Le Mans Université

Electromagnétisme & Ondes
-Interfaces- Licence de Physique

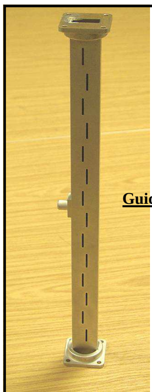
Sommaire

1. Rappel des équations de Maxwell dans les milieux et conditions aux interfaces,
2. Phénomène de propagation et caractéristiques de l'onde électromagnétique dans un milieu diélectrique non chargé.
3. Comportement de l'onde électromagnétique à l'interface de deux diélectriques (l.h.i).
4. Lois de Snell-Descartes, formules de Fresnel et leur interprétation
5. Aspects énergétiques à l'interface : comportement des coefficients de transmittance et de réflexion.
6. Ondes évanescentes à travers des exemples exploités notamment en microscopie, effet Tunnel optique et effet Goos-Hanchen.
7. Comportement des ondes dans un conducteur et dans un plasma : phénomènes d'absorption et de dispersion ainsi que l'effet de peau.

1

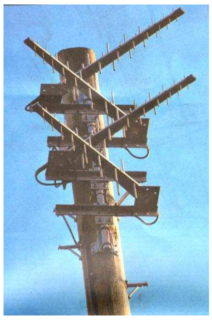
A.Kassiba kassiba@univ-lemans.fr,

Ondes Electromagnétiques: Génération, Réception



Guide d'ondes (micro-ondes)

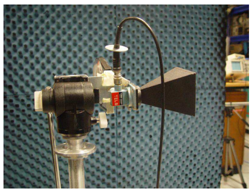
Antenne téléphonie mobile



Antenne TV numérique (Walles 2005)

Antenne pour génération d'ondes polarisées circulaires avec antennes hélicoïdaux

Antenne pour génération d'onde à polarisation circulaire



Antenne à cornet pour bande X (10 Ghz)

2

Rappels

A. Résultats d'électrostatique

-Une distribution de charges surfaciques sur une surface finie crée en tout point de l'espace un potentiel électrostatique donné par :

$$V(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_{(S)}\frac{\sigma dS}{r}$$

-Une distribution de charges volumiques dans un volume fini crée en tout point de l'espace un potentiel électrostatique donné par :

$$V(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_{(V)}\frac{\rho dV}{r}$$

-Potentiel électrostatique crée par un dipôle électrique :

$$V(M)=\frac{\vec{p}.\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

3

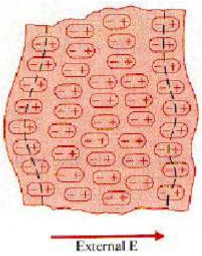
B. Caractéristiques d'un diélectrique polarisé

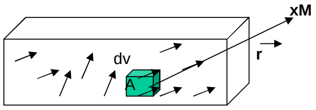
Densités de charges et de courants de polarisation

Un diélectrique polarisé comporte des dipôles électriques induits à l'échelle atomique ou moléculaire. Ces dipôles permettent de définir en tout point du diélectrique, la polarisation $\vec{P}(A)$ qui est une grandeur macroscopique définie par :

$$\boxed{\vec{P}(A)=\frac{d\vec{p}}{dv}}$$

$d\vec{p}$ représente la somme des dipôles individuels contenus dans le volume dv autour de A.



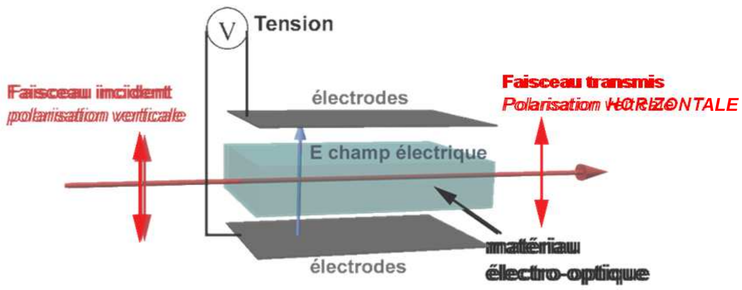


Diélectrique Polarisé

4

Exemple d'effets liés à la polarisation d'un milieu: Phénomène Electro-optique

= { Changement de l'indice de réfraction d'un milieu sous l'action d'un champ électrique $\vec{E}$

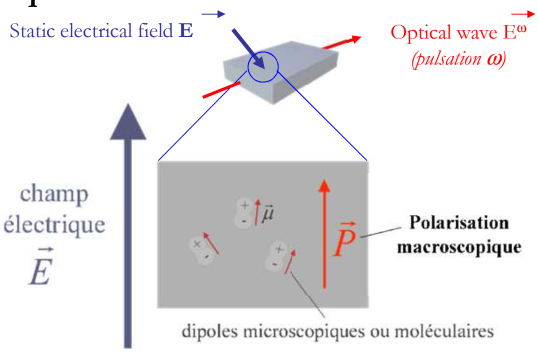


Applications :

- Commutateur optique, **multiplexage de signaux,..**
- **Modulation électrooptique**

⏩ **Communications optiques**

Origine Physique: Polarisabilité de la matière



$$\vec{P} = N < \vec{\mu} >$$

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}^0 + \varepsilon_0 \{[\alpha(-\omega;\omega)] + [\beta(-\omega;0,\omega)]\,\vec{E} + [\gamma(-\omega;0,0,\omega)]\,\vec{E}^2 + \ldots\}\vec{E}^{\omega}$$

$$\vec{P} = \vec{P}^0 + \varepsilon_0 \{[\chi^{(1)}(-\omega;\omega)] + \underbrace{[\chi^{(2)}(-\omega;0,\omega)]\,\vec{E}}_{\textit{Pockels Term}} + \underbrace{[\chi^{(3)}(-\omega;0,0,\omega)]\,\vec{E}^2}_{\textit{Kerr term}} + \ldots\}\vec{E}^{\omega}$$

Changement de permittivité diélectrique $\Delta\varepsilon_{ij}$ ≡ **Perturbation de l'indice de réfraction** Δn_{ij}

Pockels = <u>milieu non-centrosymmetrique</u>

Charges de polarisation

Le potentiel électrique crée par l'ensemble des dipôles contenus dans le diélectrique en un point extérieur M, est donné par :

$$\boxed{V(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_{(V)}\frac{d\vec{p}.\vec{r}}{r^3}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_{(V)}\frac{\vec{P}(A).\vec{r}}{r^3}dv}$$

En utilisant la relation d'analyse vectorielle : $$div(\frac{\vec{P}}{r})=\frac{div\vec{P}}{r}-\vec{P}.\overrightarrow{grad}\frac{1}{r}$$

et le théorème de Green Ostrogradsky, $$\oiint_{(S)}\vec{E}.d\vec{S}=\iiint_{V}div\vec{E}.dv$$

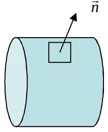
le potentiel électrique crée par le diélectrique au point M est donné par :

$$\boxed{V(M)=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\iint_{(S)}\frac{\vec{P}.\vec{n}}{r}\,dS-\frac{1}{4\pi\varepsilon}\iiint_{(V)}\frac{div\vec{P}}{r}dv}$$

7

Milieu Polarisé

$\vec{n}$ vecteur unitaire normale à la surface du diélectrique



Tout se passe comme si

le diélectrique polarisé est porteur d'une densité de charge surfacique $\sigma=\vec{P}.\vec{n}$

et de charges en volumes distribuées avec la densité volumique $\rho=-div\vec{P}$

8

Courants de polarisation

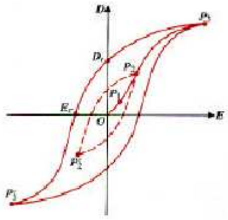
Lorsqu'un diélectrique est excité par un champ électrique variable, la polarisation induite va dépendre du temps et les charges liées peuvent présenter une excursion de part et d'autre de la surface du diélectrique.

Ces mouvements de charges liées peuvent être assimilés à des courants de polarisations dont l'intensité s'exprime par :

$$\boxed{I_{pol} = \frac{dQ_{lié}}{dt} = \oiint_{(S)} \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} . \vec{n} dS}$$

denisté de courant dit de polarisation $\boxed{\vec{j}_{lié} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}}$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

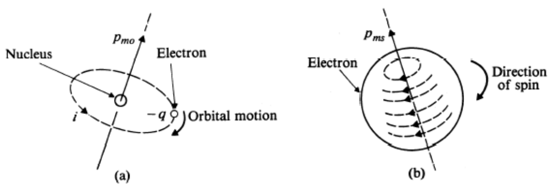


Aire encerclée par le cycle d'hystérésis dans la représentation D-E

$$P_{hyst} = \oint \mathbf{E} \bullet d\mathbf{D}$$

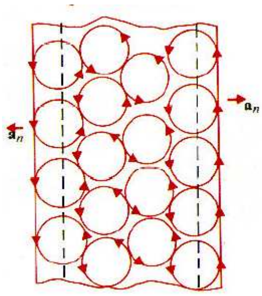
C. Matériaux aimantés

Origine microscopique de l'aimantation d'un milieu



C'est la structure électronique d'un atome qui conditionne ses propriétés magnétiques et celles du matériau

Matériau magnétique

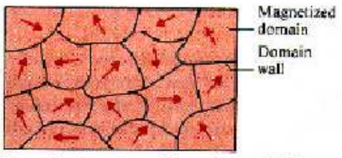


Courants ampériens équivalents aux trajectoires électroniques au sein du matériau magnétique , l'aimantation étant perpendiculaire au plan de la feuille.

