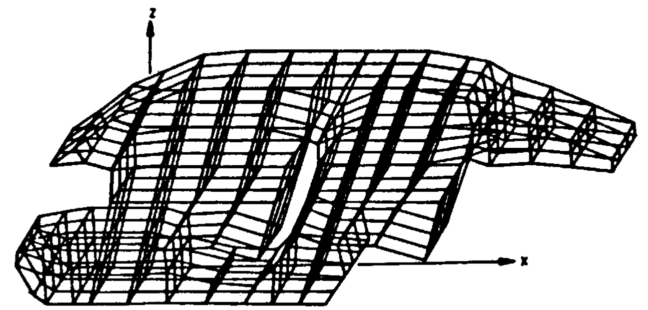


(c) Second Resonant Mode at 130 Hz

Application aux habitacles

L'équation modale conduit à

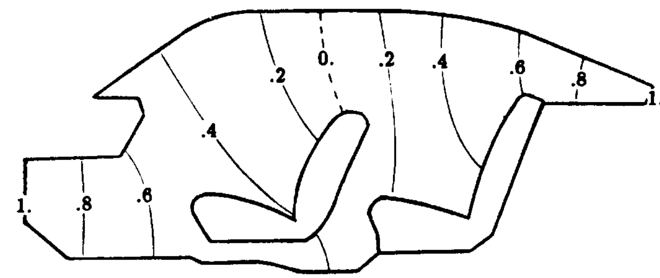
$$P_i = \frac{c^2}{V_i} \frac{F_i}{\omega_i^2 - \omega^2 + j\omega 2\delta_i}$$



(a) Acoustic Finite Element Model

La *force modale*

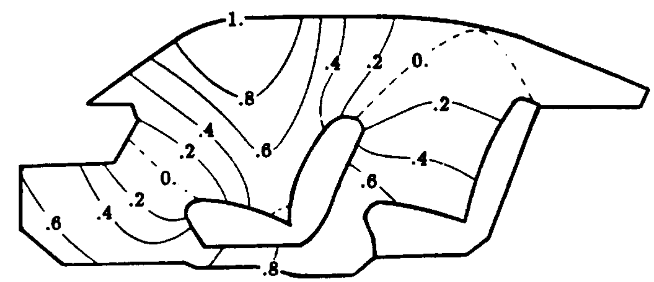
$$F_i = -\int_V \frac{j\omega Q(\mathbf{r})}{V} \Psi_i(\mathbf{r}) dV + \rho_0 \int_s \ddot{w}(\mathbf{r}) \Psi_i(\mathbf{r}) dS$$



(b) First Resonant Mode at 73 Hz

La *dissipation*

$$\delta_i = \frac{\rho_0 c^2}{2V_i} \int_S \frac{\Psi_i^2(\mathbf{r})}{Z(\mathbf{r})} dS$$



