

**Machines thermiques**

**Exercice 1 : Cycle de Lenoir d'un récepteur thermique**

Une mole de gaz parfait, caractérisé par le coefficient  $\gamma = C_p/C_v$  constant, subit les transformations suivantes :

- une détente isobare de l'état  $E_0(P_0, V_0, T_0)$  à l'état  $E_1(P_1, V_1 = 2V_0, T_1)$
- une compression isotherme de l'état  $E_1$  à l'état  $E_2(P_2, V_2 = V_0, T_2)$
- un refroidissement isochore de l'état  $E_2$  à l'état  $E_0$

On supposera que ce cycle, appelé cycle de Lenoir, est décrit de manière réversible.

- 1) Exprimer les températures  $T_1$  et  $T_2$  en fonction de  $T_0$  et les pressions  $P_1$  et  $P_2$  en fonction de  $P_0$ .
- 2) Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron ( $P, V$ ). En déduire la nature de la machine thermique ainsi réalisée.
- 3) Calculer les transferts thermiques reçus par le gaz au cours d'un cycle.
- 4) En déduire le travail reçu par le gaz au cours d'un cycle et vérifier son signe.
- 5) Le cycle est utilisé pour réaliser une pompe à chaleur. Calculer son efficacité.
- 6) Le cycle est utilisé pour réaliser une machine frigorifique. Calculer son efficacité.

**Correction :**

1)  $E_0(P_0, V_0, T_0) \rightarrow E_1(P_1, V_1 = 2V_0, T_1)$  : détente isobare donc  $P_1 = P_0$

Pour déterminer  $T_1$ , on utilise l'équation d'état des gaz parfaits :

$$P_1 V_1 = nRT_1$$

$$T_1 = \frac{2P_0 V_0}{nR} \Rightarrow T_1 = 2T_0$$

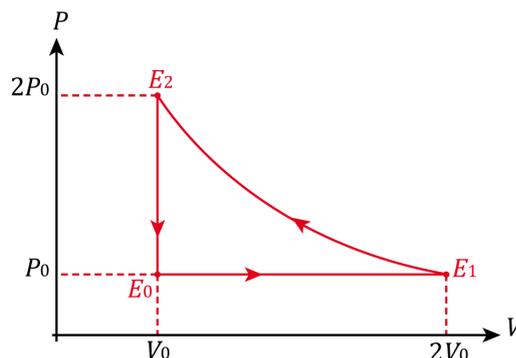
$E_1(P_0, 2V_0, 2T_0) \rightarrow E_2(P_2, V_2 = V_0, T_2)$  : compression isotherme donc  $T_2 = T_1 = 2T_0$

Pour déterminer  $P_2$ , on utilise l'équation d'état des gaz parfaits :

$$P_2 V_2 = nRT_2$$

$$P_2 = \frac{2nRT_0}{V_0} \Rightarrow P_2 = 2P_0$$

2) Représentation d'un cycle dans le diagramme de Clapeyron :



Le cycle est décrit dans le sens inverse des aiguilles d'une montre : la machine est donc un récepteur thermique.

Dans le diagramme de Clapeyron, le travail reçu par la machine est en effet égal à l'aire  $\mathcal{A}$  du cycle, puisque :

$$W = - \oint_{\text{cycle}} P dV = -\mathcal{A}$$

Lorsque le diagramme est parcouru dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, cette aire est négative donc le travail positif :  $W > 0$ . Le travail est donc effectivement reçu par la machine : c'est un récepteur.

De manière générale, on pourra retenir que **dans le diagramme de Clapeyron :**  
 - un cycle décrit dans le sens des aiguilles d'une montre correspond à un moteur  
 - un cycle décrit dans le sens trigonométrique correspond à un récepteur.