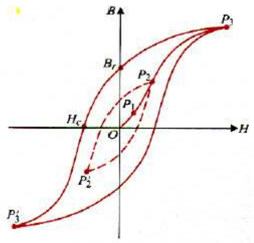
Diamagnetic, if $\mu_r \approx 1$ and $\mu_r < 1$ (χ_m is a very small negative number), or
Paramagnetic, if $\mu_r \approx 1$ and $\mu_r > 1$ (χ_m is a very small positive number), or
Ferromagnetic, if $\mu_r >> 1$ (χ_m is a large positive number).

$$\mathbf{B} = \mu_o (1 + \chi_m) \mathbf{H}$$
$$\mathbf{B} = \mu_o \mu_r \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$$

Propriété macroscopique d'un matériau ferromagnétique



Domain structure of a polycrystalline ferromagnetic specimen



Hysteresis loops in the B-H plane for ferromagnetic material.

Une substance est dite magnétique lorsqu'elle acquiert une aimantation macroscopique sous l'action d'un champ magnétique extérieur. L'intensité de l'aimantation est définie par : $\boxed{\vec{J}(A)=\frac{d\vec{m}}{dv}}$

En présence de cette aimantation, le champ magnétique dans le milieu se compose du champ magnétique appliqué et du champ magnétique résultant de l'aimantation et qui s'exprime par : $\boxed{\vec{B}_{aim}=\mu_0\vec{J}}$

On peut montrer que dans un milieu magnétique sollicité par un champ magnétique variable, il existe des courants liés à l'aimantation dont la densité est définie par : $\boxed{\vec{j}_{aim}=\overrightarrow{rot}\vec{J}}$

11

D. Conducteurs

Milieux à charges libres pouvant se déplacer sur des distances très grandes par rapport aux dimensions atomiques.

Bien que les charges liées existent les phénomènes de polarisation sont faibles .

Les courants d'aimantation sont aussi faibles à l'exception de matériaux ferromagnétiques.

La densité de courant est donnée par :

$$\boxed{\vec{j}_{tot}=\vec{j}_{libre}+\vec{j}_{lié}+\vec{j}_{aim}\approx\vec{j}_{libre}}$$

densité de charges libres : $\boxed{\rho_{libre}=\rho_{+}+\rho_{-}}$

12

Neutralité électrique d'un conducteur

A la suite d'une excitation électrique, des fluctuations de la densité de charges peuvent se produire. L'équation de conservation de la charge électrique s'exprime par :

$$\mathrm{div}\,\vec{j}_{libre} + \frac{\partial \rho_{libre}}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial \rho_{libre}}{\partial t} + \mathrm{div}(\sigma\vec{E}) = \frac{\partial \rho_{libre}}{\partial t} + \sigma\,\mathrm{div}(\vec{E}) = 0$$

Si on tient compte uniquement des charges libres (en supposant les phénomènes de polarisation faibles) alors :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\sigma\rho}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow \rho(\vec{r},t) = \rho(\vec{r})e^{-\frac{\sigma t}{\varepsilon_0}}$$

Si on considère un métal tel que le cuivre $\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \approx 10^{18} \Rightarrow e^{-\frac{\sigma t}{\varepsilon_0}} \to 0$

La neutralité électrique d'un conducteur est toujours réalisée aux fréquences basses (Hors UV,X)

13

I.Lois générales de l'électromagnétisme dans les milieux

Nécessité d'une théorie du champ moyen

Ecrire les équations de Maxwell qui sont les formulations du champ électromagnétique dans un espace mésoscopique où le champ est considéré comme uniforme.

A cette échelle, la matière est considérée comme ayant une répartition continue.

Or une description correcte d'un milieu polarisé ou aimanté nécessite de travailler à l'échelle atomique Ou moléculaire .

Problème: la matière est discontinue à ces échelles et le champ électromagnétique le sera aussi.

les champs intermédiaires

$$\left(\vec{D},\vec{H}\right)$$

permettent de contourner cette difficulté.

14

Rappels : Equations de Maxwell

- Expriment des relations entre champs moyens uniformes dans un volume Mésoscopique en fonction des champs vrais et intérmédiaires:

$$\left(\vec{E},\vec{B}\right) \quad \text{et} \quad \left(\vec{D},\vec{H}\right)$$

- Formulations locales reliant le champ électromagnétique à ses sources

a. Equation de Maxwell-Gauss

$$\oiint_{(S)} \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}.(S)}}{\varepsilon_0}$$

$$\text{div}\vec{E}(M) = \frac{\rho_{tot}}{\varepsilon_0}$$

$$\rho_{tot} = \rho_{libre} + \rho_{lié}$$

$\boxed{\rho_{lié} = -\text{div}\vec{P}}$ $\boxed{\rho_{libre} = \rho_{+} + \rho_{-}}$ $\boxed{\text{div}(\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}) = \rho_{libre}}$

15

Vecteur déplacement électrique ou induction électrique : $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$

L'équation de Maxwell-Gauss est donc formulée dans le cas général sous la forme : $\boxed{\text{div}\vec{D} = \rho_{libre}}$

Equation de Maxwell-Ampère (M-A)

Sa formulation intégrale découle du théorème d'Ampère exprimé en fonction du champ magnétique et en régime statique par:

$$\oint_{(C)} \vec{B}.d\vec{\ell} = \mu I$$

En régime variable, il faut considérer les courants de déplacements et si le milieu comporte aussi bien des densités liées au courant de conduction , de polarisation ou d'aimantation, la formulation locale de l'équation de M-A s'écrit :

$$\boxed{\text{rot}\vec{B} = \mu_0\vec{j}_{tot} + \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}$$

16

<u>Conséquence de l'équation M-A</u> $\mathrm{div}(\mathrm{rot}\vec{B}) = \mathrm{div}(\mu_0 \vec{j}_{tot} + \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) = 0$

permet d'établir l'équation de conservation de la charge : $\boxed{\mathrm{div}\vec{j}_{tot} + \frac{\partial \rho_{tot}}{\partial t} = 0}$

Avec

$$\underbrace{\vec{j}_{tot} = \vec{j}_{libre}}_{\text{Conduction}} + \underbrace{\vec{j}_{lié}}_{\text{Polarisation}} + \underbrace{\vec{j}_{aim.}}_{\text{Aimantation}}$$

L'équation de M-A peut être ré écrite sous la forme : $\boxed{\mathrm{rot}\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}\right) = \vec{j}_{libre} + \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P})}$

le vecteur excitation magnétique $\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}}$ ⇒ $\boxed{\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j}_{libre} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$

17

<u>Equation de Maxwell-Flux (M-Flux)</u>

Elle traduit la conservation du flux de $\vec{B}$ ⇒ $\boxed{\mathrm{div}\vec{B} = 0}$

Valable quelque soit le milieu

<u>Equation de Maxwell-Faraday (M-F)</u>

Découle de la relation de Faraday à la base de l'induction électromagnétique

$$e_{f.e.m.induit} = \oint_{(C)} \vec{E}_{electromoteur} . d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

L'utilisation du théorème de Stokes et la permutation de la dérivation temporelle et l'intégration spatiale (valable lorsque que Surface et Contour sont fixes dans un repère galiléen) permet de déduire l'équation de M-F s'écrit :

$$\boxed{\mathrm{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

18

Récapitulatifs des Equations de Maxwell

Equations intrinsèques $(\vec{E},\vec{B})$

$$\boxed{\mathrm{div}\vec{B} = 0}$$ M-Flux

$$\boxed{\mathrm{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$ M-F

Equations dépendantes du milieu $(\vec{D},\vec{H})$

$$\boxed{\mathrm{div}\vec{D} = \rho_{libre}}$$ M-G

$$\boxed{\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{j}_{libre} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$ M-A

19

2- Caractéristiques des milieux - Retour sur les champs intermédiaires

Dans un milieu polarisé, le vecteur induction électrique est

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$

Dans un milieu aimanté, le vecteur excitation magnétique est $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$

Dans un milieu possédant des charges libres, la densité de courant est donnée par la loi d'Ohm locale :

$$\vec{j}_{libre} = \vec{j}_{mobile} = \sigma\vec{E}$$

Avec une conductivité réelle dans un domaine de fréquence $<10^{14}$Hz pour un bon conducteur.