(c) Second Resonant Mode at 130 Hz

$$p(\mathbf{r}) = \sum_i P_i \, \Psi_i(\mathbf{r})$$

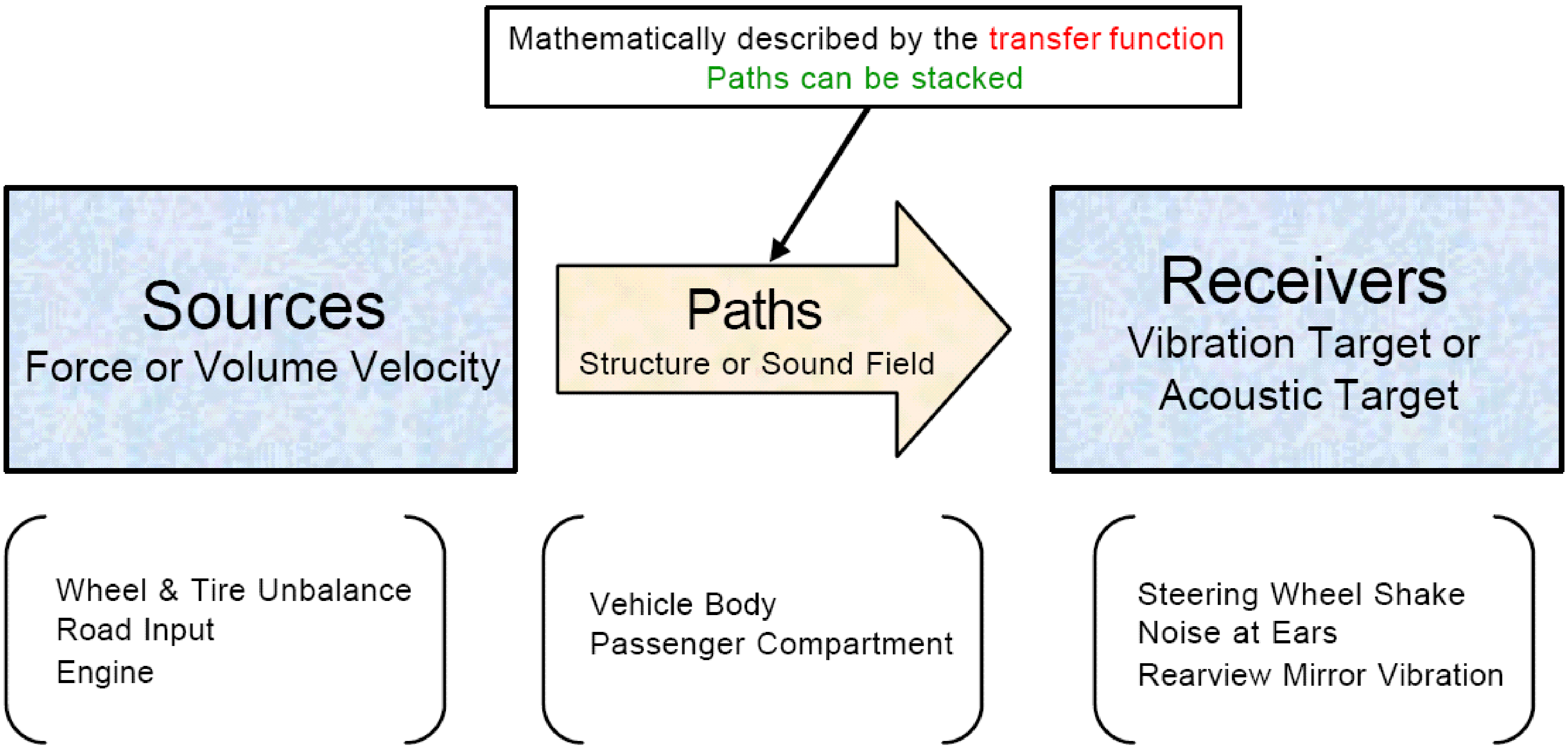
3A - Contrôle Passif du Bruit

TPA

ANALYSE DES CHEMINS DE TRANSFERT

ANALYSE DES CHEMINS DE TRANSFERT

TRANSFER PATH ANALYSIS



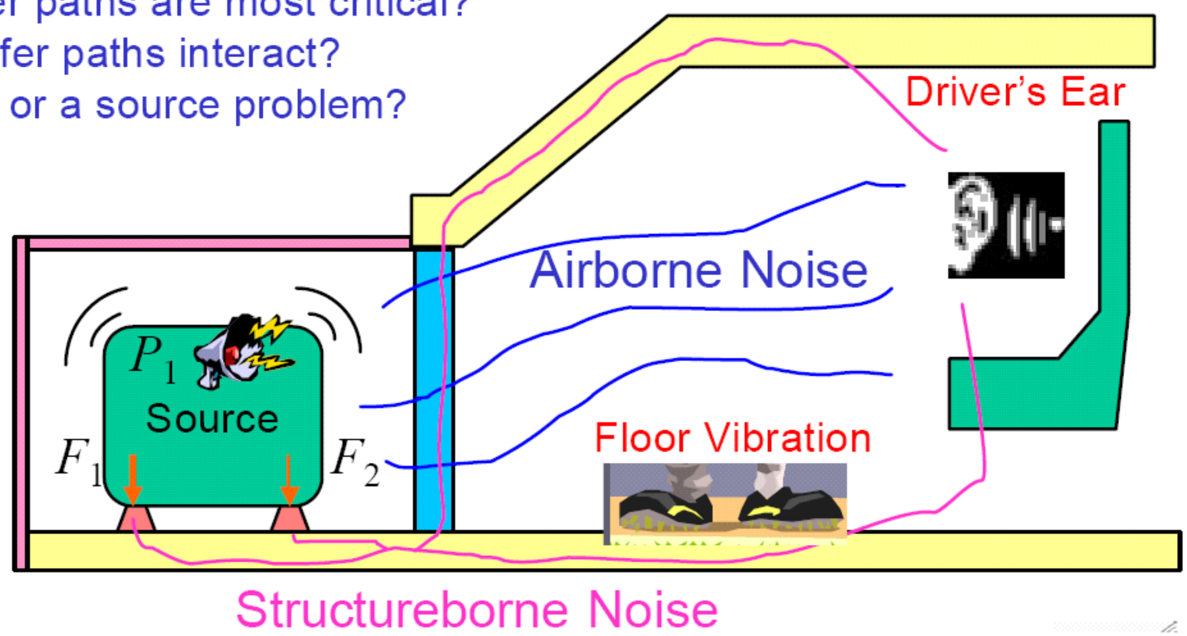
Introduction

ANALYSE DES CHEMINS DE TRANSFERT

TRANSFER PATH ANALYSIS

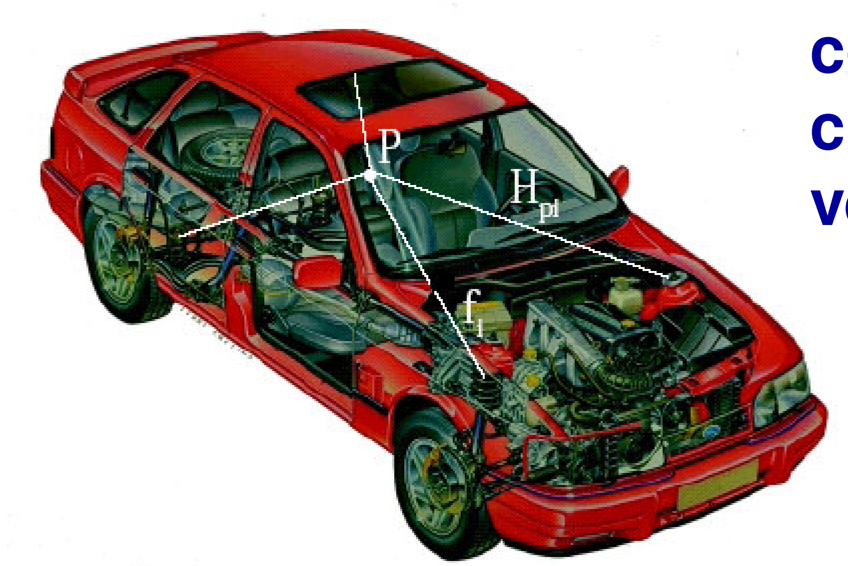
Purpose

Which inputs are important?
Which transfer paths are most critical?
How do transfer paths interact?
Is it a system or a source problem?

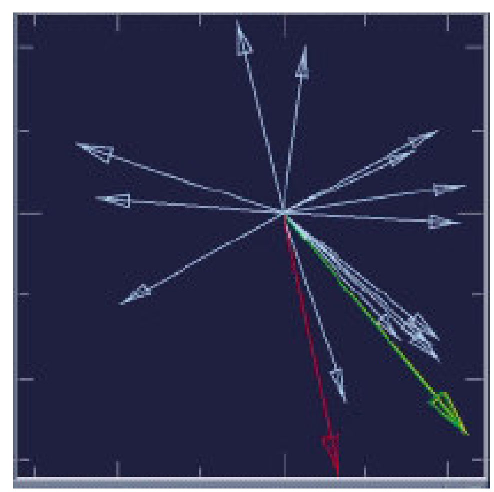


Introduction

C'est une **méthode de test** qui permet de déterminer les **flux d'énergie vibro-acoustique** de la source à travers un ensemble de chemins connus (structuraux ou aériens).



Evaluer le vecteur des contributions énergétiques de chaque chemin de la source vers le récepteur

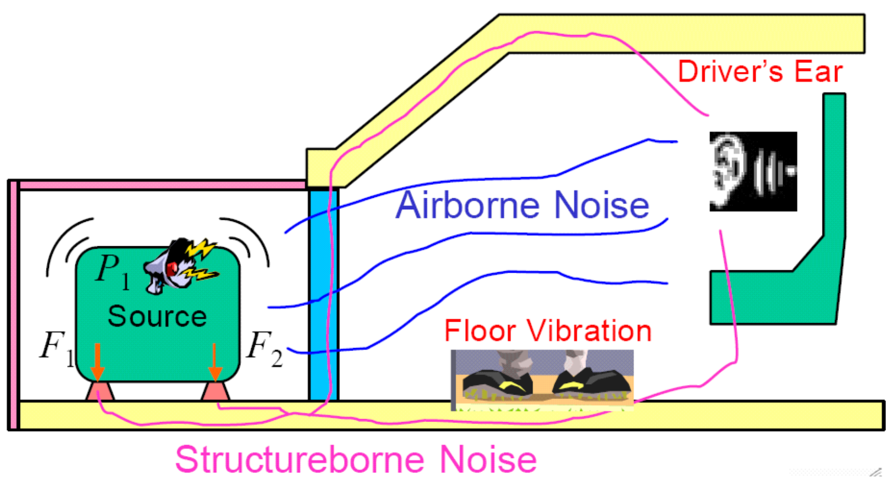


Principe de la méthode

Récepteurs cibles :

• des **microphones** placés aux positions des oreilles des passagers pour les problèmes de bourdonnement

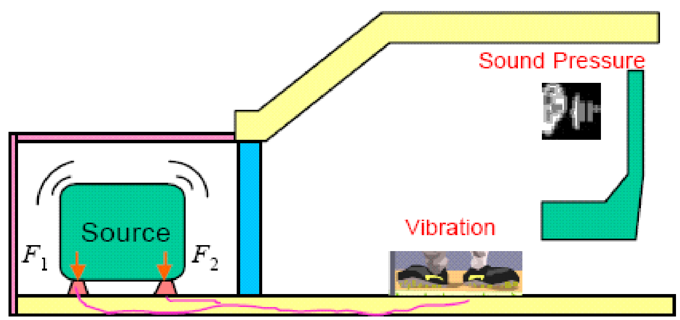
• des **accéléromètres** placés sur le volant dans le cas de vibrations excessives



Principe de la méthode

*La source et le récepteur sont reliés par un certain nombre de connections plus ou moins rigides, appelées les **chemins de transfert***

$$v_t = \underbrace{\sum v_{\text{partial}}}_{\text{Partial Vibration}} = \sum F_i \cdot H_{t/i} \qquad P_t = \underbrace{\sum P_{\text{partial}}}_{\text{Partial Pressures}} = \sum F_i \cdot H_{t/i}$$