3)  $E_0(P_0, V_0, T_0) \rightarrow E_1(P_0, V_1 = 2V_0, 2T_0) =$  détente isobare à  $P_0$ , donc :

$$\Delta H_{0 \rightarrow 1} = Q_{0 \rightarrow 1}$$

$$\text{donc } Q_{0 \rightarrow 1} = C_P \Delta T = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} (2T_0 - T_0)$$

$$Q_{0 \rightarrow 1} = \frac{nR\gamma T_0}{\gamma - 1} > 0$$

$E_1(P_0, 2V_0, 2T_0) \rightarrow E_2(2P_0, V_0, 2T_0) =$  détente isotherme à  $T_0$ , donc :

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = C_V \Delta T = 0$$

$$\text{donc } Q_{1 \rightarrow 2} = -W_{1 \rightarrow 2} = - \int_{V_1}^{V_2} P_{\text{ext}} dV$$

Le cycle est décrit de manière réversible, donc quasistatique  $\Rightarrow P_{\text{ext}} = P$  :

$$Q_{1 \rightarrow 2} = -W_{1 \rightarrow 2} = \int_{2V_0}^{V_0} P dV$$

$$Q_{1 \rightarrow 2} = -W_{1 \rightarrow 2} = \int_{2V_0}^{V_0} \frac{nR2T_0}{V} dV$$

$$Q_{1 \rightarrow 2} = 2nRT_0 \ln\left(\frac{V_0}{2V_0}\right)$$

$$Q_{1 \rightarrow 2} = -2nRT_0 \ln(2) < 0$$

$E_2(2P_0, V_0, 2T_0) \rightarrow E_0(P_0, V_0, T_0) =$  refroidissement isochore, donc :

$$W_{2 \rightarrow 0} = 0$$

$$\text{donc } Q_{2 \rightarrow 0} = \Delta U_{2 \rightarrow 0} = C_V \Delta T$$

$$Q_{2 \rightarrow 0} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_0 - 2T_0)$$

$$Q_{2 \rightarrow 0} = \frac{-nRT_0}{\gamma - 1} < 0$$

4) On applique le premier principe de la thermodynamique au cours d'un cycle de transformation du gaz :

$$\begin{aligned}\Delta U = 0 &= W + Q_{0 \rightarrow 1} + Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 0} \\ \text{donc } W &= -(Q_{0 \rightarrow 1} + Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 0}) \\ W &= -\frac{nR\gamma T_0}{\gamma - 1} + 2nRT_0 \ln(2) + \frac{nRT_0}{\gamma - 1} \\ W &= 2nRT_0 \ln(2) + \frac{nRT_0}{\gamma - 1}(1 - \gamma) \\ W &= 2nRT_0 \ln(2) - nRT_0 \\ \boxed{W = nRT_0[2 \ln(2) - 1] > 0}\end{aligned}$$

La machine thermique est donc bien un récepteur.

5) Dans le cas d'une pompe à chaleur, l'efficacité thermodynamique est définie par :

$$e = -\frac{Q_c}{W}$$

où  $Q_c$  est le transfert thermique fourni à la source chaude, donc le transfert thermique négatif, soit :

$$Q_c = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 0}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}e &= -\frac{Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 0}}{W} \\ e &= \frac{2nRT_0 \ln(2) + \frac{nRT_0}{\gamma - 1}}{nRT_0[2 \ln(2) - 1]} \\ \boxed{e = \frac{2 \ln(2) + \frac{1}{\gamma - 1}}{2 \ln(2) - 1}}\end{aligned}$$

6) Dans le cas d'une machine frigorifique, l'efficacité thermodynamique est définie par :

$$e = \frac{Q_f}{W}$$

où  $Q_f$  est le transfert thermique reçu de la source froide, donc le transfert thermique positif, soit :

$$Q_f = Q_{0 \rightarrow 1}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}e &= \frac{Q_{0 \rightarrow 1}}{W} \\ e &= \frac{\frac{nR\gamma T_0}{\gamma - 1}}{nRT_0[2 \ln(2) - 1]} \\ \boxed{e = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)(2 \ln(2) - 1)}}\end{aligned}$$

## Exercice 2 : Cycle de Stirling d'un moteur ditherme

On considère  $n = 40 \cdot 10^{-3}$  mol d'air, considéré comme un gaz parfait de rapport  $\gamma = C_{pm}/C_{vm}$  constant et égal à 1,4. Ce gaz subit un cycle, modélisé par les évolutions suivantes à partir de l'état A, caractérisé par  $P_1 = 1,0$  bar et  $T_1 = 300$  K :