20

b- Cas particulier : milieux (conducteurs, polarisé ou aimantés) homogènes, linéaires et isotropes

Linéarité : **exprime des relations de causalité linéaires, en d'autres termes que les effets (polarisation, aimantation, conductivité) sont proportionnels aux excitations (électrique, magnétique, électrique).**

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E} : Polarisation$$

$$\vec{J} = \chi_m \vec{H} : Aimantation$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} : Conduction$$

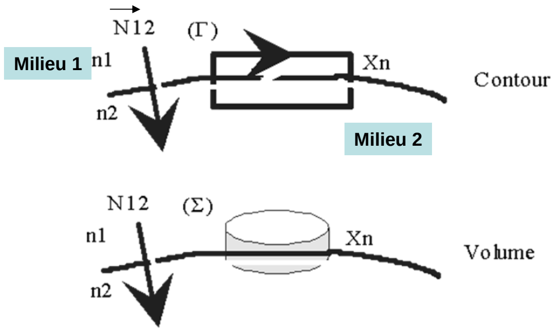
Isotropie **: les grandeurs de proportionnalité** χ_e, χ_m **et** σ

représentant respectivement la susceptibilité électrique, magnétique et la conductivité sont des grandeurs non tensorielles. Les propriétés du milieu sont les mêmes dans toutes les directions de l'espace. Il n'y a pas de directions privilégiée.

Homogénéité **: Les propriétés sont les mêmes en tout point du milieu. Il n'y a pas de régions privilégiées.**

3. Conditions aux limites – Equations aux interfaces

Etablir les relations de passage pour le champ électromagnétique (champ vrais et intermédiaires) à la traversée d'une surface de séparation de deux milieux linéaires homogènes et isotropes



4 équations de passage déduites à partir de l'intégration des quatre équations de Maxwell

A- Intégration des équations (intrinsèques) de Maxwell

- **<u>Maxwell-Faraday (M-F)</u>** : l'opération d'intégration sur la surface délimitée
- par le parcours (Γ)

$$\boxed{\iint_{(S\Gamma)} \mathrm{rot}\vec{E}.d\vec{S} = -\iint_{(S\Gamma)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.d\vec{S} \Rightarrow \oint_{(\Gamma)} \vec{E}.d\vec{l} = -d\ell.\frac{d}{dt}\int_{-X_n}^{X_n} B.dx \xrightarrow[X_n \to 0]{} 0}$$

On en déduit la première relation de continuité indépendamment de la nature des deux milieux :

$$\boxed{\vec{E}_{T1} = \vec{E}_{T2}}$$

Conservation de la composante tangentielle des champs électriques à la traversée de deux milieux.

- **<u>Maxwell-Flux</u>**

l'intégration de l'équation intrinsèque $\mathrm{div}\vec{B} = 0$

sur le volume délimitée par la surface fermée (Σ)

donne $\boxed{\vec{B}_{N1} = \vec{B}_{N2}}$

Conservation de la composante normale du champ magnétique à la traversée des deux milieux

23

B- Intégration des équations de Maxwell MG et MA

- **<u>Composante normale de l'induction électrique</u>**

Intégration de l'équation M-G sur le volume délimité par la surface (Σ)

$$\iiint div\vec{D}dv = \iiint \rho_{libre}dv \Longrightarrow \oiint_{(\Sigma)} \vec{D}.d\vec{S} = S_\Sigma \lim_{X_n \to 0} \int_{-X_n/2}^{X_n/2} \rho_{libre} dX_n = (\vec{D}_2 - \vec{D}_1).\vec{n}S_\Sigma$$

$$\Longrightarrow \boxed{\vec{D}_{N2} - \vec{D}_{N1} = \sigma_{libre}\vec{n}_{12}}$$

$\vec{n}_{12}$ **normale locale à l'interface orientée dans le sens milieu (1) >>(2).**

$$\sigma_{libre} = \lim_{X \to 0} X\rho_{libre}$$

Densité de charges libres à l'interface entre les deux milieux

24

❑C. Composante tangentielle de l'excitation magnétique

Intégration de l'équation M-A sur la surface délimitée par le parcours (Γ)

$$\iint_{S_\Gamma} \overrightarrow{rot}\vec{H}.d\vec{S} = \iint_{S_\Gamma} \vec{j}_{libre}.d\vec{S}$$

qui peut s'écrire aussi sous la forme :

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{H}.d\vec{l} = \vec{l}\,.\lim_{X_n \to 0} \int_{-Xn/2}^{Xn/2} \vec{n}_{12} \wedge \vec{j}_{libre}\,dx$$

$$\boxed{\vec{H}_{T2} - \vec{H}_{T1} = \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{12}}$$

$$\boxed{\vec{j}_s = \lim_{X \to 0} \vec{j}_{libre} X}$$

densité de courants superficielle.

25

Chap. II- Structure de l'onde plane dans le vide et dans les milieux diélectriques non chargés

1. Equations de Maxwell dans un milieu diélectrique non chargé

M-Flux	M-G	M-F	M-A
$div\vec{B} = 0$	$div\vec{E} = 0$	$rot\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$rot\vec{B} = \varepsilon\mu_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

2. Equation de propagation

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \Rightarrow$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

$$\Delta\vec{B} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0} \Rightarrow$$

3- Solution en ondes planes

Lorsqu'on se place suffisamment loin des sources, on peut chercher comme solutions pour les équations de propagation des solutions sous la forme d'ondes planes définies par :

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_{01} f\left(t - \frac{\vec{u}.\vec{r}}{v}\right) + \vec{E}_{02} g\left(t + \frac{\vec{u}.\vec{r}}{v}\right)}$$

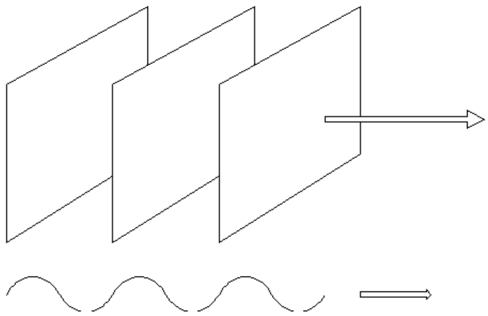
26

$\vec{u}$: vecteur unitaire dans la direction de propagation

$\left(t - \frac{\vec{u}.\vec{r}}{v}\right)$ représente le terme de propagation

$\vec{E}_{0l}$ sont indépendants du temps et des variables d'espace.

Onde plane progressive OPP: $\boxed{\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_{01} f\left(t - \frac{\vec{u}.\vec{r}}{v}\right)}$



4. Onde plane progressive monochromatique OPPM

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cos\left(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \phi\right)}$$

$\omega, \vec{k}, \phi$ représentent respectivement la pulsation, le vecteur d'onde et la phase à l'origine.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi N$$

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{u} = 2\pi\Lambda$$

ω, T, N caractérisent la source du rayonnement uniquement (pulsation, période temporelle, fréquence temporelle).

$\vec{k}, \lambda = vT, \Lambda$ caractérisent la source et le milieu (vecteur d'onde (pulsation spatiale), période spatiale, fréquence spatiale) .

5. Structure de l'onde OPPM
a- Transversalité de l'OPPM dans un milieu l.h.i

$$\underline{\vec{E}}(\vec{r},t) = \underline{\vec{E}_0}\,e^{j(\omega t - \vec{k}.\vec{r})} \qquad \Re(\underline{\vec{E}}) \text{ est le véritable champ.}$$

$$\underline{\vec{B}}(\vec{r},t) = \underline{\vec{B}_0}\,e^{j(\omega t - \vec{k}.\vec{r})}$$

opérateurs $\dfrac{\partial}{\partial t} = j\omega$ et $\vec{\nabla} = -j\vec{k}$

Equations de Maxwell dans le vide ou dans un diélectrique non chargé :

$$\boxed{\begin{array}{ll} \vec{k}.\vec{E} = 0 & \vec{k}.\vec{B} = 0 \\ \vec{k}\wedge\vec{E} = \omega\vec{B} & \vec{k}\wedge\vec{B} = -\varepsilon\mu_0\omega\vec{E} \end{array}}$$

C'est donc une onde transversale électromagnétique TEM valable dans un milieu h.l.i

b- Polarisation de l'OPPM

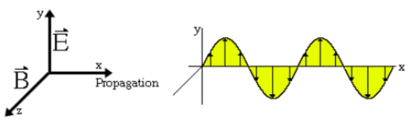
Considérons le cas d'une onde qui se propage dans la direction de l'axe Oz :

$$E_x(\vec{r},t) = E_{0x}\cos(\omega t - kz + \phi_{0x})$$

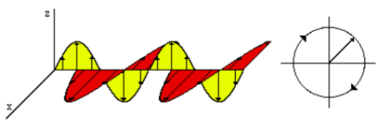
$$E_y(\vec{r},t) = E_{0y}\cos(\omega t - kz + \phi_{0y})$$

Selon le déphasage $\boxed{\phi = \phi_{0y} - \phi_{0x}}$ et les valeurs de $\boxed{E_{0x}, E_{0y}}$

on peut avoir différents polarisations :



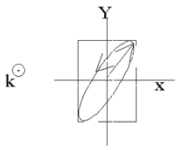
- **Rectiligne** si $\phi = \phi_{0y} - \phi_{0x} = 0, \pi$
- **Circulaire** si $\phi = \phi_{0y} - \phi_{0x} = \pm\frac{\pi}{2}$ $\quad E_{0x} = E_{0y}$



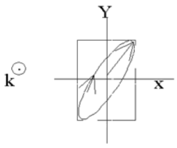
On parlera de polarisation circulaire droite (+) si en regardant la lumière venant vers nous, l'extrémité de son champ électrique tourne dans le sens des aiguilles d'une montre. Et inversement pour la polarisation circulaire gauche (-).