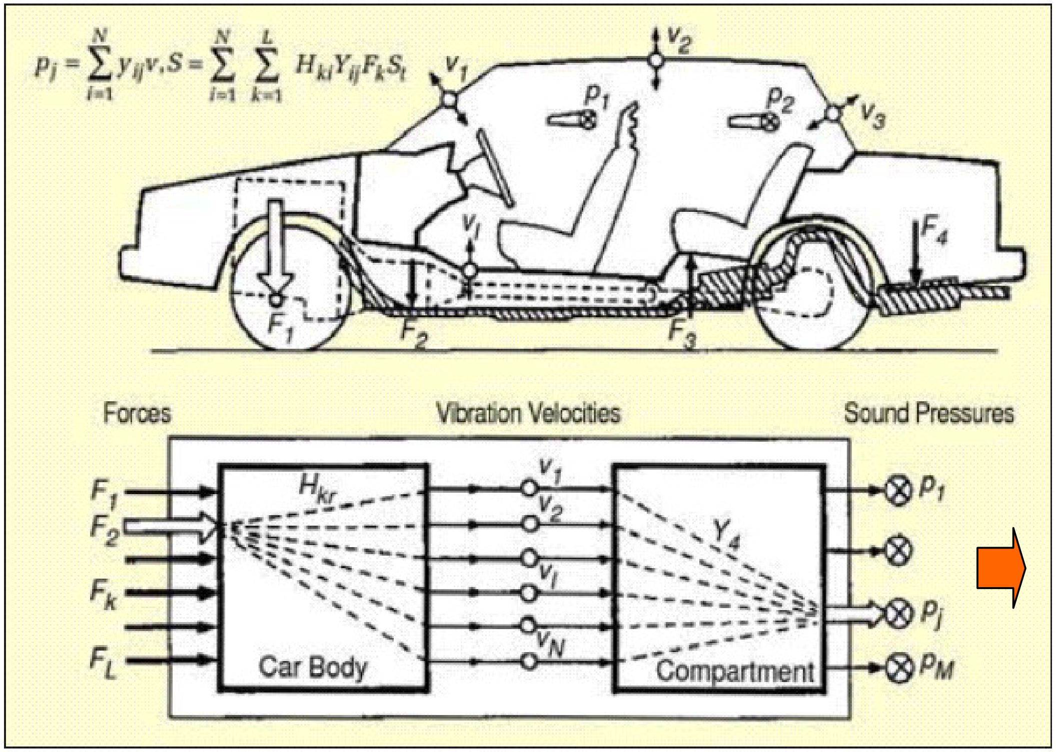


Chemins de transfert

Structure : colonne de direction, transmission et suspension, fixations de boite de vitesse, fixation de ligne d'échappement, etc.

Acoustique : transparence acoustique du tablier moteur, défauts d'étanchéité, etc.

Principe de la méthode



$$p_j(\omega) = \sum_i \sum_k Y_{jk}(\omega) H_{ki}(\omega) F_i(\omega)$$

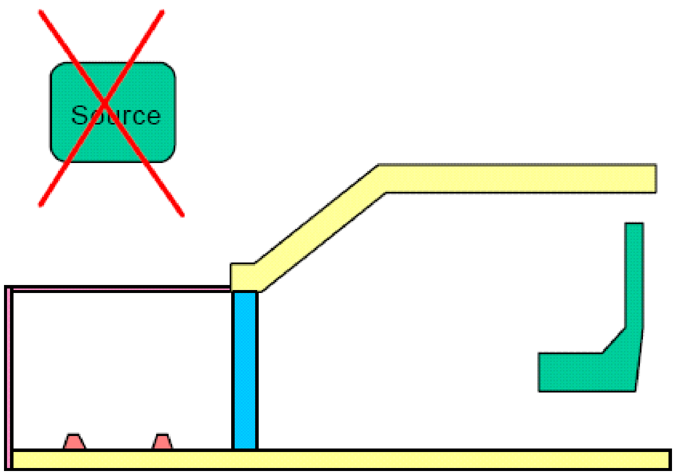
$F_i(\omega)$ $H_{ki}(\omega)$ $Y_{jk}(\omega)$

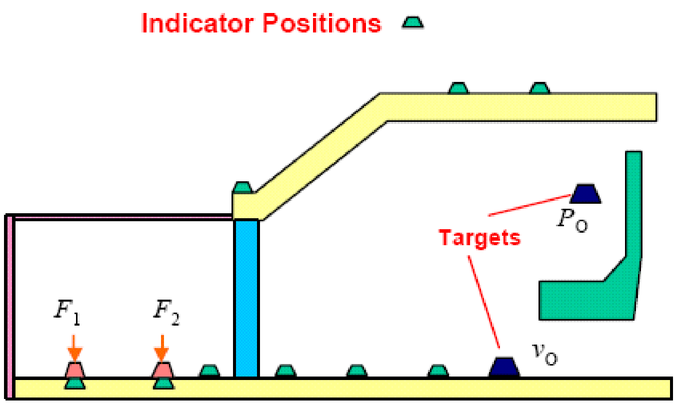
Les fonctions de transfert vibroacoustiques $H_{ki}(\omega), Y_{jk}(\omega)$ *doivent être mesurées*

Les excitations $F_i(\omega)$ *(forces, sources de débit) en fonctionnement doivent être aussi déterminées.*

Mesure des fonctions de transfert

On préfère les mesurer quand la source (moteur) est déconnectée de son support (en considérant plusieurs points d'entrée dans le cas de contacts étendus)