- compression isotherme réversible au contact de la source  $S_1$  à  $T_1$ , jusqu'à l'état B de volume  $V_2 = V_1/10$
- échauffement isochore au contact thermique de la source  $S_2$  à  $T_2 = 600$  K, jusqu'à l'état C de température  $T_2$
- détente isotherme réversible au contact de la source  $S_2$ , jusqu'à l'état D de volume  $V_1$
- refroidissement isochore au contact thermique de la source  $S_1$ , jusqu'à l'état initial A

On donne  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .

- 1) Calculer les valeurs numériques de  $P, V$  et  $T$  pour chacun des états A, B, C et D. On présentera les résultats dans un tableau.
- 2) Représenter l'allure du cycle dans un diagramme de Clapeyron ( $P, V$ ). Comment peut-on, sans calcul, savoir si le cycle proposé est celui d'un moteur ou d'un récepteur ?
- 3) Calculer pour chaque étape le transfert thermique et le travail reçus par le gaz.
- 4) Quelle est, sur le plan énergétique, la production de ce système sur un cycle ? Quel en est le coût, toujours sur un plan énergétique ? En déduire l'expression et la valeur numérique du rendement de ce moteur.
- 5) Calculer la valeur de l'entropie créée par l'irréversibilité au sein du système au cours d'un cycle. Quel type d'irréversibilité entre en jeu ici ?

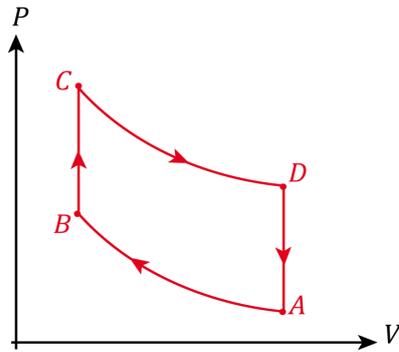
### Correction :

- 1) On utilise l'équation d'état des gaz parfait :

	$P$ (bar)	$V$ (L)	$T$ (K)
Etat A	1,0	1,0	300
Etat B	10	0,10	300
Etat C	20	0,10	600
Etat D	2,0	1,0	600

- 2) Représentation d'un cycle dans le diagramme de Clapeyron :

- Transformation A → B : transformation isotherme d'un gaz parfait, donc telle que  $PV = c^{ste}$ . De plus, il s'agit d'une compression donc  $P$  augmente et  $V$  diminue de A à B.
- Transformation B → C : transformation isochore. Cette transformation est donc décrite par une droite verticale dans le diagramme de Clapeyron ( $P, V$ ). De plus la température augmente au cours de la transformation, donc d'après l'équation d'état la pression également.
- Transformation C → D : transformation isotherme d'un gaz parfait, donc telle que  $PV = c^{ste}$ . De plus, il s'agit d'une détente donc  $P$  diminue et  $V$  augmente de C à D.
- Transformation D → A : transformation isochore. Cette transformation est donc décrite par une droite verticale dans le diagramme de Clapeyron ( $P, V$ ). De plus la température diminue au cours de la transformation, donc d'après l'équation d'état la pression également.



Le cycle est décrit dans le sens des aiguilles d'une montre : c'est donc le cycle d'un moteur.

3) - Transformation A → B : transformation isotherme réversible d'un gaz parfait :

$$\Delta U_{A \rightarrow B} = C_V \Delta T_{A \rightarrow B} = 0$$

$$\text{donc } Q_{A \rightarrow B} + W_{A \rightarrow B} = 0$$

$$\text{or } W_{A \rightarrow B} = - \int_A^B P dV = - \int_A^B nRT_1 \frac{dV}{V}$$

$$W_{A \rightarrow B} = -nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\boxed{W_{A \rightarrow B} = -Q_{A \rightarrow B} = -nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = +230 \text{ J}}$$