Elliptique (cas général) E_{0x}, E_{0y} quelconques et $\phi = \phi_{0y} - \phi_{0x}$ aussi.

C'est une situation courante et analogue aux courbes de lissajous obtenus en électronique.
Les composantes du champ électrique sont liées par une équation de type équation d'une ellipse :



Elliptique Gauche



Elliptique droite

c-Impédance d'onde pour un diélectrique l.h.i non chargé

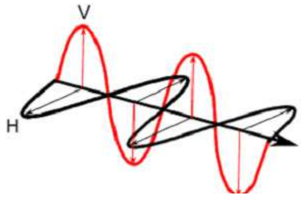
$$Z = \frac{E}{H} = \mu_0 \frac{E}{B} = \mu_0 \sqrt{\frac{1}{\varepsilon \mu_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}}$$

$$\frac{V.m^{-1}}{A.m^{-1}} = \frac{V}{A} = \Omega$$

L'impédance du vide est Z_0= 377Ω et varie comme $Z = \frac{Z_0}{n}$ pour un diélectrique d'indice de réfraction n.

31

Télédétection par hyperfréquences
Polarimétrie



Exemple: Emission Radar en polarisations horizontales (noir) et verticales (rouge) d'une onde électromagnétique.

L'onde rétrodiffusée peut avoir différentes polarisations.
Polarimétrie radar: technique d'analyse de la combinaison des polarisations de l'onde rétrodiffusée

Différents modes d'émission réception radar

HH - transmission et réception horizontales
VV - transmission et réception verticales
HV - transmission horizontale et réception verticale, et
VH - transmission verticale et réception horizontale.

Polarisation parallèle

Polarisation croisée

32

http://ccrs.nrcan.gc.ca/resource/tutor/fundam/chapter3/08_f.php

Exemple d'accentuation de différents éléments d'une zone agricole à l'aide de diverses polarisations (HH, VV, HV et composé couleur).

33

Energie électromagnétique

<u>a- Densité d'énergie électromagnétique</u>

⇨ **L'onde électromagnétique transporte de l'énergie qui se manifeste par son action sur des charges**

⇨ **Il ya propagation de l'Onde et de l'énergie associée**

En présence de charges, le champ électromagnétique cède de l'énergie aux charges, quantité qui s'exprime par la <u>**relation de Joule locale**</u> :

$$\boxed{\vec{j}_{libre}.\vec{E}}$$

L'équation de Maxwell-Ampère

$$rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j}_{libre} + \varepsilon\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$(rot\vec{B}).\vec{E} = \mu_0 \vec{j}_{libre}.\vec{E} + \varepsilon\mu_0 \vec{E}.\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

D'après la relation de l'analyse vectorielle :

$$div(\vec{A} \wedge \vec{B}) = \vec{B}.rot\vec{A} - \vec{A}.rot\vec{B}$$

$$\boxed{\vec{E}.rot\vec{B} = \vec{B}.rot\vec{E} - div(\vec{E} \wedge \vec{B}) = -\vec{B}.\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - div(\vec{E} \wedge \vec{B})}$$

Ou encore

$$\boxed{\begin{aligned} &- div(\vec{E} \wedge \vec{B}) - \vec{B}.\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \mu_0 \vec{j}_{libre}.\vec{E} + \varepsilon\mu_0 \vec{E}.\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ &\Rightarrow div(\vec{E} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu_0}) + \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{B^2}{2\mu_0} + \varepsilon\frac{E^2}{2}\right] + \vec{j}.\vec{E} = 0 \end{aligned}}$$

34

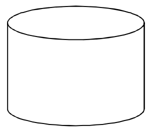
Le vecteur de Poynting $\vec{\Pi} = \vec{E} \wedge \vec{H}$

La densité d'énergie électromagnétique : $u = \left[\frac{\vec{B}.\vec{H}}{2} + \frac{\vec{E}.\vec{D}}{2} \right]$

La puissance volumique communiquée aux charges libres : $\vec{j}.\vec{E}$

Signification de l'équation locale pour l'énergie

On considère un volume (V) où règne un champ électromagnétique, (V) est entouré par une surface fermée (S) .



(S)

(V)

L'intégration de l'équation locale sur ce volume :

$$\boxed{\oint\!\!\oint_{(S)} \vec{\Pi}.d\vec{S} + \iiint_{(V)} \vec{j}.\vec{E}dv = -\frac{d\xi}{dt}}$$

La diminution de l'énergie électromagnétique dans (V) résulte du flux du vecteur de Poynting à travers (S) et de l'énergie communiquée aux charges libres dans (V).

$\oint\!\!\oint_{(S)} \vec{\Pi}.d\vec{S}$ puissance électromagnétique qui émane du volume (V).

Vecteur de Poynting moyen

Tout détecteur utilisé pour quantifier la puissance électromagnétique possède un temps de réponse T_{rep} . Le résultat est donc une moyenne sur T_{rep} :

$$\boxed{\left\langle \vec{\Pi} \right\rangle_{Trep} = \frac{1}{T_{rep}} \int_0^{Trép} \vec{E} \wedge \vec{H}.dt}$$

en utilisant la notation complexe (* représente le complexe conjugué) .

$$\overline{\vec{\Pi}} = \frac{1}{2} \Re\left(\vec{E} \wedge \vec{H}^* \right)$$

qui représente l'intensité de l'onde ou la puissance par unité de surface

densité d'énergie moyenne

$$\boxed{\langle u \rangle_{Trep} = \frac{1}{T_{rep}} \int_0^{Trép} \frac{\vec{E}.\vec{D}}{2}.dt + \frac{1}{T_{rep}} \int_0^{Trép} \frac{\vec{H}.\vec{B}}{2}.dt}$$

$$\overline{\langle u \rangle} = \frac{1}{4} \Re\left(\underline{\vec{E}}.\underline{\vec{D}}^* + \underline{\vec{B}}.\underline{\vec{H}}^* \right)$$

Vitesse de propagation de l'énergie

Dans un volume de base dS et sans dissipation , la variation de l'énergie pendant dt est:

$$\overline{d\xi} = \overline{\vec{\Pi}}.d\vec{S}dt = \overline{u}\vec{v}.d\vec{S}dt \Rightarrow \vec{v} = \frac{\overline{\vec{\Pi}}}{\overline{u}}$$

Vitesse de propagation de l'énergie

Cas particuliers:

1. Vitesse de propagation de l'énergie pour une OPPM

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = \langle \vec{E} \wedge \vec{H} \rangle = \frac{1}{Z} \langle E^2 \rangle \vec{u}_k$$

$$\langle u \rangle = \frac{\varepsilon}{2} \langle E^2 \rangle + \frac{\mu_0}{2} \langle H^2 \rangle = \varepsilon \langle E^2 \rangle$$

$$\vec{v} = \frac{1}{Z\varepsilon} \vec{u}_k = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu_0}} \vec{u}_k = \vec{v}_{phase}$$

2. Cas de superposition d'ondes

Exemple : onde stationnaire = résultats de la superposition de deux ondes de mêmes caractéristiques à l'exception des vecteurs de propagation de sens contraire.

La valeur moyenne du vecteur de Poynting doit être calculée à partir des champs résultants et non à partir des vecteurs de Poynting associés à chaque onde.

37

ChapIII- Réflexion et Réfraction des ondes électromagnétiques OPPM sur la surface de séparation entre deux diélectriques l.h.i non chargés

On part d'un acquis (1) et on montrera les points (2) et (3)

1. Conditions à l'interface entre deux milieux diélectriques l.h.i et non chargés $\rho = 0; \quad \sigma = 0; \quad \vec{j}_s = \vec{0}$

Continuité des composantes tangentielles de $\vec{E}$ et $\vec{H}$

Continuité des composantes normales de $\vec{B}$ et $\vec{D}$

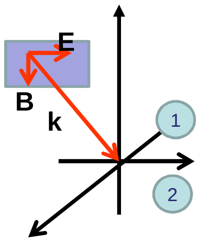
2. Lois de Snell-Descartes

Déjà utilisées en optique géométrique, elles se déduisent naturellement des équations de Maxwell.

3. Formules de Fresnel et leur discussion ainsi que les aspects énergétiques

38

A)Lois de Descartes



Référentiel Oxyz + une onde incidente qui tombe sur la surface de séparation entre deux milieux (1) et (2).