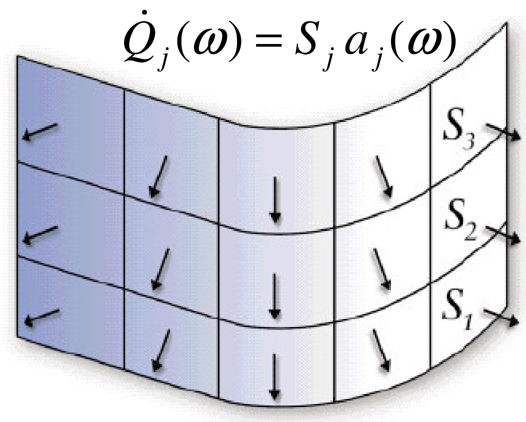


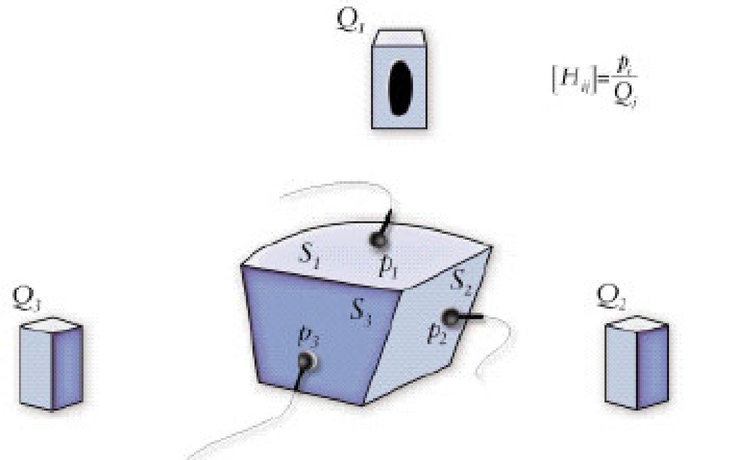
$$H_{jk}(\omega), Y_{kj}(\omega)$$

Fonctions de transfert vibratoires

- marteau d'impact,
- pot vibrant,

Mesure des fonctions de transfert





$$H_{ki}(\omega) = \frac{v_i(\omega)}{Q_k(\omega)}$$

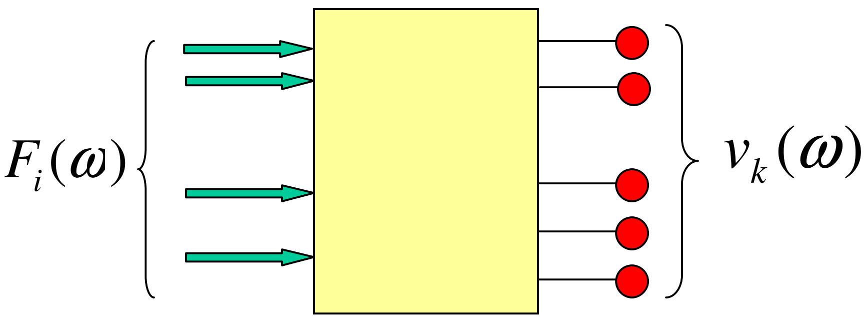
$$H_{ki}(\omega) = \frac{p_i(\omega)}{Q_k(\omega)} = \boxed{\frac{p_k(\omega)}{Q_i(\omega)}}$$

Fonctions de transfert acoustiques

- sources d'excitation de débit pour les sources acoustiques,
- principe de réciprocité

Mesure indirecte des forces généralisées

$$p_j(\omega) = \sum_i \sum_k Y_{jk}(\omega) H_{ki}(\omega)\, F_i(\omega) = \sum_k Y_{jk}(\omega) v_k(\omega)$$



$$v_k(\omega) = \sum_i H_{ki}(\omega)\, F_i(\omega)$$

$$\{\mathbf{v}\} = [\mathbf{H}]\{\mathbf{F}\}$$

Détermination des forces par inversion de la matrice **H**

$$\boxed{\{\mathbf{F}\} = [\mathbf{H}]^{+}\{\mathbf{v}\}}$$

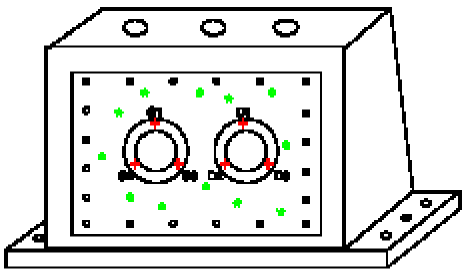
Autre possibilité : mesure directe par la méthode de la *raideur complexe*

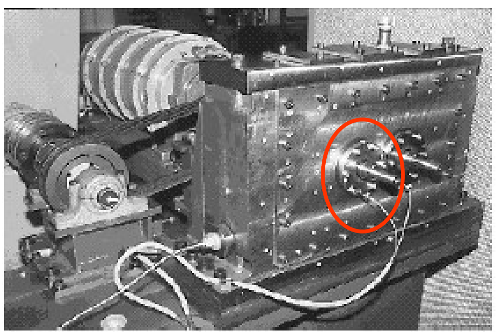
$$F_i(\omega) = K_i(\omega)\left[x_{si}(\omega) - x_i(\omega)\right]$$

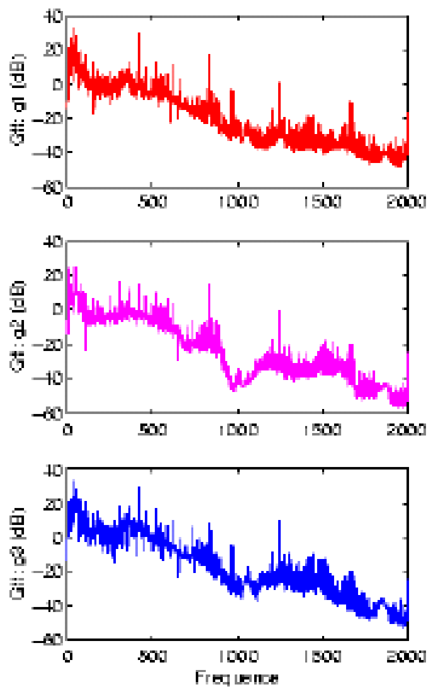
Exemple de mesure indirecte des forces

$$\boxed{\{F\} = [H]^{+} \{v\}}$$

Détermination par une méthode inverse des efforts s'appliquant aux paliers d'un réducteur à engrenages (Doc. CETIM)







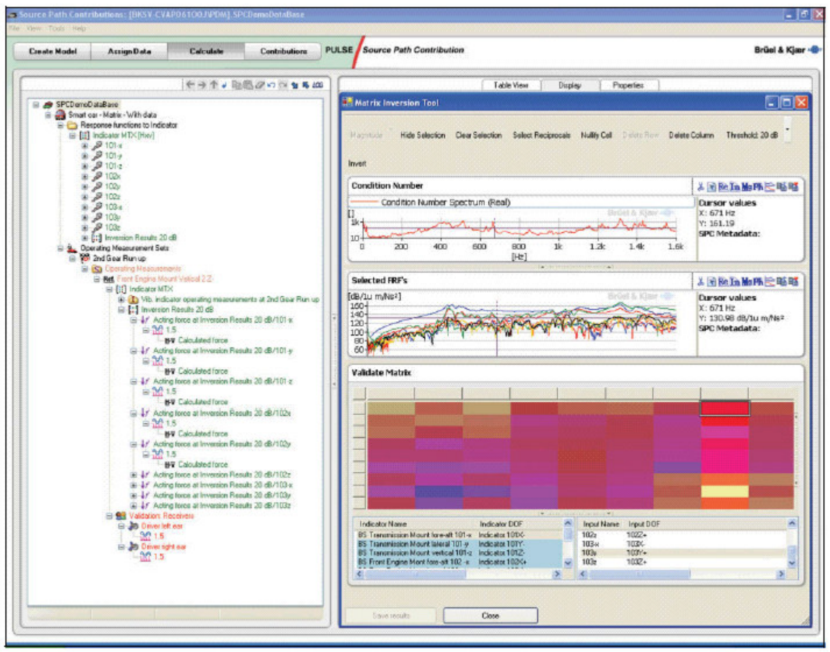
spectres de force correspondent aux ***forces équivalentes*** *reconstruites sur le palier de gauche à la vitesse de 1500 tr/mn et pour un couple de 160 Nm*

$$\{a\} = [H]\{F\} \quad \Rightarrow \quad \{F\} = [H]^{+}\{a\}$$

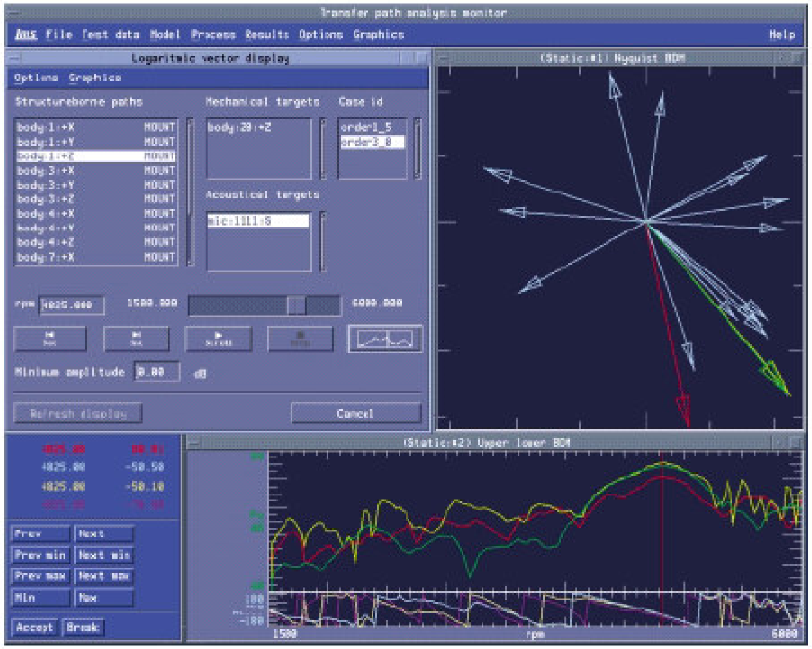
$[H]^{+}$ **Inverse de la matrice des fonctions de transfert mesurées ou calculées**