- Transformation B → C : transformation isochore d'un gaz parfait :

$$\Delta U_{B \rightarrow C} = C_V \Delta T_{B \rightarrow C} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_2 - T_1)$$

$$\text{avec } \Delta U_{B \rightarrow C} = Q_{B \rightarrow C} + W_{B \rightarrow C} = Q_{B \rightarrow C}$$

$$\text{car } \boxed{W_{B \rightarrow C} = 0}$$

$$\text{donc } \boxed{Q_{B \rightarrow C} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) = +250 \text{ J}}$$

- Transformation C → D : transformation isotherme réversible d'un gaz parfait :

$$\Delta U_{C \rightarrow D} = C_V \Delta T_{C \rightarrow D} = 0$$

$$\text{donc } Q_{C \rightarrow D} + W_{C \rightarrow D} = 0$$

$$\text{or } W_{C \rightarrow D} = - \int_C^D P dV = - \int_C^D nRT_2 \frac{dV}{V}$$

$$W_{C \rightarrow D} = -nRT_2 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$\boxed{W_{C \rightarrow D} = -Q_{C \rightarrow D} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -460 \text{ J}}$$

- Transformation D → A : transformation isochore d'un gaz parfait :

$$\Delta U_{D \rightarrow A} = C_V \Delta T_{D \rightarrow A} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_2)$$

$$\text{avec } \Delta U_{D \rightarrow A} = Q_{D \rightarrow A} + W_{D \rightarrow A} = Q_{D \rightarrow A}$$

$$\text{car } \boxed{W_{D \rightarrow A} = 0}$$

$$\text{donc } \boxed{Q_{D \rightarrow A} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_2)} = -250 \text{ J}$$

4) Pour un moteur, le rendement thermodynamique est défini par :

$$\eta = \frac{\text{production}}{\text{coût}} = -\frac{W}{Q_1}$$

où  $Q_1$  est le transfert thermique reçu de la source chaude, donc le transfert thermique positif, soit :

$$Q_1 = Q_{B \rightarrow C} + Q_{C \rightarrow D}$$

Ainsi :

$$\boxed{\eta = -\frac{W_{A \rightarrow B} + W_{C \rightarrow D}}{Q_{B \rightarrow C} + Q_{C \rightarrow D}}}$$

$$\eta = -\frac{230 - 460}{250 + 460} = 0,32$$

5) Appliquons le second principe de la thermodynamique sur un cycle du moteur :

$$\Delta S = 0 = S_e + S_c$$

$$\text{avec } S_e = \frac{Q_{A \rightarrow B} + Q_{D \rightarrow A}}{T_1} + \frac{Q_{B \rightarrow C} + Q_{C \rightarrow D}}{T_2}$$

$$\text{donc } \boxed{S_c = -S_e = -\frac{Q_{A \rightarrow B} + Q_{D \rightarrow A}}{T_1} - \frac{Q_{B \rightarrow C} + Q_{C \rightarrow D}}{T_2}}$$

$$S_c = \frac{230 + 250}{300} - \frac{250 + 460}{600} = 0,42 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\boxed{S_c > 0}$$

Le processus est irréversible. Il s'agit d'une irréversibilité thermique, due aux étapes pour lesquelles il y a inhomogénéité de températures.

### **Exercice 3 : Cycle de Brayton d'une turbine à gaz**

On souhaite étudier une turbine à gaz (moteur thermique) fonctionnant suivant un cycle de Brayton, dont les différentes transformations subies par le gaz au cours d'un cycle sont :

- 1 → 2 : compression adiabatique dans le compresseur
- 2 → 3 : apport de transfert thermique ( $Q_C$ ) à pression constante
- 3 → 4 : détente adiabatique dans la turbine
- 4 → 1 : dégagement de transfert thermique ( $Q_S$ ) à pression constante

Dans tout l'exercice, le gaz subissant les différentes transformations sera assimilé à un gaz parfait de coefficient  $\gamma$ . Toutes les transformations seront supposées réversibles.

- 1) Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron.
- 2) Définir le rendement thermodynamique de la turbine et l'exprimer en fonction de  $Q_C$  et  $Q_S$ .
- 3) Exprimer le rendement thermodynamique  $\eta$  uniquement en fonction des températures du gaz dans les états 1, 2, 3 et 4.
- 4) En déduire l'expression du rendement uniquement en fonction du rapport des pressions  $r = P_2/P_1$  et de  $\gamma$ .