Grandeurs caractéristiques de l'OPPM incidente :

$$\omega_i, \vec{k}_i, \vec{u}_i = \beta_i \vec{u}_y + \gamma_i \vec{u}_z$$

Grandeurs équivalentes pour l'onde réfléchie et transmise :

$$\omega_r, \vec{k}_r, \vec{u}_r = \alpha_r \vec{u}_x + \beta_r \vec{u}_y + \gamma_r \vec{u}_z$$

$$\omega_t, \vec{k}_t, \vec{u}_t = \alpha_t \vec{u}_x + \beta_t \vec{u}_y + \gamma_t \vec{u}_z$$

Les champs correspondants : $\vec{E}_{i,r,t} = \vec{E}_{0i,0r,0t}\, e^{j(\omega_{i,r,t} t - \vec{k}_{i,r,t}\cdot\vec{r})}$

Condition de continuité de la composante tangentielle du champ électrique en z=0 s'écrit :

$$\vec{E}_{0i_{(T)}} e^{j(\omega_i t - \vec{k}_i\cdot\vec{r})} + \vec{E}_{0r_{(T)}} e^{j(\omega_r t - \vec{k}_r\cdot\vec{r})} = \vec{E}_{0t_{(T)}} e^{j(\omega_t t - \vec{k}_t\cdot\vec{r})}$$

$$\vec{E}_{0i_{(T)}} e^{j(\omega_i t - k_i\beta_i y)} + \vec{E}_{0r_{(T)}} e^{j(\omega_r t - k_r\alpha_r x - k_r B_r y)} = \vec{E}_{0t_{(T)}} e^{j(\omega_t t - k_t\alpha_t x - k_t\beta_t y)}$$

Cette égalité est possible si les trois arguments sont égaux :

$$\omega_i t - k_i\beta_i y = \omega_r t - k_r\beta_r y - k_r\alpha_r x = \omega_t t - k_t\beta_t y - k_t\alpha_t x$$

39

Relation valable à tout instant et en tout point du plan Oxy.

Conclusion 1 : $\omega_i = \omega_r = \omega_t$

conservation de la pulsation de l'onde incidente

Conclusion 2 : $\alpha_r = \alpha_t = 0$

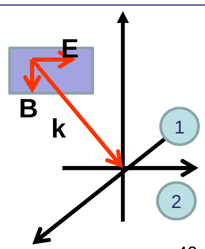
Le plan d'incidence (défini par le vecteur d'onde incident et la normale locale à la surface), de réflexion et de transmission sont confondus en un plan unique.
Ceci constitue **la première loi de Descartes** : Le rayon incident (k_i) et la normale locale à l'interface (Oz) définissent le plan d'incidence qui contient aussi le rayon réfléchi (kr) et transmis (kt).

Conclusion 3 :

$$k_i\beta_i = k_r\beta_r = k_t\beta_t$$

$$\beta_i = \beta_r$$

$$k_i \sin\theta_i = k_t \sin\theta_t$$



Equivalent à la loi de Descartes (loi des sinus pour la réfraction) :

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$$

40

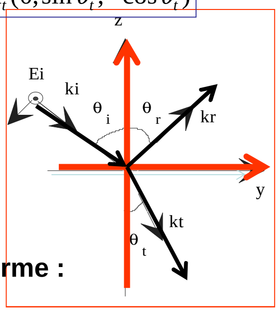
B) Formules de Fresnel pour une onde OPPMR

•Coefficients de Fresnel pour la réflexion et la transmission en fonction de la polarisation de l'onde.
•Aspects énergétiques accompagnant le phénomène de réflexion et de transmission.

Champ électrique $\vec{E}_i$ perpendiculaire au plan d'incidence $\boxed{r_\perp , t_\perp}$

Composantes des vecteurs d'ondes

$$\vec{k}_i = k_i(0,\sin\theta_i,-\cos\theta_i); \quad \vec{k}_r = k_i(0,\sin\theta_i,\cos\theta_i); \quad \vec{k}_t = k_t(0,\sin\theta_t,-\cos\theta_t)$$



La continuité des composantes tangentielles (à l'interface) du champ $\vec{E}$

$$\Rightarrow \quad \underline{E}_{oi} + \underline{E}_{or} = \underline{E}_{ot}$$

La continuité des composantes tangentielles de B:

$$\underline{\vec{B}}_i + \underline{\vec{B}}_r = \underline{\vec{B}}_t \Big|_{z=0}$$

Les champs magnétiques s'expriment sous la forme :

$$\boxed{\underline{\vec{B}}_{i,r,t} = \frac{\vec{k}_{i,r,t} \wedge \underline{\vec{E}}_{i,r,t}}{\omega}}$$

41

Les champs électriques sont orientés dans la direction Ox :

$$\underline{\vec{B}}_i = \frac{k_i}{\omega}(\sin\theta_i\vec{u}_y - \cos\theta_i\vec{u}_z)\wedge \underline{E}_{0i}e^{j(\omega t-\vec{k}_i.\vec{r})}\vec{u}_x = -\underline{E}_{0i}\frac{k_i}{\omega}e^{j(\omega t-\vec{k}_i.\vec{r})}(\cos\theta_i\vec{u}_y + \sin\theta_i\vec{u}_z)$$

$$\underline{\vec{B}}_r = \frac{k_i}{\omega}(\sin\theta_i\vec{u}_y + \cos\theta_i\vec{u}_z)\wedge \underline{E}_{0r}e^{j(\omega t-\vec{k}_r.\vec{r})}\vec{u}_x = \underline{E}_{0r}\frac{k_i}{\omega}e^{j(\omega t-\vec{k}_r.\vec{r})}(\cos\theta_i\vec{u}_y - \sin\theta_i\vec{u}_z)$$

$$\underline{\vec{B}}_t = \frac{k_t}{\omega}(\sin\theta_t\vec{u}_y - \cos\theta_t\vec{u}_z)\wedge \underline{E}_{0t}e^{j(\omega t-\vec{k}_t.\vec{r})}\vec{u}_x = -\underline{E}_{0t}\frac{k_t}{\omega}e^{j(\omega t-\vec{k}_t.\vec{r})}(\cos\theta_t\vec{u}_y + \sin\theta_t\vec{u}_z)$$

En projetant selon Oy (direction tangentielle) :

$$k_i\underline{E}_{0i}\cos\theta_i - k_i\underline{E}_{0r}\cos\theta_i = k_t\underline{E}_{0t}\cos\theta_t$$

Avec $\underline{E}_{oi} + \underline{E}_{or} = \underline{E}_{ot}$

les coefficient de réflexion et de transmission :

$$\boxed{t_\perp = \frac{\underline{E}_{ot}}{\underline{E}_{oi}} = \frac{2\cos\theta_i}{\cos\theta_i + \frac{k_2}{k_1}\cos\theta_t}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{t_\perp = \frac{2\cos\theta_i\sin\theta_t}{\sin(\theta_i+\theta_t)}}$$

Avec la relation du sinus $k_i\sin\theta_i = k_t\sin\theta_t$

$$\boxed{r_\perp = \frac{E_{0r}}{E_{0i}} = -\frac{\sin(\theta_i-\theta_t)}{\sin(\theta_i+\theta_t)}}$$

42

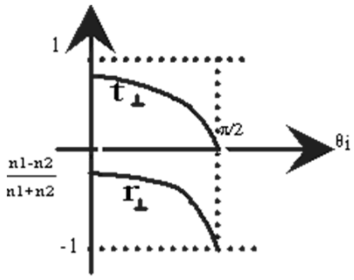
2 . Discussion des formules de Fresnel $\boxed{r_\perp , t_\perp}$

Les coefficients de réflexion et de transmission s'expriment uniquement en fonction de θ_i et des indices n1 et n2.

Comportement de $\boxed{r_\perp , t_\perp}$ pour une incidence proche de la normale

Cas : n1<n2

$$r_\perp = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad et \quad t_\perp = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$



Problème de déphasage

$r_\perp$ est négatif pour tout angle d'incidence. Ceci entraîne un déphasage du champ réfléchi par rapport au champ incident (retournement du champ à l'interface).

$t_\perp$ étant positif , il n'y a pas de déphasage entre le champ incident et le champ transmis.

43

Cas : n1 > n2 : La relation de sinus indique l'existence d'un angle limite d'incidence

$$\theta_c \quad / \quad \sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$$

Au delà de l'angle limite il y a réflexion totale.

La transition entre réflexion+transmission à réflexion pure s'effectue sans discontinuité (voir une expérience avec réflexion interne par un prisme). Or l'absence de transmission remet en cause les relations de passages aux interfaces.