Détermination des contributions des chemins de transfert

$$p_j(\omega) = \sum_i \sum_k Y_{jk}(\omega) H_{ki}(\omega) F_i(\omega)$$

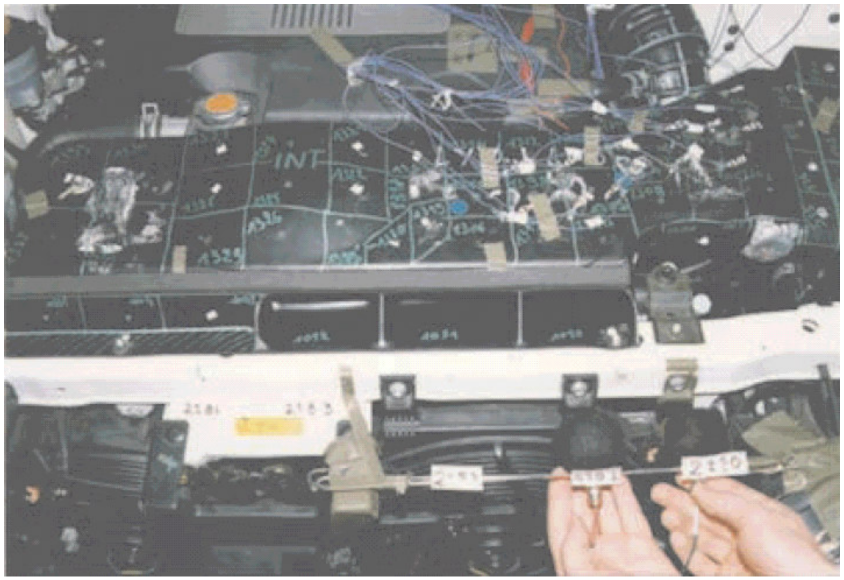


Doc. Brüel&Kjaer

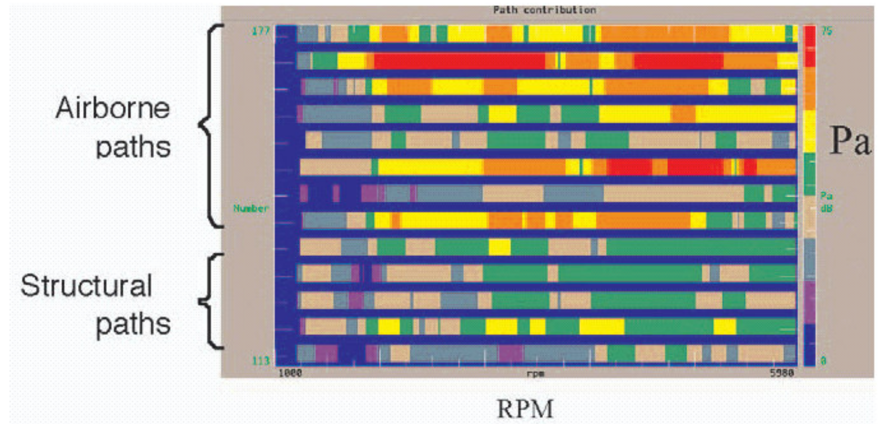


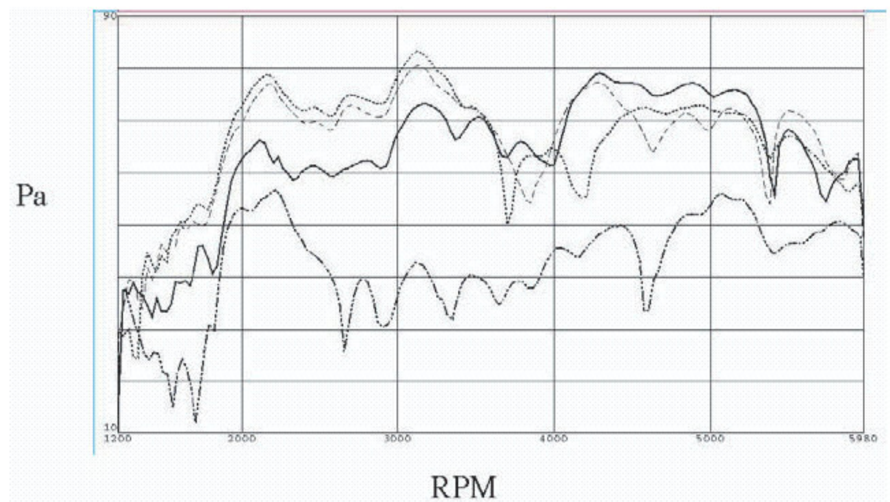
Doc. LMS

Exemple : séparation des contributions par voies vibratoire et acoustique



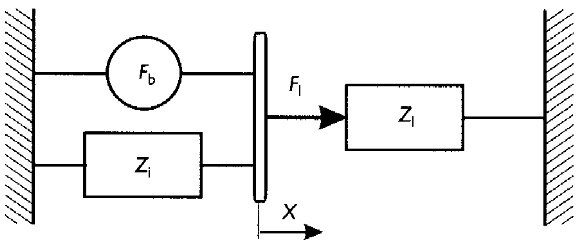
Analyse des contributions d'un système d'admission d'air (Doc. LMS - Nissan Motor)



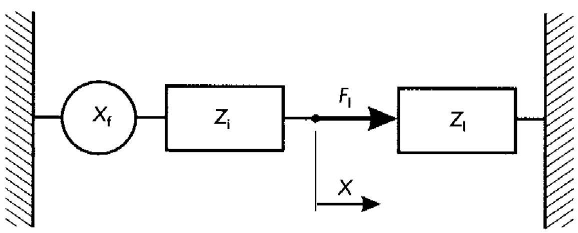


Result of source-transfer-receiver calculations : total intake noise (dash-fine), structure borne contribution (dash-dot), shell noise contribution (full), airborne contribution (dot)

Représentation des sources



Impédance de charge Z_1



Représentation de Thévenin

Une force bloquée F_b en parallèle à une impédance interne de source Z_i

Représentation de Norton

Une vitesse libre $\dot{X}_f$ en série à une impédance interne de source Z_i (plus facile à mesurer)

Relation entre les deux : $F_b = Z_i \dot{X}_f$

$$F_1 = \frac{F_b}{1 + \dfrac{Z_i}{Z_1}}$$

Quand l'impédance de charge est bien plus importante que l'impédance interne, la force appliquée à la charge est insensible au comportement dynamique

$$\dot{X}_1 = \frac{\dot{X}_f}{1 + \dfrac{Z_1}{Z_i}}$$

Quand l'impédance de charge est bien plus faible que l'impédance interne, la vitesse au point de connexion de la charge est insensible au comportement dynamique