**Correction :**

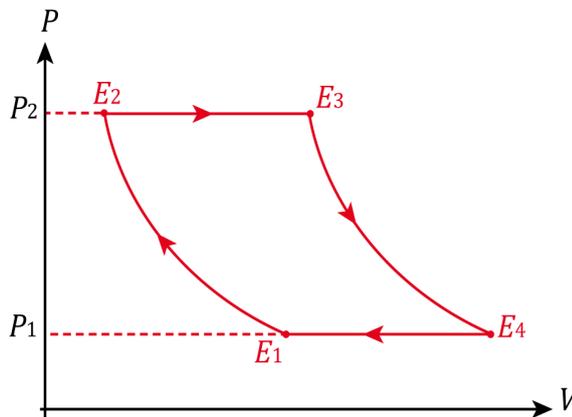
1) Représentation d'un cycle dans le diagramme de Clapeyron :

- Transformation 1 → 2 : transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait, donc la loi de Laplace est valable :  $PV^\gamma = c^{ste}$ . Cette transformation est donc décrite par une hyperbole dans le diagramme de Clapeyron ( $P, V$ ). De plus, il s'agit d'une compression donc  $P$  augmente et  $V$  diminue de 1 à 2.

- Transformation 2 → 3 : transformation isobare. Cette transformation est donc décrite par une droite horizontale dans le diagramme de Clapeyron ( $P, V$ ). De plus la température augmente au cours de la transformation, donc d'après l'équation d'état le volume également.

- Transformation 3 → 4 : transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait, donc la loi de Laplace est valable :  $PV^\gamma = c^{ste}$ . Cette transformation est donc décrite par une hyperbole dans le diagramme de Clapeyron ( $P, V$ ). De plus, il s'agit d'une détente donc  $P$  diminue et  $V$  augmente de 3 à 4.

- Transformation 4 → 1 : transformation isobare. Cette transformation est donc décrite par une droite horizontale dans le diagramme de Clapeyron ( $P, V$ ). De plus la température diminue au cours de la transformation, donc d'après l'équation d'état le volume également.



Le cycle est décrit dans le sens des aiguilles d'une montre : c'est donc le cycle d'un moteur.

2) Pour un moteur ditherme, le rendement thermodynamique est défini par le rapport du travail (grandeur utile) sur le transfert thermique fourni par la source chaude (grandeur dépensée), donc :

$$\eta = -\frac{W}{Q_C}$$

En appliquant le premier principe de la thermodynamique au cours d'un cycle du moteur :

$$\Delta U = 0 = W + Q_C + Q_S$$

$$-W = Q_C + Q_S$$

$$\text{donc } \eta = \frac{Q_C + Q_S}{Q_C}$$

$$\boxed{\eta = 1 + \frac{Q_S}{Q_C}}$$

3) Transformation 2 → 3 : transformation isobare, donc :

$$\Delta H_{2 \rightarrow 3} = Q_C$$

$$\text{donc } Q_C = C_P \Delta T_{2 \rightarrow 3}$$

$$Q_C = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} (T_3 - T_2)$$

Transformation 4 → 1 : transformation isobare, donc :

$$\Delta H_{4 \rightarrow 1} = Q_S$$

donc  $Q_S = C_P \Delta T_{4 \rightarrow 1}$

$$Q_S = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} (T_1 - T_4)$$

Ainsi :

$$\eta = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$$

- 4) Pour obtenir le rendement en fonction du rapport des pressions, il faut relier les températures aux pressions sans faire intervenir les volumes, donc sans utiliser l'équation d'état des gaz parfaits. Pour cela, on utilise le fait que les transformations 1 → 2 et 3 → 4 sont des adiabatiques réversibles, pour lesquelles la loi de Laplace est valable :

$$PV^\gamma = c^{ste} \Leftrightarrow TV^{\gamma-1} = c^{ste} \Leftrightarrow T^\gamma P^{1-\gamma} = c^{ste}$$

$$\begin{cases} T_1^\gamma P_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma P_2^{1-\gamma} \\ T_3^\gamma P_2^{1-\gamma} = T_4^\gamma P_1^{1-\gamma} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_2 = T_1 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \\ T_3 = T_4 \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \end{cases}$$