On re-formule le coefficient de réflexion :

$$r_\perp = \frac{E_{0r}}{E_{0i}} = \frac{\cos\theta_i - \left(\frac{n_t^2}{n_i^2} - \sin^2\theta_i\right)^{\frac{1}{2}}}{\cos\theta_i + \left(\frac{n_t^2}{n_i^2} - \sin^2\theta_i\right)^{\frac{1}{2}}}$$

avec $\sin\theta_c = \frac{n_t}{n_i} \quad ; \quad \frac{\pi}{2} > \theta_i > \theta_c \Rightarrow \sin\theta_i > \frac{n_t}{n_i}$

Le coefficient de réflexion devient dans ce cas complexe

Le champ électrique de l'onde transmise :

$\vec{k}_t = k_t(0, \sin\theta_t, -\cos\theta_t)$ et $k_t \sin\theta_t = k_t\left(\frac{n_i}{n_t}\right)\sin\theta_i$

$$\boxed{\vec{E}_t = \vec{E}_{ot}\, e^{j(\omega t - \vec{k}_t . \vec{r})}}$$

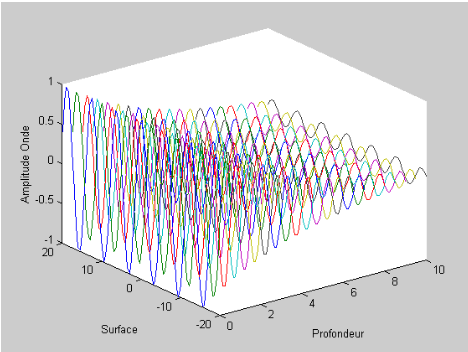
$$k_t \cos\theta_t = k_t\sqrt{1 - \sin^2\theta_t} = k_t\sqrt{1 - \left(\frac{n_i}{n_t}\right)^2 \sin^2\theta_i} = \pm jk_t\sqrt{\left(\frac{n_i}{n_t}\right)^2 \sin^2\theta_i - 1}$$

44

Le champ électrique transmis est de la forme :

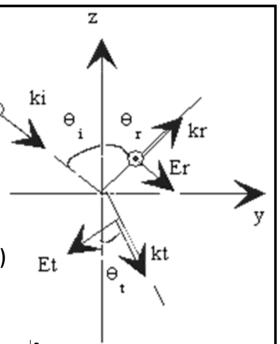
$$\underline{\vec{E}}_t = \underline{\vec{E}}_{ot}\, e^{-\delta z}\, e^{j(\omega t - k_t \frac{n_i}{n_t}\sin\theta_i y)}$$

Ainsi, l'amplitude de l'onde décroît de façon exponentielle selon la direction Oz (profondeur dans le second milieu). L'onde ainsi crée « ONDE EVANESCENTE » avance dans la direction de l'axe Oy et s'atténue dans la direction Oz. C'est une onde de surface dont l'amplitude décroît très rapidement sur une longueur de l'ordre de la longueur d'onde du rayonnement.



3. Champ électrique $\vec{E}_i$ contenu dans le plan d'incidence

Coefficients de Fresnel $\boxed{r_{//}\,,\, t_{//}}$



Composantes du champ électrique

Composantes des vecteurs d'ondes

$\vec{k}_i = k_i(0, \sin\theta_i, -\cos\theta_i)$; $\vec{k}_r = k_i(0, \sin\theta_i, \cos\theta_i)$; $\vec{k}_t = k_t(0, \sin\theta_t, -\cos\theta_t)$

Composantes du champ électrique

$$\underline{\vec{E}}_i = -\underline{E}_{0i} e^{j(\omega t - \vec{k}_i\cdot\vec{r})} \begin{vmatrix} 0 \\ \cos\theta_i \\ \sin\theta_i \end{vmatrix} \qquad \underline{\vec{E}}_r = \underline{E}_{0r} e^{j(\omega t - \vec{k}_r\cdot\vec{r})} \begin{vmatrix} 0 \\ \cos\theta_i \\ -\sin\theta_i \end{vmatrix} \qquad \underline{\vec{E}}_t = -\underline{E}_{0t} e^{j(\omega t - \vec{k}_t\cdot\vec{r})} \begin{vmatrix} 0 \\ \cos\theta_t \\ \sin\theta_t \end{vmatrix}$$

La continuité des composantes tangentielles (à l'interface) du champ $\vec{E}$ s'écrit pour t=0 et z=0 ainsi que y :

$$\boxed{\cos\theta_i\,(\underline{E}_{0i} - \underline{E}_{0r}) = \cos\theta_t\,\underline{E}_{0t}}$$

La continuité de la composante normale de l'induction électrique :

$$\boxed{\varepsilon_i(\underline{E}_{0i}\sin\theta_i + \underline{E}_{0r}\sin\theta_i) = \varepsilon_t \underline{E}_{0t}\sin\theta_t}$$

loi des sinus ⇨ $\boxed{\underline{E}_{oi} + \underline{E}_{or} = \frac{n_2}{n_1}\underline{E}_{ot}}$

coefficients de réflexion et transmission

$$\begin{cases} 1 - r_{/\!/} = \dfrac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i} t_{/\!/} \\ 1 + r_{/\!/} = \dfrac{n_2}{n_1} t_{/\!/} \end{cases}$$

$$\boxed{r_{/\!/} = \frac{tg(\theta_i - \theta_t)}{tg(\theta_i + \theta_t)}} \qquad \boxed{t_{/\!/} = \frac{2\sin\theta_t \cos\theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)\cos(\theta_i - \theta_t)}}$$

<u>Discussion des coefficients de Fresnel</u>

Angle de Brewster

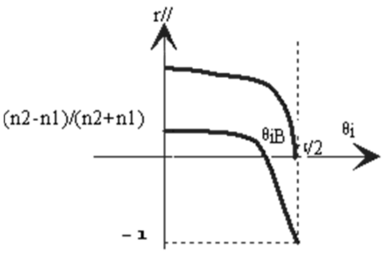
Lorsque $n_2 > n_1$, $\boxed{\theta_i > \theta_t}$, le coefficient de réflexion est positif jusqu'à ce que $\boxed{\theta_i + \theta_t = \frac{\pi}{2}}$

Dans ce cas r//=0 pour l'angle d'incidence égal à l'angle de Brewster:

$$\boxed{tg\theta_{iB} = \frac{n_2}{n_1}}$$

47

<u>Représentation des coefficients de Fresnel</u>



<u>Cas de la réflexion interne n1>n2</u> $\theta_i < \theta_t$

, Il existe un angle d'incidence critique au delà duquel, il ya réflexion totale :

$$\boxed{\sin\theta_{ic} = \frac{n_2}{n_1}}$$

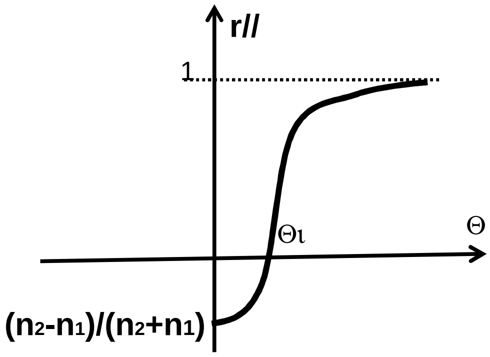
par contre l'angle de Brewster est toujours défini par $\boxed{tg\theta_{iB} = \frac{n_2}{n_1}}$

48

Exemple : interface verre (1.5) –air (1) ,

$$\theta_{ic} = \arcsin(1/1.5) = 41.8° \quad ; \quad \theta_{iB} = \arctan(1/1.5) = 33.6°$$

représentation du coefficient de réflexion



Récapitulatif: Cas du champ incident dans le plan d'incidence

Indice n1<n2 : **r//>0 pour** $\theta_i \in [0, \theta_{iB}]$

$r_{//}$<0 pour $\theta_i \in [\theta_{iB}, \pi/2]$

Indice n1>n2 : **$r_{//}$<0 pour** $\theta_i \in [0, \theta_{iB}]$

$r_{//}$>0 pour $\theta_i \in [\theta_{iB}, \theta_{ic}]$

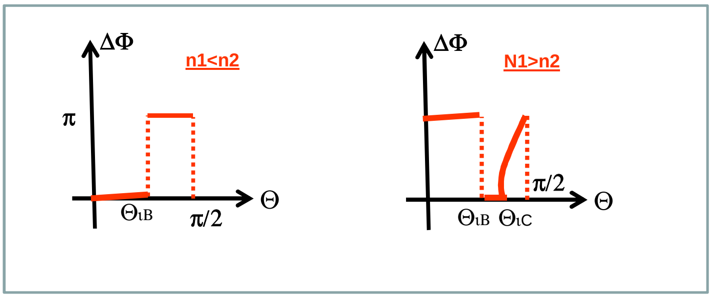
Angle de Brewster : $\tan(\theta_{ib}) = \dfrac{n_2}{n_1}$

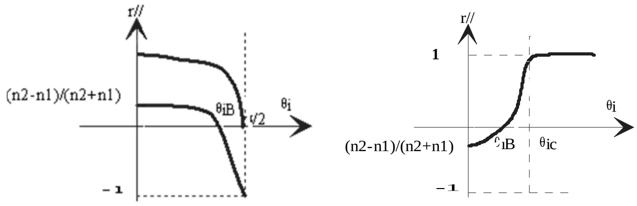
Si n1>n2 et que l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique $\sin\theta_i^c = \dfrac{n_2}{n_1}$

$$r_{//} = \frac{\dfrac{n_2}{n_1}\cos\theta_i + i\sqrt{\dfrac{n_1^2}{n_2^2}\sin^2\theta_i - 1}}{\dfrac{n_2}{n_1}\cos\theta_i - i\sqrt{\dfrac{n_1^2}{n_2^2}\sin^2\theta_i - 1}} \qquad \Delta\Phi_{//} = 2\arctan\left(\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \frac{\sqrt{\sin^2\theta_i - \left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)^2}}{\cos\theta_i}\right)$$