Modifications de structure

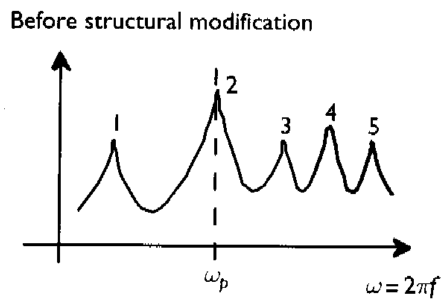
Les modifications de structure ont pour objectifs :

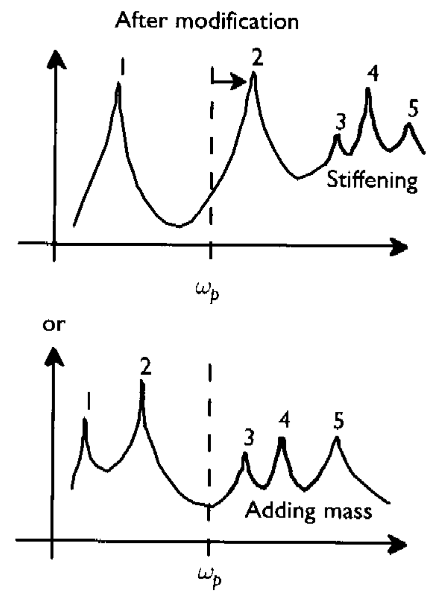
- **la modification des fréquences naturelles de la structure**

pour éviter d'exciter une résonance par une fréquence harmonique ou pour que éviter un couplage entre deux sous-structure ayant des fréquences propres voisines

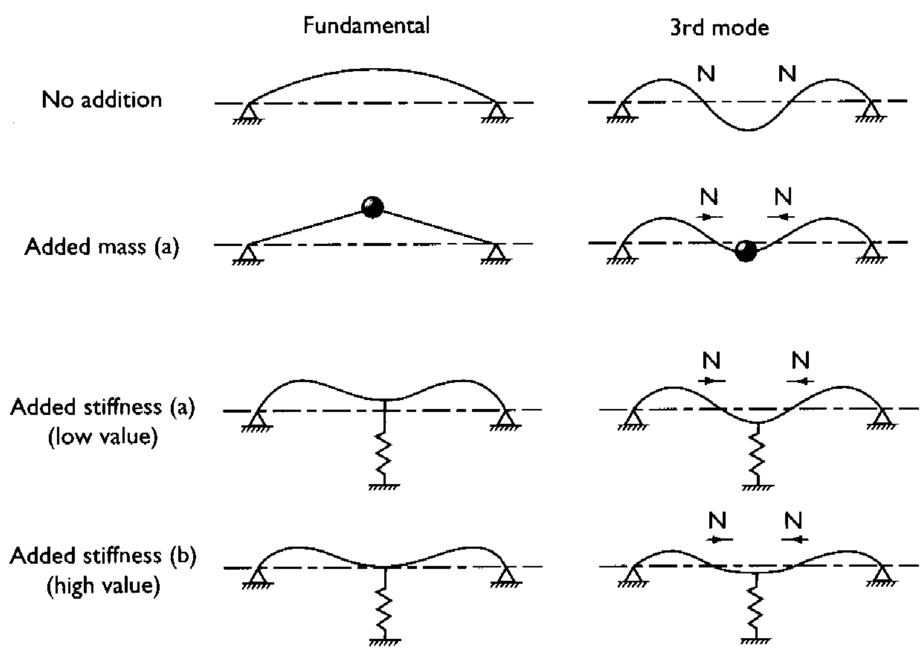
- **la réduction du couplage spatial entre les excitations et un ou plusieurs modes particuliers de la structure**

Modifications des fréquences propres





$$\omega^2_{n\ \text{modifiée}} = \frac{\omega_n^2 + \dfrac{1}{M_n}\sum_i k_i \phi_n^2(x_i)}{1 + \dfrac{1}{M_n}\sum_i m_i \phi_n^2(x_i)}$$