Soit :

$$\eta = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_4 - T_1} \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$\eta = 1 - r^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

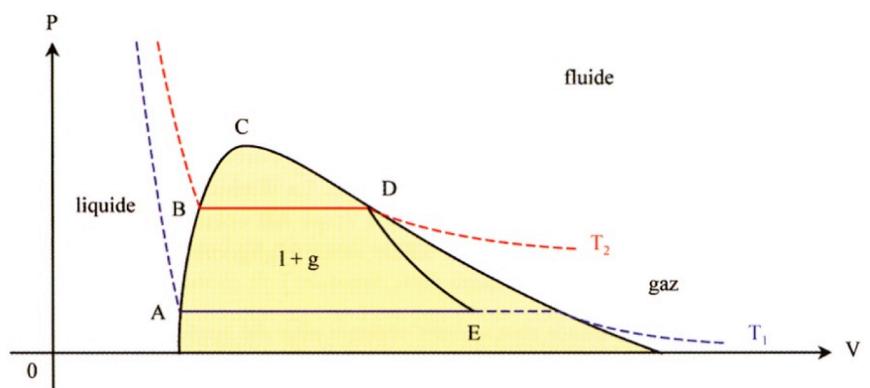
Pour avoir un bon rendement, on cherche à avoir  $r$  le plus grand possible.

## Exercice 4 : Machine à vapeur

Une machine à vapeur fait décrire à une masse  $m = 1,0$  kg d'eau un cycle moteur au cours duquel l'eau passe de l'état liquide à l'état vapeur. Le cycle de transformations  $ABDE$  est présenté dans le diagramme de Clapeyron (cf. figure ci-contre), sur lequel figurent également les courbes isothermes aux températures :

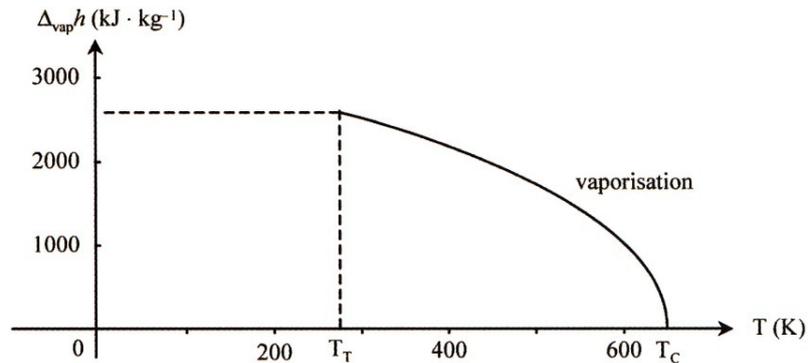
$$T_1 = 375 \text{ K et } T_2 = 500 \text{ K.}$$

La transformation  $DE$  est une détente adiabatique réversible.



L'eau liquide est assimilée à une phase condensée, de capacité thermique massique  $c = 4,18 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ .

L'enthalpie massique de vaporisation de l'eau est donnée par le diagramme ci-dessous.



- 1) Préciser l'état physique de l'eau aux quatre points du cycle. Caractériser alors les différentes transformations.
- 2) Quelle simplification le modèle de la phase condensée idéale apporte-t-il à la transformation  $AB$  ?
- 3) Déterminer les transferts thermiques reçus par le fluide au cours des différentes étapes du cycle, en utilisant, si cela est nécessaire, la fraction massique de gaz  $x$ .
- 4) Exprimer la variation d'entropie de chaque étape du système, en utilisant si cela est nécessaire, la fraction massique de gaz  $x$ . Déterminer alors  $x$  au point où le fluide est diphasé.
- 5) Définir et calculer le rendement de ce cycle. Comparer la valeur obtenue à celle d'un cycle idéal de Carnot et expliquer l'origine de la différence.