Récapitulatif

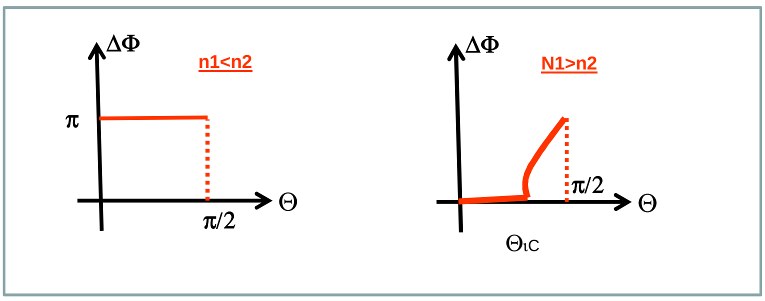
Champ électrique incident dans le plan d'incidence





51

Champ électrique incident perpendiculaire au plan d'incidence



52

Ondes évanescentes (cas de $n_2<n_1$)

la relation de sinus indique l'existence d'un angle limite d'incidence : $\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1}$

Au delà de θ_c , il y a **réflexion totale**

La transition entre réflexion+transmission à réflexion pure s'effectue sans discontinuité (voir une expérience avec réflexion interne par un prisme).

Or l'absence de transmission remet en cause les relations de passages aux interfaces.
le coefficient de réflexion s':

$$r_\perp = \frac{E_{0r}}{E_{0i}} = \frac{\cos\theta_i - \left(\frac{n_t^2}{n_i^2} - \sin^2\theta_i\right)^{\frac{1}{2}}}{\cos\theta_i + \left(\frac{n_t^2}{n_i^2} - \sin^2\theta_i\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\sin\theta_c = \frac{n_t}{n_i} \quad ; \quad \frac{\pi}{2} > \theta_i > \theta_c \Rightarrow \sin\theta_i > \frac{n_t}{n_i}$$

Le coefficient de réflexion est complexe

53

Champ électrique de l'onde transmise: $\vec{E}_t = \vec{E}_{ot}\, e^{j(\omega t - \vec{k}_t \cdot \vec{r})}$

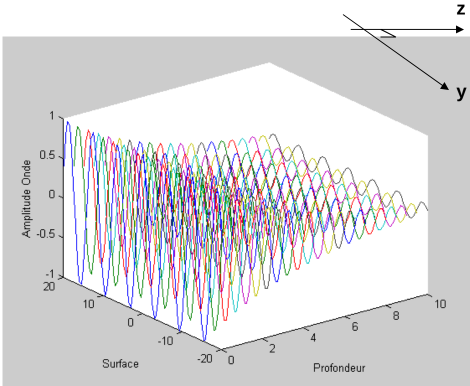
$$\vec{k}_t = k_t(0, \sin\theta_t, -\cos\theta_t) \qquad k_t \sin\theta_t = k_t\left(\frac{n_i}{n_t}\right)\sin\theta_i$$

$$k_t\cos\theta_t = k_t\sqrt{1-\sin^2\theta_t} = k_t\sqrt{1-\left(\frac{n_i}{n_t}\right)^2\sin^2\theta_i} = \pm jk_t\sqrt{\left(\frac{n_i}{n_t}\right)^2\sin^2\theta_i - 1}$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{ot}\, e^{-\frac{z}{\delta}}\, e^{j(\omega t - k_t \frac{n_i}{n_t}\sin\theta_i y)}$$

Structure de l'onde évanescente

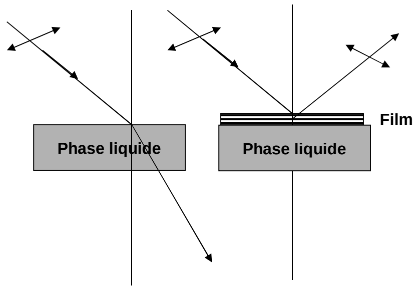
Le lieu des points équi-phases correspond à la surface y=cste (plans // xOz) par contre le lieux des points où l'amplitude est constante correspond aux plans z=Cste. Cette différence traduit le fait que l'onde évanescente est une **onde INHOMOGENE**.



54

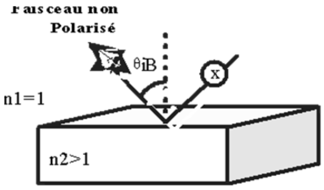
Imagerie par Microscopie à l'Angle de Brewster

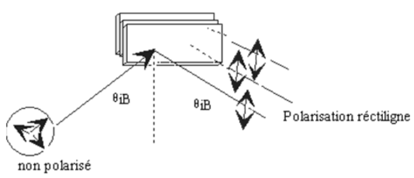
L'imagerie de films minces à l'interface gaz/liquide peut être effectuée grâce à la microscopie avec incidence sous l'angle de Brewste. Cette technique permet l'étude in situ de la croissance du film et son homogénéité.



Un faisceau de lumière polarisé // au plan d'incidence arrive sur la phase liquide avec l'incidence de Brewster. Sans le film, le faisceau est entièrement transmis. En présence du film, une partie du faisceau est réfléchie et servira à « scanner » la surface du film.

Intérêt de l'incidence sous l'angle de Brewster :
Polarisation d'une onde électromagnétique par réflexion





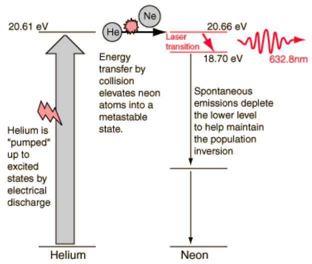
Un rayonnement non polarisé tombe sur un dioptre sous l'incidence de Brewster. Seule la composante du champ perpendiculaire au plan d'incidence est réfléchi (le coefficient de réflexion parallèle est égale à zéro).Or pour un dioptre air-verre, la réflexion est faible en intensité et c'est pour cette raison que le procédé qui consiste en une pile de lames a été utilisé (Arago.1812)

Les lamelles sont en : En verre pour le visible , en Chlorure d'argent pour l'IR ou

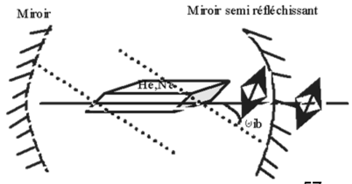
En Quartz ou Vycor pour l'UV

Polarisation d'un faisceau laser He-Ne

Le milieu actif est constitué d'un mélange gazeux d'Hélium (85%) et Néon (15%) dans un tube placé entre deux miroirs sphériques dont l'un est partiellement réfléchissant. La décharge électrique provoquée dans le tube conduit à l'excitation de l'Helium (transition dans un état métastable) qui communique (par collision) l'excès d'énergie au Néon. Le rayonnement laser provient de la transition entre deux niveaux du Ne.



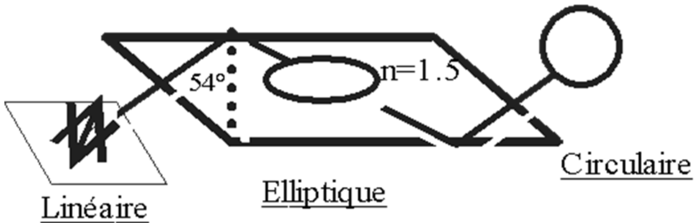
tube est fermé à ses deux extrémités par des fenêtres en verre inclinées d'un angle égale à l'angle de Brewster



lumière (632 nm) polarisée rectiligne

57

Rhomboèdre de Fresnel



$$\vec{E}_i = \vec{E}_{i\perp} + \vec{E}_{i//} \qquad E_{r\perp} = e^{i\Delta\Phi_\perp} E_{i\perp} \qquad E_{r\perp} = e^{i2\Delta\Phi_\perp} E_{i\perp}$$

$$\vec{E}_{i\perp}\ et\ \vec{E}_{i//}\ en\ phase \qquad E_{r//} = e^{i\Delta\Phi_{//}} E_{i//} \qquad E_{r//} = e^{i2\Delta\Phi_{//}} E_{i//}$$

La construction du rhomboèdre est tel que l'incidence sur la deuxième face (dioptre verre-air) se fait avec un angle

$$\boxed{\theta_i = 54° > \theta_{ic} = \arcsin\frac{1}{1.5} = 41.7° > \theta_{iB} = \arctan\frac{1}{1.5} = 33.5°}$$

on réalise une réflexion totale interne et les déphasages introduits sur les champs réfléchis // et perpendiculaire par rapport au champ de l'onde incidente sont :

$$\Delta\Phi_\perp = 2\arctan\left(\frac{\sqrt{\sin^2\theta_i - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}}{\cos\theta_i}\right) = 78°$$

$$\Delta\Phi_{//} = 2\arctan\left(\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \frac{\sqrt{\sin^2\theta_i - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}}{\cos\theta_i}\right) = 123°$$

Le déphasage entre ces deux composantes est égal à 45°

58

- Dans ce cas, la polarisation est elliptique : $\begin{cases} X = E_{//} = E_0 \cos(\omega t - \varphi + \Delta\Phi_{//}) \\ Y = E_0 \cos(\omega t - \varphi + \Delta\Phi_{/\perp}) \end{cases}$

La deuxième réflexion interne se fait avec le même angle d'incidence et donc le déphasage relatif entre les composantes est similaire à celui introduit à la première réflexion.