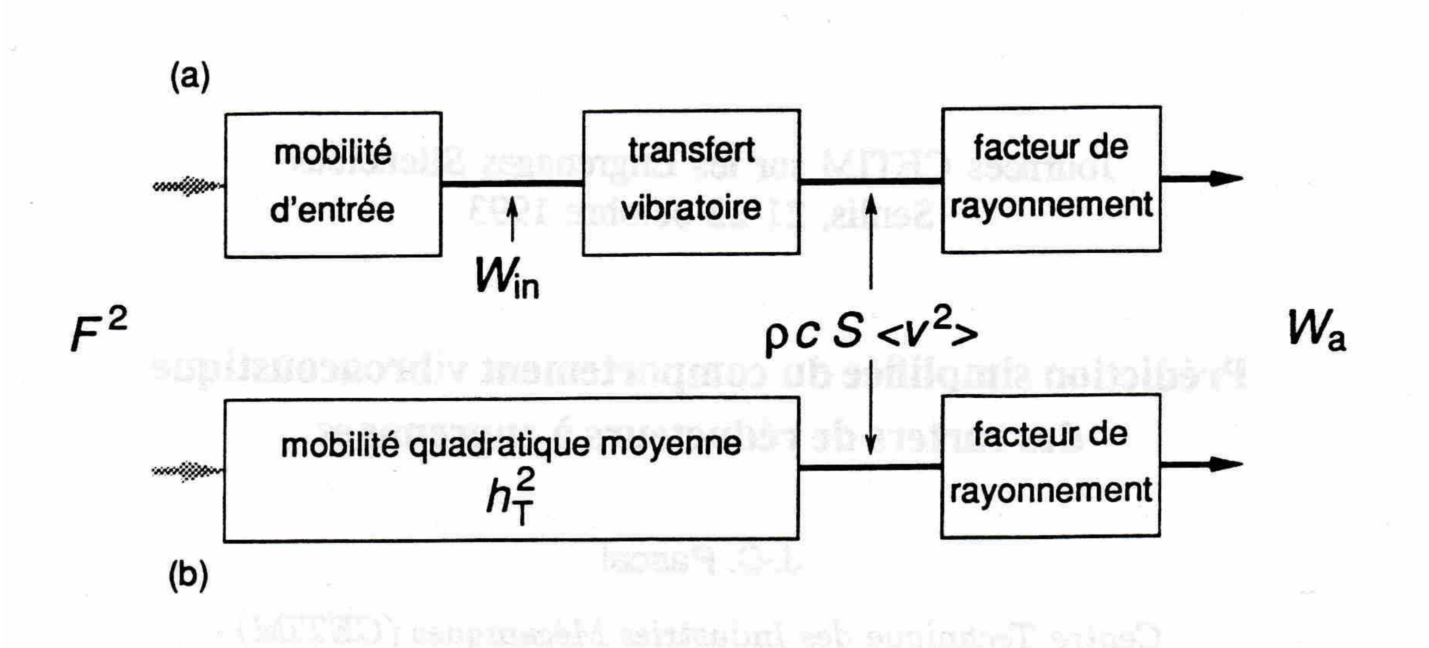


Modèles modaux simplifiés

Masak Technische Hochschule, Darmstadt, Allemagne

SAO TNO, Delft, Pays-Bas

Modèles modaux simplifiés



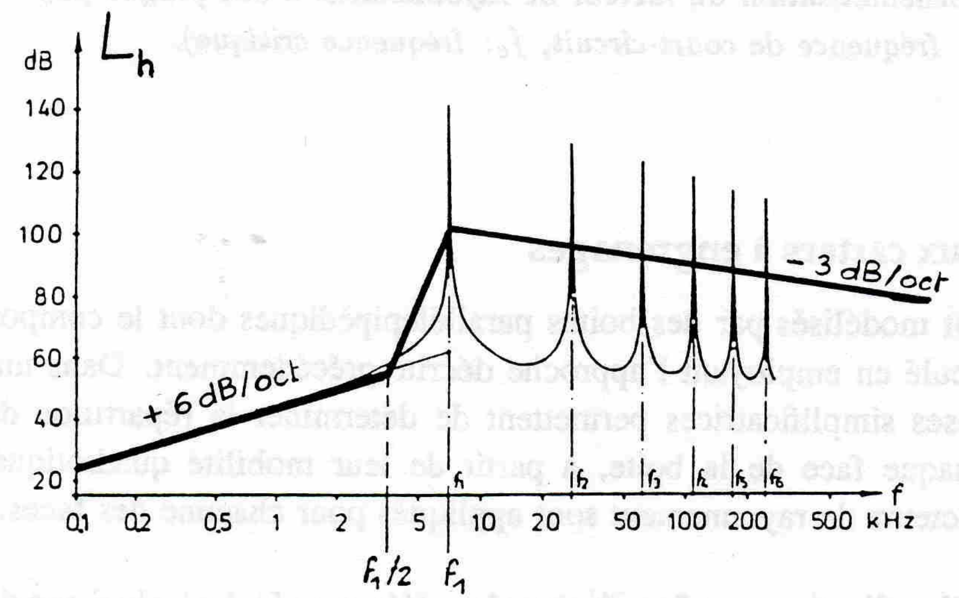
3 fonctions de transfert

Mobilité $Y_{in} = \dfrac{v_E}{F}$

Transfert vibratoire

Facteur de rayonnement

Modèles modaux simplifiés



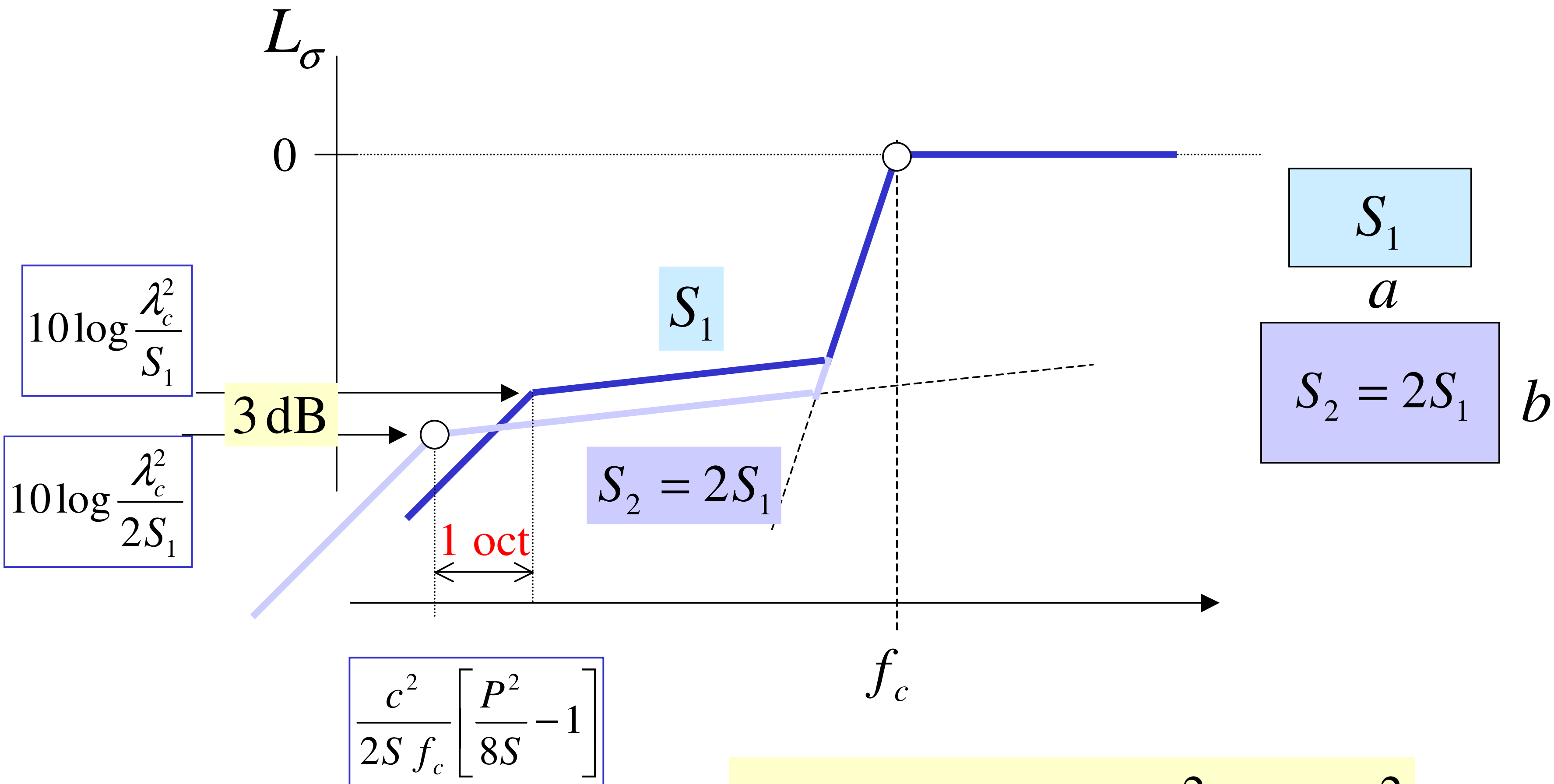
Puissance acoustique

$$W_a = \rho_0 c \, S \, h_T^2 \, \sigma \, F^2$$

avec la mobilité quadratique moyenne

$$h_T^2 = \frac{\langle v^2 \rangle}{F^2}$$

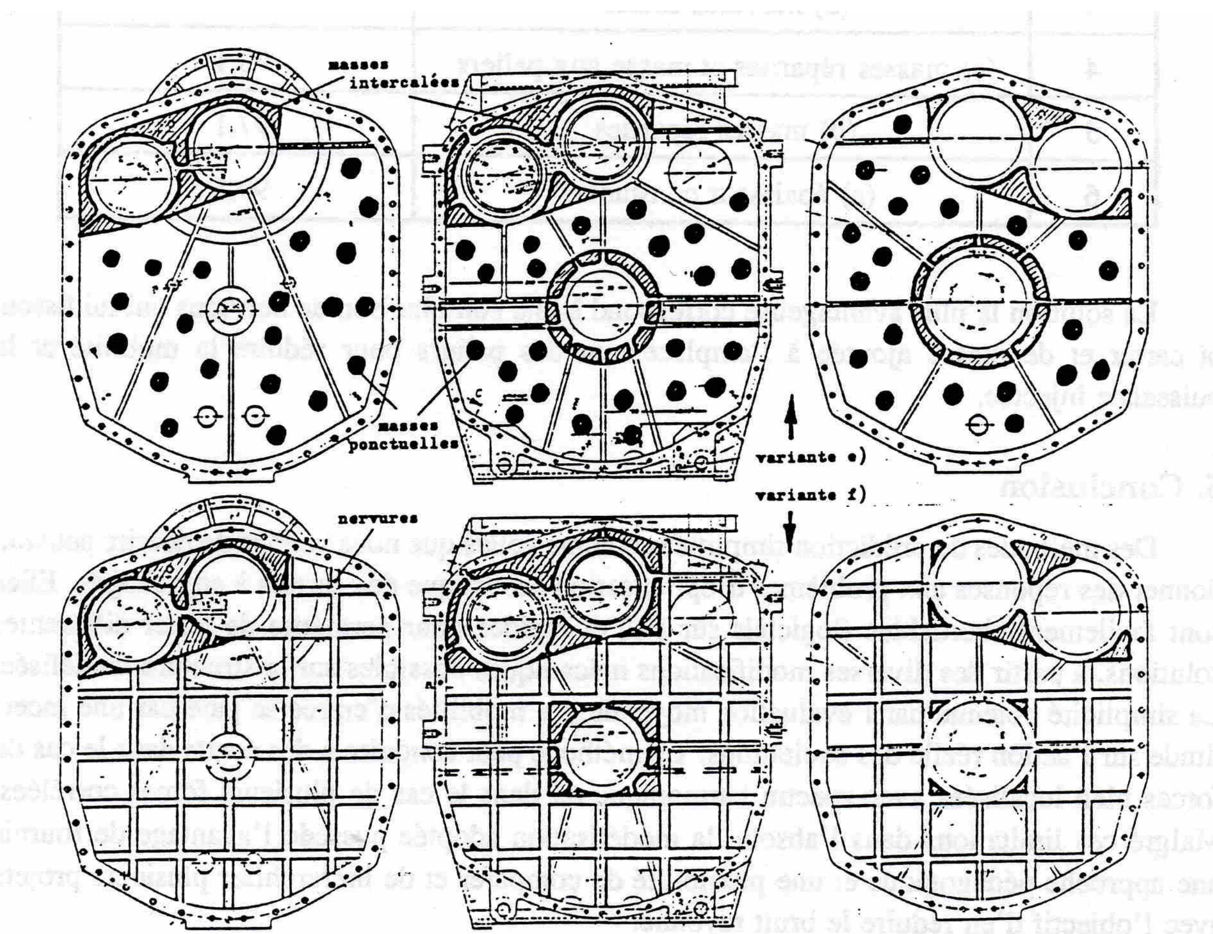
Modèles modaux simplifiés



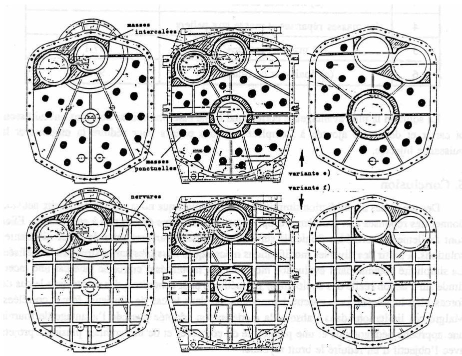
$$W_a = \rho_0 c\, S\, h_T^2\, \sigma\, F^2$$

avec le facteur de rayonnement

Application aux carters à engrenages



Application aux carters à engrenages



	dBA
(f) Nervures et masses aux paliers	87.1
(c) Masses ajoutées aux palier	87.4
(d) Nervures seules	93.0
(e) Masses réparties et masses aux paliers	93.1
(b) Masses réparties	97.1
(a) Épaisseur constante	99.5

Modèle de Sabine et autres

Hypothèses

- habitacle réverbérant
- sources ponctuelles

Autres modèles

Tirs de rayons : peut prendre en compte la géométrie

Méthode des images : la série doit être tronquée

Les méthodes de Tirs de rayons et de sources images sont équivalentes si les réflexion sont spéculaires

Méthode énergétique simplifiée MES

$$\nabla \cdot \mathbf{I} + \Pi_d = \Pi_{in}$$

Modèle stationnaire

La méthode transitoire n'est pas triviale car il ne suffit pas d'introduire un second membre transitoire

H1 : ne prend en compte que l'énergie active

H2 : ne considère que la dissipation spatiale de l'énergie

$$\Pi_d = \eta\, \omega\, E$$

Pour bien prendre en compte l'énergie dissipée il faut que le champ soit assez réverbérant pour que

$$E = 2T = 2V$$

Méthode énergétique simplifiée MES

Modèle d'amortissement sur frontière dissipative

$$I_d = \alpha\, I_{in}$$

H3 : considérer que l'énergie active revient à négliger les ondes évanescentes *(qui sont tout de même prise en compte pour calculer les coefficient de transmission)*

H2 : pas de corrélation des ondes planes du champ réverbérée

$$I = c\, E$$

MES différentielle

Les principales équations du modèle $\mathbf{I} = cE\,\mathbf{c}_\theta$

$$\nabla \cdot \mathbf{I} = c\nabla E \cdot \mathbf{e}_\theta$$

$$c\nabla E \cdot \mathbf{e}_\theta + \eta\omega\, E = 0$$