**Correction :**

1) Les points  $A$  et  $B$  sont sur la courbe d'ébullition : l'eau est alors liquide (mélange liquide-vapeur saturé en liquide).

Le point  $D$  est sur la courbe de rosée : l'eau est alors gazeuse (mélange liquide-vapeur saturé en vapeur).

Au point  $E$ , le système est diphasé : l'eau est en partie liquide, en partie gazeuse.

Transformation  $AB$  : échauffement du liquide

Transformation  $BD$  : vaporisation totale du liquide, isotherme et isobare

Transformation  $DE$  : détente adiabatique et réversible

Transformation  $EA$  : liquéfaction partielle de la vapeur, isotherme et isobare

2) Dans une phase condensée et idéale, le volume du système reste constant. La transformation  $AB$  peut donc être considérée comme isochore.

3) Transformation  $AB$  : la transformation  $AB$  étant isochore, on a :

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} \Rightarrow \boxed{Q_{AB} = mc(T_2 - T_1)} = 523 \text{ kJ} > 0$$

Transformation  $BD$  : la transformation  $BD$  étant isobare, on a :

$$\Delta H_{BD} = Q_{BD} \Rightarrow \boxed{Q_{BD} = m\Delta_{vap}H(T_2)} = 1,8 \text{ MJ} > 0$$

Il est logique que le fluide reçoivent plus de transfert thermique pour le changement d'état que pour l'échauffement liquide.

Transformation  $DE$  : la transformation  $DE$  est une détente adiabatique, donc le fluide ne reçoit pas de transfert thermique au cours de cette transformation :

$$\boxed{Q_{DE} = 0}$$

Transformation EA : la transformation EA étant isobare, on a :

$$\Delta H_{EA} = Q_{EA} \Rightarrow \boxed{Q_{EA} = -mx\Delta_{vap}H(T_1)} < 0$$

4) Transformation AB : on utilise la première identité thermodynamique :

$$dS_{AB} = \frac{dU_{AB}}{T} = mc \frac{dT}{T} \Rightarrow \boxed{\Delta S_{AB} = mc \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}$$

Transformation BD :

$$\boxed{\Delta S_{BD} = \frac{m\Delta_{vap}H(T_2)}{T_2}}$$

Transformation DE : la transformation DE est une transformation adiabatique et réversible, donc :

$$\boxed{\Delta S_{DE} = 0}$$

Transformation EA :

$$\boxed{\Delta S_{EA} = -\frac{mx\Delta_{vap}H(T_1)}{T_1}}$$

Pour une transformation cyclique, on sait que :

$$\begin{aligned} \Delta S &= 0 = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BD} + \Delta S_{DE} + \Delta S_{EA} \\ \Leftrightarrow mc \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{m\Delta_{vap}H(T_2)}{T_2} - \frac{mx\Delta_{vap}H(T_1)}{T_1} &= 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{c T_1}{\Delta_{vap}H(T_1)} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{T_1 \Delta_{vap}H(T_2)}{T_2 \Delta_{vap}H(T_1)} &= 0,80 \end{aligned}$$

5) Le rendement du cycle est défini par :

$$r = -\frac{W}{Q_c} = -\frac{W}{Q_{AB} + Q_{BD}}$$

Puis, on applique le premier principe de la thermodynamique au cours d'un cycle de transformation du gaz :

$$\begin{aligned} \Delta U &= 0 = W + Q_{AB} + Q_{BD} + Q_{EA} \\ \Leftrightarrow W &= -(Q_{AB} + Q_{BD} + Q_{EA}) \\ \Rightarrow r &= 1 + \frac{Q_{EA}}{Q_{AB} + Q_{BD}} = 0,23 \end{aligned}$$

Pour un cycle de Carnot, le rendement vaut quant à lui :

$$r_c = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0,25 > r$$

Le rendement du cycle réel est inférieur à celui du cycle idéal de Carnot. Ceci est tout à fait logique car la transformation AB se fait par contact avec une source chaude. Il n'y a donc pas d'équilibre thermique, ce qui rend la transformation irréversible et le rendement inférieur à celui de la machine réversible idéale de Carnot.