A la sortie du rhomboèdre, le déphasage entre les deux composante est de $\dfrac{\pi}{2}$

$$\begin{cases} X = E_{//} = E_0 \cos(\omega t - \varphi + \Delta\Phi_{\perp} + \frac{\pi}{2}) = -E_0 \sin(\omega t - \varphi + \Delta\Phi_{\perp}) \\ Y = E_0 \cos(\omega t - \varphi + \Delta\Phi_{\perp}) \end{cases}$$

<u>La polarisation est dans ce cas circulaire</u>

Microscopie Tunnel Optique

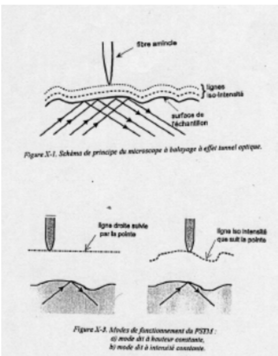


Figure X-1. Schéma de principe du microscope à balayage à effet tunnel optique.

Figure X-3. Modes de fonctionnement du PSTM :
a) mode dit à hauteur constante,
b) mode dit à intensité constante.

*Incidence / reflexion totale
*Onde Evanescente
*Lignes iso-intensités

Fibre optique pour prévelver
L'intensité à hauteur constante
Ou à intensité constante

Procédé expérimental

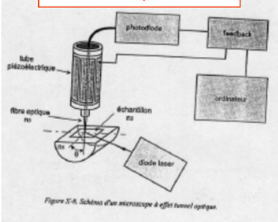


Figure X-5. Schéma d'un microscope à effet tunnel optique.

Déviation d'un faisceau atomique par l'onde évanescente

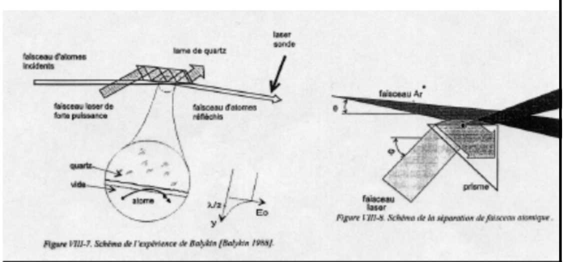
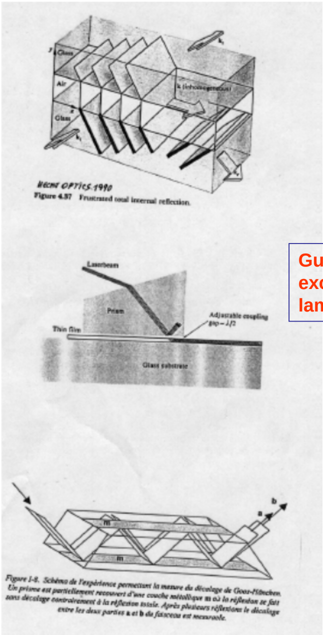


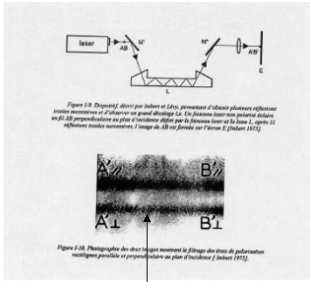
Figure VIII-7. Schéma de l'expérience de Balykin [Balykin 1988].

Figure VIII-8. Schéma de la séparation de faisceau atomique.



Deux couches en verre séparées par une lame d'air
Reflexion totale et existence d'une onde évanescente
Effet tunnel optique: Si l'épaisseur d'air est inférieur à la longeur d'onde: Transmission de l'énergie E.M dans la zone supérieure

Guide d'onde optique excité par à travers une lame d'air



Effet Goos-Hanchen

Déplacement du faisceau en réflexion totale (de type vitreuse)
Mais pas celle de type métallique

Problème de la répartition de l'énergie incidente à l'interface entre deux milieux

vecteur de Poynting de l'onde incidente : $\vec{\Pi}_i = \dfrac{\vec{E}_i \wedge \vec{B}_i}{\mu_0} = \dfrac{n_i E_{0i}^2}{\mu_0 c} \cos^2\left(\omega t - \vec{k}_i . \vec{r}\right) \dfrac{\vec{k}_i}{k_i}$

vecteurs de Poynting associés à l'onde réfléchie et celle transmise :

$$\vec{\Pi}_r = \frac{\vec{E}_r \wedge \vec{B}_r}{\mu_0} = \frac{n_i r^2 E_{0i}^2}{\mu_0 c} \cos^2\left(\omega t - \vec{k}_r . \vec{r}\right) \frac{\vec{k}_r}{k_i} \qquad \vec{\Pi}_t = \frac{\vec{E}_t \wedge \vec{B}_t}{\mu_0} = \frac{n_t t^2 E_{0i}^2}{\mu_0 c} \cos^2\left(\omega t - \vec{k}_t . \vec{r}\right) \frac{\vec{k}_t}{k_t}$$

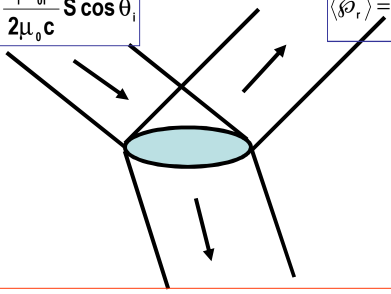
Les moyennes temporelles de cos2 sont ½ , donc :

$$\left\langle \vec{\Pi}_i \right\rangle = \frac{n_1 E_{0i}^{\ 2}}{2\mu_0 c} \frac{\vec{k}_i}{k_i} \qquad \left\langle \vec{\Pi}_r \right\rangle = \frac{n_1 r^2 E_{0i}^{\ 2}}{2\mu_0 c} \frac{\vec{k}_r}{k_i} \qquad \left\langle \vec{\Pi}_t \right\rangle = \frac{n_t t^2 E_{0i}^{\ 2}}{2\mu_0 c} \frac{\vec{k}_t}{k_t}$$

Puissances Electromagnétiques

$$\langle \wp_i \rangle = \oiint_{(S)} \langle \vec{\Pi}_i \rangle.(-dS\vec{u}_z) = \frac{n_i E_{0i}^2}{2\mu_0 c} S\cos\theta_i$$

$$\langle \wp_r \rangle = \oiint_{(S)} \langle \vec{\Pi}_r \rangle.(-dS\vec{u}_z) = -\frac{n_i r^2 E_{0i}^2}{2\mu_0 c} S\cos\theta_i$$



$$\langle \wp_t \rangle = \oiint_{(S)} \langle \vec{\Pi}_t \rangle.(-dS\vec{u}_z) = \frac{n_t t^2 E_{0i}^2}{2\mu_0 c} S\cos\theta_t$$

63

coefficient de réflexion en énergie (pouvoir réflecteur) :

$$\Re = \frac{\langle \wp_r \rangle}{\langle \wp_i \rangle} = r^2$$

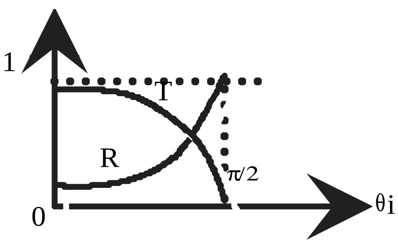
Le coefficient de transmission en énergie (transmittance) :

$$T = \frac{\langle \wp_t \rangle}{\langle \wp_i \rangle} = \frac{tg\theta_i}{tg\theta_t} t^2$$

conservation de l'énergie $\boxed{\Re + T = 1}$

Traduisant que l'énergie incidente se répartit entre l'onde réfléchie et l'onde transmise:

<u>Représentation de ces deux grandeurs est de la forme :</u>



64

Cas de l'incidence proche de la normale

Le pouvoir réflecteur et la transmittance sont égales à :

$$\Re = \left(\frac{n_t - n_i}{n_t + n_i}\right)^2$$

$$T = \frac{4 n_t n_i}{(n_t + n_i)^2}$$

Cas ou ni>nt et pour une incidence supérieure à l'angle critique

le pouvoir réflecteur est égal à 1 et donc il n'y a pas d'énergie transmise bien qu'une onde transmise existe. Cette dernière en moyenne ne transporte pas d'énergie. Il faut noter aussi que l'approximation des ondes planes et donc des phénomènes de diffraction peuvent conduire à une énergie transmise et qui se manifeste dans l'onde évanescente.

65