$$c\nabla E \cdot \mathbf{e}_\theta + \frac{\eta\omega}{c}\mathbf{I} \cdot \mathbf{e}_\theta = 0$$

La méthode considère des valeurs moyennes

$$\mathbf{I} = \int_0^{2\pi} \mathbf{I}(\theta)\,d\theta$$

$$E = \int_0^{2\pi} E(\theta)\,d\theta$$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{I} = -\frac{c^2}{\eta\omega}\nabla E$$

MES différentielle

Equation de diffusion homogène

$$-\frac{c^2}{\eta\omega}\nabla^2 E + \eta\omega\, E = 0$$

L'équation inhomogène prend en compte les puissances injectées au second membre

$$\Pi_{in} = \int_0^{2\pi} \Pi_{in}(\theta)\, d\theta$$

La prise en compte des **CL** peut être délicate

Elle utilise souvent une analyse ondulatoire qui doit considérer les ondes évanescentes *pour les structures*

Limites de la MES différentielle

- pas de distinction entre champ direct et champ réverbéré

  la MES assimile le champ total au champ réverbéré

- limites associées à l'hypothèse de la décorrélation des ondes

Des solutions ont été proposée : la **MES hybride**

MES intégrale

Loi de diffusion lambertienne :

La réflexion se fait dans toutes les directions et correspond au caractère diffusant de la paroi

$$I_{ref}(\theta) = (1-\alpha)\,\mathbf{I}_{in} \cdot \mathbf{n}\; dS\; d(\theta)$$

Facteur de directivité

$$\int_\theta d(\theta)\, d\theta = 1$$

2D $\quad d(\theta) = \dfrac{\cos\theta}{2}$

3D $\quad d(\theta) = \dfrac{\cos\theta}{\pi}$

MES intégrale

Fonction de Green

$$G(r) = \frac{1}{\gamma_0 c} \frac{e^{-\frac{\eta \omega r}{c}}}{r^{n-1}} \qquad \gamma_0 = \begin{cases} 2 & n = 1 \\ 2\pi & n = 2 \\ 4\pi & n = 3 \end{cases}$$

Conduit à une expression du champ à partir d'une distribution de sources sur les parois

Bibliographie

J. Plunt, "Finding and fixing vehicle NVH problems with transfer path analysis", Sound and Vibration, November 2005.

"Transfer Path Analysis : the qualification and quantification of vibro-acoustic transfer paths", LMS Application note, 1997.

S.M. Dumbacher, D.L. Brown, R. Merkel, "Noise path analysis test methods", ISMA conférence

K. Wyckaert, H. Van der Auweraer, "Operational analysis, transfer path analysis, modal analysis – Tools to understand road noise problems in cars", Proc. SAE 1995 Noise and Vibration Conference, Traverse City (USA) 139-143.

D. Otte, P. Van de Ponseele, J. Leuridan, "Operating deflection shapein multi-source environments“, Proc. 8th IMAC 1990, Kissimee (USA) 413-421.